

УДК 681.511.42.037.5(045)

О.О. Абрамович  
А.А. Тунік, д-р техн. наук

## РОБАСТНА ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ З НЕСТРУКТУРОВАНИМИ ПАРАМЕТРИЧНИМИ ЗБУРЕННЯМИ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: aatunik@mail.ru

*Запропоновано метод оцінки впливу неструктурованих параметричних збурень на дискретну систему управління. Для вирішення цієї задачі використано теорему Харитонова та теорему про малий коефіцієнт підсилення. Розроблено методику розрахунку методу для цифрової системи.*

### Вступ

Однією з центральних задач сучасної теорії управління польотом є забезпечення якості управління та робастності по відношенню до змін параметрів об'єкта.

### Постановка завдання та аналіз досліджень і публікацій

У відомій раніше літературі [1] вирішувалась задача параметричної оптимізації цифрових систем управління за такими критеріями:

1)  $H_2$ -норма для кожної моделі дискретної системи в детермінованому випадку:

$$J_d = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} [X_k^T \cdot Q \cdot X_k + u^T \cdot R \cdot u]}, \quad (1)$$

де  $X_k$  – вектор стану;  $U$  – вхідний вектор управління;  $Q, R$  – вагові матриці;

2)  $H_2$ -норма для кожної моделі дискретної системи в стохастичному випадку:

$$J_s = \sqrt{E_M \sum_{k=0}^{\infty} [X_k^T \cdot Q \cdot X_k + u^T \cdot R \cdot u]}; \quad (2)$$

3)  $H_{\infty}$ -норма функції комплементарної чутливості дискретної системи для кожної моделі:

$$\|T\|_{\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(T(j\omega)), \quad (3)$$

де  $\sigma$  – сингулярне число матриці  $T$ ;  $\bar{\sigma}$  – максимальне сингулярне число на заданій частоті.

Відповідно до праці [2]  $\|T\|_{\infty}$  є мірою робастності.

Невизначеність, яка розглядалася в цих системах, відносилися до класу структурованих параметричних збурень, оскільки структура системи не змінювалась. Необхідно розглянути і неструктуровані параметричні збурення, які визначаються динамікою початкової цифрової системи управління, яка не враховується.

У нашому випадку з фізичної точки зору ця неструктурована динаміка зводиться до наявності обчислювального запізнення в цифрових сис-

темах управління та наявності аналогових передімпульсних фільтрів для виключення явища накладання частот.

Як правило, ці фільтри не враховуються при синтезі, проте їх вплив на динаміку замкнутої системи необхідно оцінити. У зв'язку з цим, задачею даного дослідження є аналіз впливу обчислювального запізнення та аналогових передімпульсних фільтрів на стійкість і якість цифрових систем управління, синтезованих за методикою, викладеною в праці [1].

Крім обчислювального запізнення та передімпульсних фільтрів, в системі управління можуть виникати й інші неструктуровані збурення, пов'язані з наявністю нелінійностей в системі, пружних коливань і т. д. Проте ці неструктуровані збурення визначаються конкретним типом об'єкта і розглядаються в окремих випадках, тоді як обчислювальне запізнення та передімпульсні фільтри існують в кожній системі, тому вони і будуть розглядатися в даній роботі.

Зазвичай, використовують передімпульсні фільтри 1-го та 2-го порядків, смуга пропускання яких ширша за смугу пропускання системи і обмежується зверху частотою Найквіста.

Оскільки задача передімпульсної фільтрації вирішувалась для малого безпілотного літального апарата, для якого мала потужність бортового комп'ютера не дозволяє використовувати потужні методи фільтрації, то в даному випадку передімпульсним фільтром є неперервна ланка з досить малим значенням постійної величини часу.

Обчислювальне запізнення апроксимується за допомогою ряду Паде [3]:

$$e^{-s\tau} = \frac{e^{-s\frac{\tau}{2}}}{e^{s\frac{\tau}{2}}} \cong \frac{\left(1 - \frac{s\tau}{2m}\right)^m}{\left(1 + \frac{s\tau}{2m}\right)^m}.$$

У статті [4] така задача розглядалася для неперервних систем на основі теореми Харитонова [5] та теореми про малий коефіцієнт підсилення.

