

УДК 629.7.015.4

Б.М. Шифрин, канд. техн. наук

## АВТОКОЛИВАННЯ ОПОР ШАСІ ЛІТАКА ПРИ ЗНАЧНОМУ НЕЛІНІЙНОМУ ТЕРТІ

Державна льотна академія України, (Кіровоград), e-mail: asup@glau.frk.kr.ua

Розглянуто автоколивання опор шасі літака при  $\varepsilon > 1$ . Отримані результати оцінки впливу конструктивно-експлуатаційних факторів на динамічне навантаження частин літака доцільно враховувати при розслідуванні причин авіаційних подій.

## Вступ

У попередніх працях розглянуто пружно-фрикційні коливання опор шасі, математична модель яких являє собою звичайне нелінійне диференціальне рівняння другого порядку з малим множником  $\varepsilon$  у правій частині. Як окреме завдання актуальної і багатоскладової проблеми утоми літакових конструкцій теоретично вивчається їх динамічне навантаження в наземних режимах експлуатації. Вивчати динаміку колісних машин потрібно на основі теорій взаємодії пневматичних шин з поверхнею дороги. Історично першою в цьому є теорія схематизації бічного відведення І. Рокара [1; 2]. Надалі механіка шин розвивалася з урахуванням великої кількості степенів вільності шини [2].

Проте для вивчення автоколивань опор шасі літака в певному діапазоні кутів відхилення можна обмежити кількість розглядуваних степенів вільності. Це твердження надалі буде аргументовано.

Під час руху літака по злітно-посадковій смугі (ЗПС) із ненульовим ривком і (чи) за бічного знесення відбувається поперечна складова швидкості корпусу.

Рух опор шасі, пружно зв'язаних із корпусом, стає подібним до широко відомого в механіці руху тіла на рухомій стрічці [3; 4].

У працях [5; 6] запропоновано математичну модель пружно-фрикційних коливань опор шасі, що рухаються відносно корпусу, в якій силову взаємодію пневматичних шин з поверхнею ЗПС описано в межах теорії нелінійного бічного відхилення [2].

У праці [7] показано, що при поступальному русі коліс результати, отримані на основі схематизації відхилення, узгоджуються з іншими теоріями, зокрема, теорією М.В. Келдиша.

**Постановка завдання** – за допомогою числового розв'язання рівняння коливань опор шасі розглянути випадок значного поперечного тертя, що відповідає руху по сухій ЗПС зі швидкістю, меншою швидкості відриву.

Рівняння коливань при додатних відхиленнях має вигляд:

$$M_0 d^2 Z / dt^2 + C(Z - Wt) = -f_*(M_0 + M_k)g\varphi(u), \quad (1)$$

де  $M_0, M_k$  – маси опор шасі і корпуси літака;  $Z = Z(t)$  – поперечна координата опор;  $t$  – час, с;  $C$  – жорсткість зв'язку опор і корпусу;  $W = \text{const}$  – поперечна швидкість корпусу;  $f_* = fk$ ;  $f$  – максимальне значення коефіцієнта поперечної складової тертя між шинами і ЗПС;  $k$  – коефіцієнт розвантаження за рахунок піднімальної сили;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\varphi(u) \in [0, 1]$  – нелінійна функція відносного кута відхилення  $u$  чи характеристика тертя;

$u = U / U_{\text{кр}}$ ;  $U$  та  $U_{\text{кр}}$  – кут відхилення коліс шасі та його критичне значення:

$$U = \arctg[(dZ / dt) / V_X] \approx (dZ / dt) / V_X;$$

$V_X$  – подовжня швидкість літака, якщо  $U = U_{\text{кр}}$ ,

$$\varphi = \varphi_{\text{max}} = 1.$$

Використану в роботі при  $u \in [0, 8; 1, 2]$  характеристику тертя, що відповідає теоретико-експериментальним даним [8; 9], показано на рис. 1.

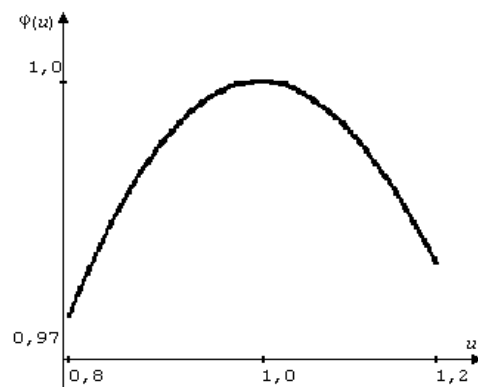


Рис. 1. Характеристика тертя

Після диференціювання за часом і зведення до безрозмірних змінних замість рівняння (1) одержимо

$$d^2 u / d\tau^2 + u - w = -\varepsilon(\partial\varphi / \partial u)(du / d\tau), \quad (2)$$

$\tau = \omega t$  – безрозмірний час;  $\omega$  – частота власних коливань опор шасі:

$$\omega = (C / M_0)^{1/2};$$

$w$  – безрозмірна швидкість корпусу:

$$w = W / V_X U_{\text{кр}};$$

$\varepsilon$  – характеристичний параметр задачі:

$$\varepsilon = f_* g / V_X U_{кр} \omega m ;$$

$$m = M_o / M_k .$$

Вивчимо розв’язок рівняння (2) при великих характеристичних параметрах біля критичної області кутів відхилення.

