УДК 621.313(045)

І.І. Ліннік
О.А. Тамаргазін, д-р техн. наук

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ СИСТЕМ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ

Інститут ICAO НАУ, e-mail: eduicao@nau.edu.ua

Розглянуто оцінку ефективності технічної системи при побудові поліструктурної моделі її надійності. Запропоновано алгоритм розкриття детермінанта структурної функції системи в символьній формі.

Вступ

Класична теорія надійності технічних систем склалася, насамперед, як математична і прикладна наука, спрямована переважно на забезпечення експлуатаційної надійності, відсутності відмов чи ліквідацію їх наслідків методами резервування і відновлення. Усі споріднені з нею теорії зберігають загальну методологічну спільність вхідних положень, цілей і понять. При цьому використовується ймовірнісний підхід, а оцінки надійності правильні в середньому для сукупності, а не для окремо узятого об’єкта при детермінованих умовах. Ця теорія має яскраво виражений абстрактний характер, що очевидно із самих початкових визначень.

Реалізація випадкового процесу функціонування технічної системи визначається, як підмножина множини її станів, утворених усіма можливими комбінаціями зі станів елементів. Така абстракція дозволила поставити класичну теорію надійності на міцний фундамент витонченої математики, що сприяло універсалізації теорії та можливості аналізу надійності будь-яких відновлюваних систем [1 – 3].

Однак ця особливість класичної теорії надійності, що визначає її переваги як системної науки, призвела і до методологічних недоліків: принциповій відмінності від підходу до аналізу систем, який властивий методології історично сформованих технічних теорій (теорії ланцюгів, автоматичних і механічних систем тощо). Останні розглядають функціонування об’єкта на основі фізичних, енергетичних та інформаційних підходів, коли кожен процес функціонування переважно детермінований, параметри його підлягають безпосередньому виміру і не є абстрактними й усередненими на множині об’єктів. Якісна відмінність методології класичної теорії надійності від тої, що зазвичай використовується при проектуванні, виробництві й експлуатації, не дозволила широкому колу фахівців використовувати її в поєднанні з детермінованими методами. Це призвело до нерозуміння практичних можливостей класичної теорії і деякого негативного відношення до неї. Оскільки забезпечення індивідуальної надійності об’єкта неможливо без використання всього різноманіття методів аналізу і синтезу систем, то виникла необхідність у поліструктурній теорії надійності технічних систем [4; 5], зокрема функціональних систем авіаційної техніки, яка спирається на детерміністичну методологію історично сформованих теорій аналізу технічних об’єктів.

Постановка завдання

У поліструктурній теорії надійності технічних систем задача забезпечення індивідуальної надійності об’єкта вирішується шляхом поєднання причинно-наслідкового детермінованого підходу зі стохастичним його розвитком у напряму теорії надійності, як взаємно доповнювальних одна одну. При цьому аналіз систем здійснюється за енергетичними змінними в детермінованій постановці. Під час аналізу систем постає задача оцінки її ефективності. За таку оцінку може бути прийнята ймовірність структурної функції системи при достовірному вхідному потоці. Оскільки структурна функція H являє собою суму добутків ε-подій, то при визначенні її ймовірності $P(H)$, де

$$H = \bigcup_{i=1}^{m} H_i\,,\ H_i = \bigcap_{j_i} \varepsilon_{j_i}$$

необхідно використовувати теореми ймовірності добутку і сум. У зв’язку з тим, що ε-події вважаються незалежними, застосування теореми ймовірності добутку не викликає ускладнень:

$$P\left(\bigcap_j \varepsilon_j\right) = \prod_j P\left(\varepsilon_j\right).$$

Для визначення ймовірності суми спільних подій можна використовувати формулу Пуанкаре, але це призводить до великих обчислювальних ускладнень. При багатьох доданків кількість поєднань дуже велике, і тому навіть за допомогою ЕОМ не можна одержати точного значення ймовірності $P(H)$. Так, при m = 100 маємо $C_{100}^{1}=100$, $C_{100}^{2}\approx 5\cdot 10^{3}$, $C_{100}^{3}\approx 16\cdot 10^{4}$ – усього (2^m – 1) поєднань. Одним із перспективних шляхів подолання цих ускладнень є ортогоналізація, відповідно до якої подія

$$H=\bigcup_i H_i$$

подається як об'єднання неспільних подій:

$$H=\bigcup_{i=1}^{m} H_i = H_1 + H_1 H_2 + \ldots + H_m \bigcap_{i=1}^{m-1} H_i\,, \qquad (1)$$