Проте у нас задано дискретну систему управління. Виникає задача: оцінити вплив неструктурованих параметричних збурень на динаміку дискретної системи управління.

**Дослідження робастної стійкості**

Розглянемо замкнену систему, яка містить в зворотному зв'язку неструктуровані збурення (рис. 1).

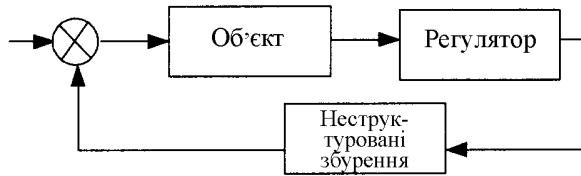


Рис. 1. Спрощена структурна схема замкненої системи з неструктурованими збуреннями

Замкнена система, задана в дискретному вигляді, має передавальну функцію

$$W(z) = \frac{P(z)}{Q(z)},$$

полюси якої розміщуються в колі одиничного радіуса. Якщо зробити заміну змінних за допомогою білінійного перетворення [6], то можна розглядати дискретну систему як неперервну. Для перетворення використовується підстановка

$$z = \frac{s+1}{s-1}.$$

У результаті отримаємо неперервну систему з передавальною функцією

$$W(s) = \frac{P(s)}{Q(s)},$$

полюси якої розміщуються в лівій півплощині.

Спочатку наведемо декілька основних аспектів з теорії поліномів Харитонова.

Нехай  $\delta(s)$  – дійсний поліном. Для визначення його парну  $\delta^{пар}(s)$  та непарну  $\delta^{непар}(s)$  частини, запишемо

$$\delta(s) = \underbrace{\left( \delta_0 + \delta_2 s^2 + \delta_4 s^4 \right)}_{\delta^{пар}(s)} + \underbrace{\left( \delta_1 s + \delta_3 s^3 + \delta_5 s^5 + \dots \right)}_{\delta^{непар}(s)}.$$

Визначимо сім'ю поліномів з реальними інтервалами:

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \dots + \delta_{n-1} s^{n-1} + \delta_n s^n, \quad (4)$$

де  $\delta_0 \in [x_0, y_0]$ ,  $\delta_1 \in [x_1, y_1]$ ,  $\delta_n \in [x_n, y_n]$ .

Чотири поліноми Харитонова, які входять у цю сім'ю (4), визначаються так:

$$K^1(s) = x_0 + x_1 s + y_2 s^2 + y_3 s^3 + x_4 s^4 + x_5 s^5 + \dots$$

$$K^2(s) = x_0 + y_1 s + y_2 s^2 + x_3 s^3 + x_4 s^4 + y_5 s^5 + \dots$$

$$K^3(s) = y_0 + x_1 s + x_2 s^2 + y_3 s^3 + y_4 s^4 + x_5 s^5 + \dots$$

$$K^4(s) = y_0 + y_1 s + x_2 s^2 + x_3 s^3 + y_4 s^4 + y_5 s^5 + \dots$$

Розглянемо сім'ю поліномів для об'єкта з передавальною функцією

$$g(s) = \frac{n(s)}{d(s)},$$

де  $n(s)$  – належить сім'ї поліномів  $N$ , а  $d(s)$  – належить сім'ї поліномів  $D$ , які визначаються так:

$$n(s) = n_0 + n_1 s + \dots + n_p s^p, \text{ де } n_i [\alpha_i, \beta_i], \forall i = 0, \dots, p,$$

$$d(s) = d_0 + d_1 s + \dots + d_q s^q, \text{ де } d_j [\gamma_j, \delta_j], \forall j = 0, \dots, q.$$

Нехай  $K_N^i(s)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  і  $K_D^i(s)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  визначаються поліномами Харитонова, пов'язаними з  $N$  і  $D$  відповідно. Далі ми можемо визначити 16 об'єктів:

$$g(s) = \frac{K_N^i(s)}{K_D^i(s)}. \quad (5)$$

Припустимо, що  $\Delta P$  – неструктуровані параметричні збурення, які діють на систему.