Повернемося до питання про кількість степенів вільності пневматика.

Їх моделі, що використовуються для вивчення динаміки колісних машин, тією чи тією мірою ґрунтуються на даних експериментів.

Ці дані стосуються подовжньої та поперечної складових сили тертя і моменту відносно вертикального діаметра колеса або, як прийнято в механіці шин, п’яткового моменту.

Залежність моменту від кута відхилення подібна на залежність, показану на рис.1. Проте графік досягає максимуму раніше, і в області великих кутів момент змінює знак.

У білякритичній області графік “п’ятоковий момент-кут відхилення” перетинає вісь кутів, тобто в цій області момент малий [10]. Тому в зазначеній області кутів відхилення можна не враховувати кути скручування ділянок шини, що знаходяться поблизу поверхні ЗПС, і обмежитися розглядом бічної деформації.

У працях [5; 6] показано, що при  $w > 1$  рівняння (2) має стійкі періодичні розв’язки:

$$u = w + A \cos(\tau + \vartheta) , \quad (3)$$

де  $A$  – амплітуда автоколивань, обумовлена початковими умовами сталі.

Нехай функція  $\varphi(u)$  – поліном 5-го ступеня. Тоді  $A$  задовольняє рівняння.

$$d\bar{\varphi}/du + (d^3\bar{\varphi}/du^3)(A^2/8) + (d^5\bar{\varphi}/du^5)(A^4/192) = 0, \quad (4)$$

де  $d^i\bar{\varphi}/du^i = d^i\varphi/du^i|_{u=w}$ ,  $i=1,3,5$ .

Для розглянутої характеристики тертя (рис.1)

$$A = A_* = 0,1 \text{ при } w = w_* = 1,01856 .$$

Якщо  $w > w_*$ , будемо мати  $A > A_*$ . Розмірна амплітуда деформації стояків шасі дорівнює:

$$\Delta = V_X U_{кр} A / \omega .$$

Покладемо

$$\omega = 10 \text{ Гц}; m = 0,025; U_{кр} = \pi / 20 .$$

Тоді, якщо швидкості виражені в метрах на секунду, а деформація в метрах, то

$$w = 20W / (\pi V_X); \varepsilon = 40f_* / V_X ;$$

$$\Delta = V_X A / 400 .$$

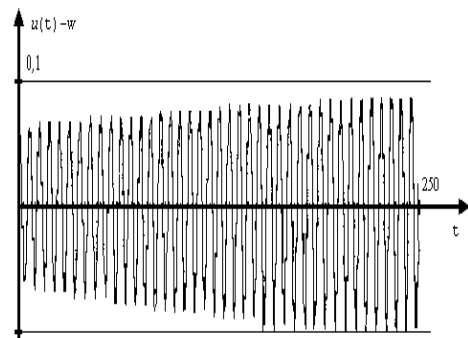
Величина  $f_*$  залежить здебільшого від наявності вологи на ЗПС і швидкості руху літака і дорівнює 0,1...10.

Отже, якщо покласти  $V_X = 40$  м/с, то під час руху по сухій поверхні ЗПС, тобто, якщо  $f_* = 1$ ,  $\varepsilon = 1$ , і швидкість корпусу літака  $W \approx 6,5$  м/с, варто очікувати на появу стійких гармонічних коливань опор шасі з частотою власних коливань і амплітудою 1 см.

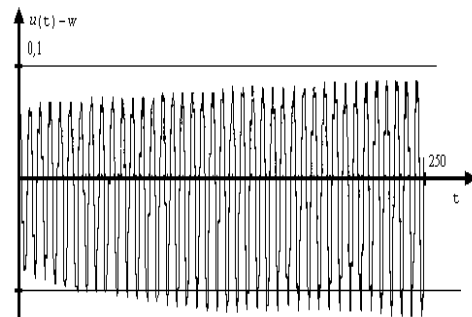
У працях [5; 6] для одержання аналітичних розв’язків використовувався метод усереднення, і, отже, методична помилка визначалася за величиною  $\varepsilon$ .

Розглянемо питання про існування і параметри автоколивань опор шасі літака, якщо  $\varepsilon > 1$ . Як метод вивчення беремо метод числового інтегрування Рунге–Кутта диференціального рівняння руху (2).

Осцилограми  $u(\tau) - w$ , якщо  $\varepsilon = 2$  (верхня) і  $\varepsilon = 4$  (нижня), показано на рис. 2.



а



б

Рис. 2. Осцилограми коливань опор шасі: а – мале тертя; б – суттєве тертя

Залежності близькі до розв’язків (3). Зі збільшенням  $\varepsilon$  лінії незначно еквідистантно зміщуються вниз пропорційно параметру  $\varepsilon$ .