а ймовірність події $P(H)$ знаходиться як

$$P(H)=P(H_1)+P(H_1H_2)+\ldots+P\left(H_m\bigcap_{i=1}^{m-1}H_i\right).$$

Виразивши події H_i через ε_{rl}, можна одержати формулу H у вигляді об'єднання ортогональних перерізів подій ε_{rl}, причому кількість переризів менше значення (2^m – 1). Наприклад при паралельно-послідовному з'єднанні подія справної роботи $H = H_1 + H_2$, де $H_1 = \varepsilon_1\varepsilon_2$, $H_2 = \varepsilon_2\varepsilon_3$. З одного боку, подію H можна знайти, розглядаючи всі елементарні події $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3,\ldots,\overline{\varepsilon}_1\overline{\varepsilon}_2\overline{\varepsilon}_3$. З них знаходимо ті, при яких відбувається подія $H=\overline{\varepsilon}_1\varepsilon_2\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3$. З іншого боку, за допомогою ортогоналізації одержимо подію $H=H_1+\overline{H}_1H_2=\varepsilon_1\varepsilon_2+\overline{\varepsilon}_1\varepsilon_2\varepsilon_3$ як об'єднання двох неспільних подій. Але безпосереднє використання ортогоналізації (1) для великих значень m > 10 призводить до тих самих обчислювальним ускладнень, які виникають під час використання методу станів і теореми Пуанкаре.

Аналіз інформаційних систем за окремими частинами й урахування потоків енергії в системі призводять до необхідності аналізу залежності між еквівалентними ε-подіями перетворених підсхем. Цей аналіз найпростіше робити, коли структурна функція подана як сума m ортогональних перерізів ε-подій, у вигляді виразу (1). При цьому загальна задача зводиться до m незалежних задач, кожна з яких є найпростішою з можливих. Кількість доданків неортогоналізованої функції Θ_j досить велике, що викликає обчислювальні ускладнення в проведенні ортогоналізації. Їх можна подолати, якщо ортогоналізувати вихідну систему рівнянь:

$$\Theta_j=\Theta'_j+\varepsilon_{j1}\Theta_1+\ldots+\left(\bigcap_{i=1}^{n-1}\overline{\varepsilon_{ji}\Theta_i}\right)\varepsilon_{jn}\Theta_n\,. \qquad (2)$$

Безпосереднє використання системи (2) утрудено через складність точного визначення перерізів $\bigcap_i \varepsilon_{ji}\Theta_i$.

Оцінки ймовірності $P(\Theta_j)$ можна одержати, якщо використовувати підмножину $\Theta_j^*\subset\Theta_j$, яка являє собою ортогональну суму [6].

Найпростіше визначити підмножину Θ_j^* як

$$\Theta_j^*=\Theta'_j+\varepsilon_{j1}\Theta_1+\ldots+\left(\bigcap_{i=1}^{n-1}\overline{\varepsilon}_{ji}\right)\varepsilon_{jn}\Theta_n\,.$$

Позначимо

$$\left(\bigcap_{i=1}^{k-1}\overline{\varepsilon}_{ji}\right)\varepsilon_{jk}=\varepsilon_{jk}^*\,. \qquad (3)$$

Систему (3) можна записати як матрицю

	1	2	…	n		
1		$-\varepsilon_{12}^*$	…	$-\varepsilon_{1n}^*$	Θ_1^*	Θ'_1
…	…	…	I	…	…	…
n	$-\varepsilon_{n1}^*$	$-\varepsilon_{n2}^*$	…	I	Θ_n^*	Θ'_n

Для визначення подій Θ_j^* можна скористатися формулою

$$\Theta_j^*=\bigcup_i a_{ij}^*\Theta'_i\,, \qquad (4)$$

де a_{ij}^* – алгебричне доповнення, обумовлене по детермінанті a^* квадратної матриці системи рівнянь.

Формула (4) у правій частині містить об'єднання тільки ортогональних одночленів, кількість яких m дорівнює кількості шляхів з вершини i у вершину j. Тому і функція ймовірності $P(\Theta_j^*)$ буде містити m доданків-імовірностей. У результаті одержуємо оцінку $P(\Theta_j^*)\le P(\Theta_j)$, яку порівняно просто обчислити у випадку як незалежних, так і залежних ε-подій.

При аналізі та синтезі надійності складних технічних систем потрібно поєднання символьних методів аналізу з числовими. Однією з перших задач є визначення структурної функції (4) і функції вихідного параметра в символьному вигляді. Розв'язанню цих задач присвячені праці [6 – 8]. Найбільш перспективним є метод, що використовує теорію множин. Зокрема, великі можливості закладені в методі структурних чисел. На основі загальних положень цього методу, з урахуванням специфіки розглянутої задачі побудований алгоритм розкриття алгебричних доповнень a_{ij} і a_{ii} в символьному вигляді.