Теорема 1. Якщо  $g(s)$  – стійка передавальна функція, то замкнута система лишається стійкою для всіх неструктурованих збурень, які підходять умові  $\|\Delta P\|_\infty < \alpha$ , якщо і тільки якщо

$$\|g\|_\infty \leq \frac{1}{\alpha}.$$

Теорема 2. Замкнута система (рис. 1) лишається стійкою для всіх неструктурованих збурень, які підходять умові  $\|\Delta P\|_\infty < \alpha$ , якщо і тільки якщо

$$\alpha \leq \frac{1}{\max \|g\|_\infty}.$$

**Робастна параметрична оптимізація дискретних систем управління**

Стандартна форма оптимізаційної процедури дискретної системи управління з неструктурованими параметричними збуреннями зображена на рис. 2.

На рис. 2. вектор  $\eta$  являє собою білий шум, вектор  $g$  – збурення (пориви вітру). Формуючий фільтр описаний стандартною моделлю Драйдена [7; 8]. Опис моделі Драйдена з використанням спектральних щільностей складових вектора швидкості наведено в праці [7]. Перехід від спектральних щільностей до опису формуючого фільтра в просторі стану поданий у праці [8].

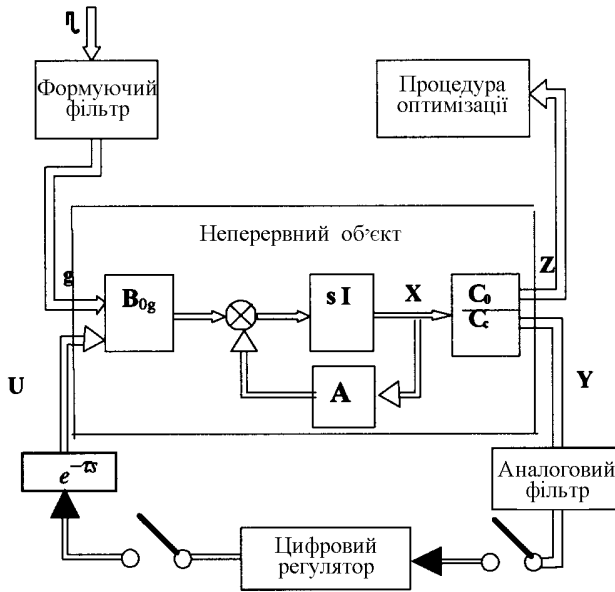


Рис. 2. Структурна схема дискретної системи управління з неструктурованими збуреннями

Матриця  $B_0g$  на рис. 2 поєднує вхід управління  $u$  і стохастичний вектор пориву вітру  $g$  в один вектор входу; матриця  $A$  – це матриця простору станів безпілотної літальної апарата; матриця  $C$  – матриця спостереження. Вектор  $v$  являє собою шум вимірювань. Аналоговий фільтр виконує передімпульсну фільтрацію. Він є неперервною ланкою з досить малим значенням постійної величини часу  $W(p) = \frac{1}{0,01p + 1}$ . Блок  $e^{-Ts}$

вказує на те, що в системі є обчислювальне затримання.

Процедура робастної оптимізації дискретної системи управління ґрунтується на одержанні складного показника якості, що складається з норм, розрахованих за формулами (1)–(3).

Оскільки всі ці розрахунки можна проводити тільки для стійких систем, необхідно в складний показник якості оптимізаційної процедури включити штрафну функцію (PF).