#### Інженерний погляд отриманого результату

Нехай швидкість пробігу літака по ЗПС у  $k$  раз відрізняється від 40, тобто  $V_X = k40$ . Тоді, якщо при  $W = W_* = k6,5$  м/с, потрібно очікувати на появу стійких гармонічних коливань стояків опор шасі з амплітудою деформації  $\Delta = \Delta_* = k$ .

Якщо  $W > W_*$ , то  $\Delta > \Delta_*$ . У разі поперечних швидкостей корпусу, значно менших від граничнодопустимих швидкостей строго бічного вітру, деформації стояків будуть значними.

Засоби конструкційного демпфірування коливань опор шасі (рис. 2, а), прийняті проти шасі, не виявляються ефективними проти розглянутих пружно-фрикційних коливань. Коливання опор шасі (рис. 2, б) призводять до змушених коливань корпусу літака, що може спричинити резонансні коливання частин літака, пружно зв'язаних із корпусом. Отримані результати варто враховувати у розрахунках на міцність, розробленнях заходів щодо конструктивного демпфірування, розслідуванні причин авіаподій.

### Метод усереднення

Відзначимо тепер отримані результати як результати розв'язків звичайних нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Хоча рівняння (4) не містить параметра  $\varepsilon$ , методична помилка у разі застосування усереднення залежить від нього. У даному випадку отримано, що навіть за досить великих значень  $\varepsilon$  метод усереднення дає результати, що збігаються з результатами числового інтегрування. Це зумовлено, передусім із вдалим вибором фазових змінних.

Рівняння (2) містить у правій частині похідну характеристики тертя за відносним кутом відхилення. Поблизу стаціонарної точки ця похідна близька до нуля. Тому навіть при суттєвих значеннях  $\varepsilon$  права частина рівняння (2) невелика, а права частина, тобто тертя, вихідного рівняння (1) може бути значною.

### Висновки

Вивчено стійкі періодичні розв'язки рівняння (1) коливань опор шасі відносно корпусу літака, що рухається заданим курсом, у разі великому множнику в його правій частині.

Отримані результати проаналізовано як з тех-

нічного погляду, так і з погляду методики застосування методу усереднення під час нелінійного зв'язного тертя. Розгляд окремих видів і режимів коливань опор шасі у разі прийняття найпростіших теорій взаємодії пневматичних шин з поверхнею ЗПС дає можливість оцінити вплив ряду конструктивно-експлуатаційних факторів на динамічне навантаження частин літака за наземних режимів його експлуатації.

### Список літератури

1. *Рокар И.* Неустойчивость в механике. Автомобили, самолеты, висячие мосты. – М.: Изд-во. иностр. лит., 1959. – 287 с.
2. *Левин М.А., Фуфаев Н.А.* Теория качения деформируемого колеса. – М.: Наука, 1989. – 272 с.
3. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.
4. *Takano Eisure.* Frictional vibrations // Res. Rept. Fac. Eng. Niigata Univ. – 1986. – Vol. 35. – P. 1–9.
5. *Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М.* О природе одного вида поперечных автоколебаний шасси самолета // Сб. науч. тр. Нац. аэрокосмического ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Харьков: НАКУ, 2001. – Вып. 27(4). – С. 46–55.
6. *Плахтиенко Н.П., Шифрин Б.М.* О поперечных колебаниях шасси самолета – Пробл. прочности, К., 2002. – №6. – С. 79–88.
7. *Санников В.А.* Метод определения кинематических связей свободно катящегося колеса, снабженного упругим пневматиком. // Изв. АН СССР. МТТ. – М., 1986. – №3. – С. 78–81.
8. *Collins R.L.* Theories on the mechanics of tires and their applications to shimmy analysis // J. of Aircraft. – 1971. – Vol. 8. – P. 271–277.
9. *Davis P.A., Martinson V.J., Yager T.J., Stubbs S.M.* / 26 x 6.6 radial-belted aircraft tire performance // SAE Techn. Pap. Ser. – 1991. – № 912157. – 9 p.
10. *Abzug M.J.* Directional stability and control during landing rollout // J. of Aircraft. – 1999. – Vol. 36, № 3. P. 584–590.

Стаття надійшла до редакції 19.01.04.

Б.М. Шифрин

Автоколебания опор шасси самолета при значительном нелинейном трении

Рассмотрены автоколебания опор шасси самолета при  $\varepsilon > 1$ . Полученные результаты оценки влияния конструктивно-эксплуатационных факторов на динамическую нагрузку частей самолета целесообразно учитывать при расследовании авиационных происшествий.

B.M. Shifrin

Self-oscillations of aircraft landing gear shock-strut at considerable non-linear friction

The report considers self-oscillations at  $\varepsilon > 1$ . The previous works were dedicated to the elastic frictional L.G. shock strut oscillations, the mathematical model of which is a non-linear differential equation with low  $\varepsilon$  parameter of its right-hand part.

---

$u$	$\varphi(u)$	1,0	0,97	0,8	1,0	1,2
-----	--------------	-----	------	-----	-----	-----

$u(t)-w$	$u(t)-w$	0,1	250	t
----------	----------	-----	-----	---

$u(t)-w$	$u(t)-w$	0,1	250	t
----------	----------	-----	-----	---