Побудуємо комплексний критерій “якість-робастність”, що містить в собі показники якості для детермінованих та стохастичних збурень, а також показники робастності для цих моделей:

$$J = \lambda_d J_d^2 + \lambda_d^p (J_d^p)^2 + \lambda_s J_s^2 + \lambda_s^p (J_s^p)^2 + \lambda_\infty \|T\|_\infty^2 + \lambda_\infty^p \|T^p\|_\infty^2 + PF, \quad (6)$$

де  $\lambda_d, \lambda_s$  – вагові коефіцієнти для показників формул (1), (2) номінальної моделі відповідно;  $\lambda_{di}^{(p)}, \lambda_{si}^{(p)}$  – вагові коефіцієнти для показників формул (1), (2) для сім’ї із  $m$  параметрично збу-

рених моделей відповідно;  $\lambda_\infty, \lambda_\infty^p$  – вагові коефіцієнти для показників робастності (3) для номінальної та параметрично збуреної моделей відповідно.

Включення оцінок показників якості для детермінованого і стохастичного випадків мотивується тією обставиною, що вимоги забезпечення якості при стохастичних зовнішніх збуреннях та детермінованих команд пілота певною мірою суперечливі.

Для найкращого відпрацювання детермінованих команд потрібно збільшувати коефіцієнти підсилення розімкнутої системи і тим самим збільшувати смугу пропускання замкненої системи.

Збільшення смуги пропускання системи зменшує її фільтруючі властивості та її можливості щодо придушення високочастотних завад та збурень.

Підбір коефіцієнтів  $\lambda_d, \lambda_{di}, \lambda_s, \lambda_{si}$  дозволяє відшукати потрібний компроміс між точністю системи управління при відпрацюванні команд пілота при наявності стохастичних збурень (турбулентного вітру).

Включення  $H_\infty$ -норм функцій комплементарної чутливості для номінальної та збуреної моделей із відповідними ваговими коефіцієнтами  $\lambda_\infty$  та  $\lambda_{\infty i}^{(p)}$  дозволяє відшукати бажаний компроміс між точністю і робастністю системи за рахунок варіації цих коефіцієнтів при багаторазовому виконанні процедури оптимізації.

Нарешті, включення в критерій (6) усіх зазначених моделей систем (номінальної та збуреної) гарантує відшукування компромісу щодо якості та робастності системи у всіх можливих точках області допустимих режимів польоту.

Мінімізація виразу (6) здійснюється методом Нелдера – Міда.

### Приклад робастної параметричної оптимізації дискретних систем управління

Номінальна й збурена моделі подовжнього каналу малого безпілотної літального апарата, що відповідають істинній повітряній швидкості 250 і 200 км/год, мають вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0345 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0041 & -1.76 & 0 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0033 & -25.7 & 0 & -2.19 & 0 \\ 0 & -69.4 & 69.4 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = [0.36 \quad -0.16 \quad 0 \quad -31.1 \quad 0]^T;$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -0.0273 & 6 & -9.78 & 0 & 0 \\ -0.0064 & -1.39 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.0036 & -16.1 & 0 & -1.73 & 0 \\ 0 & -55.6 & 55.6 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_p = [0.36 \quad -0.13 \quad 0 \quad -19.9 \quad 0]^T,$$

де матриці збуреної моделі позначаються з індексом  $p$ . На вхід регулятора надходять сигнали від датчиків висоти  $h$ , кута тангажа  $\theta$  і кутової швидкості по тангажу  $q$  відповідно  $K_h, K_\theta, K_q$  їхні коефіцієнти підсилення. Вектор вимірюваних координат  $Y = [h, \theta, q]^T$ , регулятор зображається матрицею рядком  $C = [K_h \theta \quad C h_{\theta q} \quad K_\theta \quad K_q] * C_{\theta q}$ . Вектор стану  $X = [\alpha, \theta, q, h, de]$ , а відхилення руля висоти є управління  $u$ . Використовуються пристрої динамічної корекції (ПД-регулятори для контуру швидких  $Cq\theta$  і повільних рухів  $Ch$ ) з наступними передавальними функціями:

$$W_{Ch}(z) = K_h + \frac{K_5 * (z-1)}{T * z};$$

$$W_{C\theta q}(z) = 1 + \frac{K_4 * (z-1)}{T * z}.$$

Вектор параметрів автопілота  $\vec{C}_n$ , що визначається оптимізаційною процедурою, складається з таких компонентів:

$$\vec{C}_n = [K_\theta, K_q, K_h, K_4, K_5].$$

Вагові коефіцієнти в складному показнику якості:  $\lambda_{0d} = \lambda_{pd} = 1,2; \quad \lambda_{0s} = \lambda_{ps} = 10, \quad \lambda_{\infty} = \lambda_{p\infty} = 0,4$ . У штрафній функції використовуються наступні параметри:  $R1=0,9999, R2=0,0005$ . Після оптимізації вектор параметрів буде мати вигляд:

$$\vec{C}_n = [-9,854 \quad -0,867 \quad -0,057 \quad 0,127 \quad 0,006].$$

З таблиці видно, що запаси стійкості  $H_2$  номінальної і  $H_\infty$ -норма збуреної систем мають невеликі розходження, цілком припустимі з погляду функціонування системи в цілому.

**Числові характеристики номінальної і збуреної систем стохастичної моделі**

Система	Запаси стійкості		$H_2$	$H_\infty$
	Фаза, Н-град	Амплітуда, дБ		
Номінальна	154	20	1,32	0,33
Збурена	161	23	0,97	0,23

Згідно з теоремою про граничну норму неструктурованого параметричного збурення [4], наша система залишається стійкою під час дії неструктурованих параметричних збурень, якщо збільшення  $H_\infty$ -норми не перевищує граничну норму  $\alpha$ . У зв'язку з цим були проведені дослідження для номінальної системи.

1. Розглянемо сім'ю поліномів для об'єкта з передавальною функцією:

$$g(s) = \frac{n_0 + n_1s + n_2s^2 + \dots + n_{10}s^{10}}{d_0 + d_1s + d_2s^2 + \dots + d_{10}s^{10}},$$

- де  $n_0 \in [9.6 \cdot 10^8, 1.12 \cdot 10^8];$   
 $n_1 \in [4.5 \cdot 10^{10}, 1.9 \cdot 10^{10}];$   
 $n_2 \in [1.04 \cdot 10^{11}, 5.2 \cdot 10^{10}];$   
 $n_3 \in [8.5 \cdot 10^{10}, 5.1 \cdot 10^{10}];$   
 $n_4 \in [1,67 \cdot 10^{10}, 1 \cdot 10^{10}];$   
 $n_5 \in [1,04 \cdot 10^9, 6,6 \cdot 10^8];$   
 $n_6 \in [1,45 \cdot 10^7, 9,2 \cdot 10^6];$   
 $n_7 \in [-3.5 \cdot 10^4, -2,197 \cdot 10^4];$   
 $n_8 \in [-1635, -1043];$   
 $n_9 \in [-7, -4,5]; \quad n_{10} \in [0,0018, 0,0012];$   
 $d_0 \in [0, 0]; \quad d_1 \in [2.1 \cdot 10^8, 2.1 \cdot 10^8];$   
 $d_2 \in [3.3 \cdot 10^8, 2.3 \cdot 10^8];$   
 $d_3 \in [5.99 \cdot 10^9, 3.8 \cdot 10^9];$   
 $d_4 \in [3.9 \cdot 10^9, 2.6 \cdot 10^9];$   
 $d_5 \in [7.5 \cdot 10^8, 6.2 \cdot 10^8];$   
 $d_6 \in [1.3 \cdot 10^8, 1.2 \cdot 10^8];$   
 $d_7 \in [4.4 \cdot 10^6, 4.3 \cdot 10^6];$   
 $d_8 \in [6.24 \cdot 10^4, 6.2 \cdot 10^4];$   
 $d_9 \in [406, 405]; \quad d_{10} \in [1, 1].$

2. Отримаємо 16 поліномів Харитонова відповідно до формули (5):

$$g_1(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^1(s)}; \quad g_2(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^2(s)};$$

$$g_3(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^3(s)}; \quad g_4(s) = \frac{K_N^1(s)}{K_D^4(s)};$$

$$g_5(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^1(s)}; \quad g_6(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^2(s)};$$

$$g_7(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^3(s)}; \quad g_8(s) = \frac{K_N^2(s)}{K_D^4(s)};$$

$$g_9(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^1(s)}; \quad g_{10}(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^2(s)};$$

$$g_{11}(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^3(s)}; \quad g_{12}(s) = \frac{K_N^3(s)}{K_D^4(s)};$$

$$g_{13}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^1(s)}; \quad g_{14}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^2(s)};$$

$$g_{15}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^3(s)}; \quad g_{16}(s) = \frac{K_N^4(s)}{K_D^4(s)},$$

де  $K_N^1 = 0,0012 s^{10} - 7 s^9 - 1635 s^8 - 21970 s^7 +$   
 $+ 9,2 \cdot 10^6 s^6 + 1,04 \cdot 10^9 s^5 + 1,67 \cdot 10^{10} s^4 +$   
 $+ 5,1 \cdot 10^{10} s^3 + 5,2 \cdot 10^{10} s^2 + 4,5 \cdot 10^{10} s + 9,6 \cdot 10^8;$   
 $K_N^2 = 0,0012 s^{10} - 4,5 s^9 - 1635 s^8 - 35000 s^7 +$   
 $+ 9,2 \cdot 10^6 s^6 + 6,6 \cdot 10^8 s^5 + 1,67 \cdot 10^{10} s^4 +$   
 $+ 8,5 \cdot 10^{10} s^3 + 5,2 \cdot 10^{10} s^2 + 1,9 \cdot 10^{10} s + 9,6 \cdot 10^8;$   
 $K_N^3 = 0,0018 s^{10} - 7 s^9 - 1043 s^8 - 21970 s^7 +$   
 $+ 1,45 \cdot 10^7 s^6 + 1,04 \cdot 10^9 s^5 + 1 \cdot 10^{10} s^4 +$   
 $+ 5,1 \cdot 10^{10} s^3 + 1,04 \cdot 10^{11} s^2 + 4,5 \cdot 10^{10} s + 1,12 \cdot 10^8;$   
 $K_N^4 = 0,0018 s^{10} - 4,5 s^9 - 1043 s^8 - 35000 s^7 +$   
 $+ 1,45 \cdot 10^7 s^6 + 6,6 \cdot 10^8 s^5 + 1 \cdot 10^{10} s^4 +$   
 $8,5 \cdot 10^{10} s^3 + 1,04 \cdot 10^{11} s^2 + 1,9 \cdot 10^{10} s + 1,12 \cdot 10^8;$   
 $K_D^1 = s^{10} + 406 s^9 + 62400 s^8 + 4,3 \cdot 10^6 s^7 +$   
 $+ 1,2 \cdot 10^8 s^6 + 7,5 \cdot 10^8 s^5 + 3,9 \cdot 10^9 s^4 +$   
 $+ 3,8 \cdot 10^9 s^3 + 2,3 \cdot 10^8 s^2 + 2,1 \cdot 10^8;$   
 $K_D^2 = s^{10} + 405 s^9 + 62400 s^8 + 4,4 \cdot 10^6 s^7 +$   
 $+ 1,2 \cdot 10^8 s^6 + 6,2 \cdot 10^8 s^5 + 3,9 \cdot 10^9 s^4 + 5,99 \cdot 10^9 s^3 +$   
 $+ 2,3 \cdot 10^8 s^2 + 2,1 \cdot 10^8 s;$   
 $K_D^3 = s^{10} + 406 s^9 + 62000 s^8 + 4,3 \cdot 10^6 s^7 +$   
 $+ 1,3 \cdot 10^8 s^6 + 7,5 \cdot 10^8 s^5 + 2,6 \cdot 10^9 s^4 + 3,8 \cdot 10^9 s^3 +$   
 $+ 3,3 \cdot 10^8 s^2 + 2,1 \cdot 10^8 s;$   
 $K_D^4 = s^{10} + 405 s^9 + 62000 s^8 + 4,4 \cdot 10^6 s^7 +$   
 $+ 1,3 \cdot 10^8 s^6 + 6,2 \cdot 10^8 s^5 + 2,6 \cdot 10^9 s^4 +$   
 $+ 5,99 \cdot 10^9 s^3 + 3,3 \cdot 10^8 s^2 + 2,1 \cdot 10^8 s.$

3. Обчислимо 16  $\|H\|_\infty$  – норм:

$$\|g_1(s)\|_\infty = 1,81; \quad \|g_2(s)\|_\infty = 2,32;$$

$$\|g_3(s)\|_\infty = 1,75; \quad \|g_4(s)\|_\infty = 2,20;$$

$$\|g_5(s)\|_\infty = 6,58; \quad \|g_6(s)\|_\infty = 81,62;$$

$$\|g_7(s)\|_\infty = 6,62; \quad \|g_8(s)\|_\infty = 43,08;$$

$$\|g_9(s)\|_\infty = 1,15; \quad \|g_{10}(s)\|_\infty = 1,42;$$

$$\|g_{11}(s)\|_\infty = 1,49; \quad \|g_{12}(s)\|_\infty = 1,76;$$

$$\|g_{13}(s)\|_\infty = 8,46; \quad \|g_{14}(s)\|_\infty = 13,80;$$

$$\|g_{15}(s)\|_\infty = 43,2; \quad \|g_{16}(s)\|_\infty = 5,43.$$

4. Обчислимо  $\alpha$  :

$$\alpha \leq \frac{1}{81,62} \leq 0,012.$$

Замкнута система залишається стійкою при дії на неї неструктурованих параметричних збурень, якщо  $H_\infty$ -норма цих збурень не перевищує  $\alpha \leq 0,012$ .

$H_\infty$ -норма без неструктурованих параметричних збурень дорівнює  $\|H_o\|_\infty = 0,3294$ .

$H_\infty$ -норма з урахуванням неструктурованих параметричних збурень дорівнює  $\|H_{зб}\|_\infty = 0,3358$ .

$\|\Delta\|_\infty = \|H_{зб}\|_\infty - \|H_o\|_\infty = 0,0064$ , що не перевищує  $\alpha$ .

Таким чином ми довели, що система залишається стійкою.

Близькість динамічних характеристик замкнутої номінальної та параметрично збуреної систем ілюструється логарифмічними частотними характеристиками, які зображені на рис. 3, (суцільна лінія – динамічні характеристики номінальної замкнутої системи, а пунктирна – збуреної).

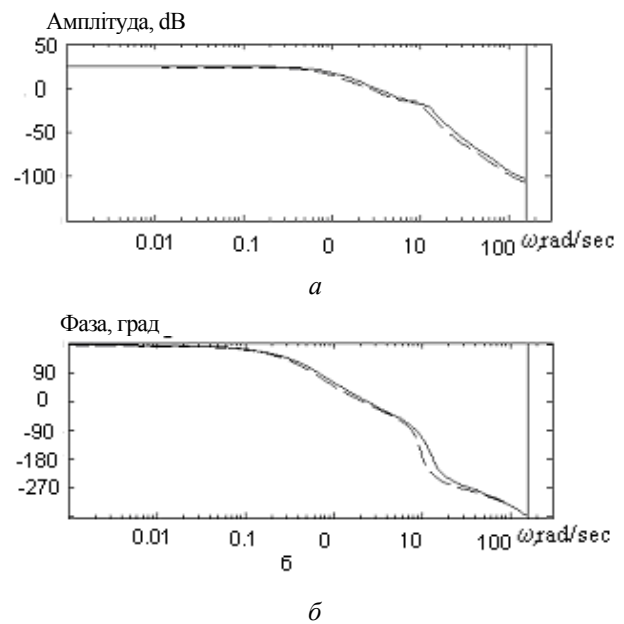


Рис. 3. Динамічні характеристики замкненої системи:

$a$  – логарифмічна амплітудно-частотна характеристика;  
 $b$  – фазочастотна характеристика

Практичне використання результатів оптимізації вимагають також моделювання динаміки системи за наявності нелінійних елементів типу насичення, зони нечутливості, що широко використовуються в реальних законах керування польотом.

У зв'язку з цим остаточний висновок про якість функціонування системи управління роб-

лять після її моделювання в пакеті СИМУЛІНК із використанням необхідних нелінійних функцій.

Результати моделювання подовжнього каналу з включенням усіх необхідних нелінійних елементів (насичення сервопривода, коректора висоти і т.п.) при впливі стохастичних вітрових збурювань показано на рис. 4.

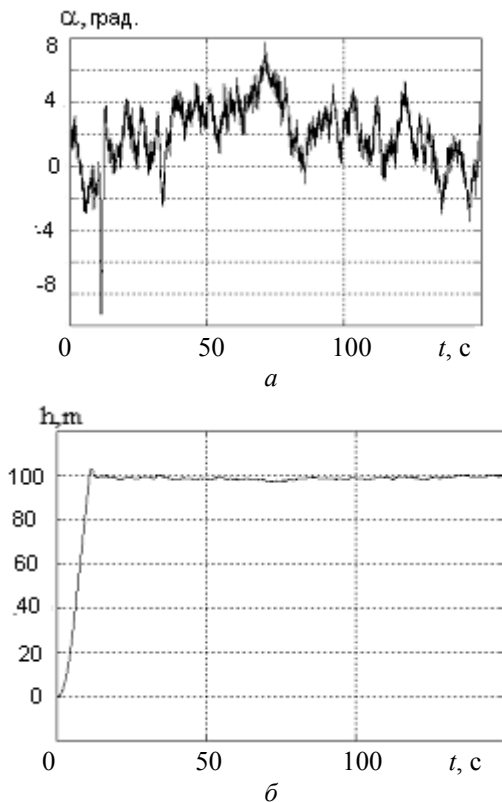


Рис. 4. Перехідні процеси:  
а – атаки; б – за висотою

## Висновки

Оцінка впливу неструктурованих параметричних збурень, які визначаються динамікою початкової цифрової системи управління, що не враховується, задовольняє умовам теореми 1 та теореми 2 і не впливає на якість та стійкість системи, що підтверджує результат експерименту.

## Список літератури

1. *Tunik A.A., Abramovich E.A.* Parametric robust optimization of the digital flight control systems // Вісн. НАУ. – 2003. – №2. – С. 31–37.
2. *Skogestad S., Postlethwaite I.* Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. John Wiley & Sons. – 1997. – 559 p.
3. *Отто Дж. М. Смит.* Автоматическое регулирование. – М.: Гос. изд-во физ.- мат. лит., 1962. – С. 405–417.
4. *Chapellat H., Dahleh M., Bhattacharyya S.P.* Robust stability under structured and unstructured perturbations // IEEE Transactions on Automatic Control. – Vol. 35, №10. – 1990. Oct. – P. 1100–1107.
5. *Харитонов В.Л.* Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 1978. – Т. 14, №11. – С. 2086–2088.
6. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1966. – 596 с.
7. *Доброленский П.* Динамика полета в неспокойной атмосфере. – М.:Машиностроение, 1969. – 256 с.
8. *McLean D.* Automatic Flight Control Systems // Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1990. – 593 p.

Стаття надійшла до редакції 11.06.04.

Е.А. Абрамович, А.А. Туник

Робастная параметрическая оптимизация дискретной системы управления с неструктурированными параметрическими возмущениями

Предложен метод оценки влияния неструктурированных параметрических возмущений на динамику дискретной системы управления. Для решения этой проблемы использованы теорема Харитонова и теорема о малом коэффициенте усиления. Разработана методика расчета метода для цифровой системы.

E.A. Abramovich, A.A. Tunik

Robust parametrical optimization of the digital control systems with unstructured parametrical perturbations

The paper is devoted to the method of the influence estimation of unstructured parametrical perturbations at the digital control systems. The solving of this task is using the theorem of Charitonov and the small gain theorem. Its efficiency is illustrated by the example of digital flight control of small UAV (Unmanned Aerial Vehicle).