З огляду на спільність вигляду матриць [ρ] і [ε], а також на те, що для розкриття доповнень досить мати інформацію про координати ql величини ρ чи події ε, зручно ввести координатну матрицю:

	1	2	…	n
1	(11)	(12)	…	(1n)
…	…	…	…	…
n	$(n1)$	$(n2)$	…	(nn)

Тут величини ρ_{ql} і ε_{ql} однозначно визначаються через елемент (ql), а матриці [ρ] і [ε] – через матрицю $[(ql)]$. При цьому елементи (ii) дорівнюють одиниці для матриці [ρ] (її детермінанта a_ρ) і достовірній події I для матриці [ε] (її детермінанта a^0). Детермінанти a_ρ і a_0 ізоморфні детермінанті a матриці $[(ql)]$, яку можна розглядати як граф. Доцільно скласти загальний алгоритм визначення в символьному вигляді як коефіцієнтів A_{ji}, що являють собою детерміновану функцію від випадкових ρ-величин (процесів)

$$A_{ji} = \frac{Q_j}{Q_i} = \frac{a_{ij.\rho}}{a_{ii.\rho}} = \varphi(\rho_1, \ldots, \rho_n) = \frac{a_{ij}}{a_{ii}},$$

так і структурної функції дискретної частини H_{ji}, що визначає подію Θ_j за умови вірогідності події Θ_i. А тому що подія $\Theta_j = a_{ij}^0 \Theta_i'$, то структурна функція за умови $\Theta_i = I$ залежить тільки від ε-подій:

$$H_{ji} = a_{ij}^0 = h(\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n) = \Theta_j,$$

де ρ_j – однозначно визначено на множині $\{\rho_{ql}\} = \{(ql)\}$; ε – на множині $\{\varepsilon_{ql}\} = \{(ql)\}$.

Основні моменти розкриття визначників a_{ij} і a_{ii} в символьному вигляді необхідні для визначення структурної функції.

Визначник a_{ij} являє собою об’єднання простих шляхів H_i.

Простий шлях являє собою впорядкований переріз елементів $(ql)^*$, для якого перша координата попереднього елемента дорівнює другій координаті наступного елемента, друга координата першого елемента дорівнює i, а перша координата останнього елемента дорівнює j.

Визначник $a_{ii} = I - a_{ii}^0$, де $I = 1$ для випадку $a_{ii} = a_{ii\rho}$ та I – достовірна подія для випадку $a_{ii} = a_{ii}^0$; a_{ii}^0 – об’єднання петель.

Петля являє собою упорядкований перетин елементів $\{(ql)\}$, для якого елемент (ql) може зустрічатися тільки один раз, друга координата попереднього елемента дорівнює першій координаті наступного елемента, друга координата останнього елемента дорівнює першій координаті першого елемента. Це дозволяє побудувати алгоритм і програму перебування структурної функції.

Алгоритм розкриття детермінанта в символьному вигляді

Дано: матриця [ε], номер вхідної i та вихідної вершин j.

Знайти: усі прості шляхи і петлі.

Розв’язання.

1. Складаємо перетворену матрицю $[\varepsilon^*]$, що містить тільки координати непорожніх множин матриці [ε] з елементами ql, $\forall\ q \neq l$, з якої виключені елементи qq.

2. Задаємо номера вхідної i та вихідної j вершини.

3. Виключаємо з матриці $[\varepsilon^*]$ елемент ji, запам’ятовуючи його як простий (елементарний) шлях.

4. Для петлі знаходимо t-стовпчик з мінімальним числом елементів qt. Якщо таких стовпчиків небагато, вибираємо з них той, у якого найменша координата t. Для спрощення алгоритму пошуку шляхів координата $t = i$.

5. Розглядаємо всі елементи t-стовпчика як проміжний результат. У загальному випадку проміжний результат являє собою упорядкований переріз елементів матриці $[\varepsilon^*]$, у якого перша координата попереднього елемента дорівнює другій координаті наступного елемента.

6. Вибираємо проміжний результат – перший елемент q_1t стовпчика, для якого координата $q_1 = \min q$.

7. Першу координату q_k останнього елемента q_kl_k поміщаємо в множину m_1, другу l_k – у множину m_2.

8. Визначаємо множину r перших координат елементів qk-стовпчика: якщо $r = \varnothing$, переходимо до п. 12, інакше переходимо до п. 9.

9. Перевіряємо належність $j \in m_1$: якщо $j \cap m_1 = j$, запам’ятовуємо проміжний результат як простий шлях і переходимо до п. 12; якщо $j \cap r = \varnothing$, переходимо до п. 10.

10. Перевіряємо належність $q_k \in m_2$: якщо $q_k \cap m_2 = q_k$, запам’ятовуємо проміжний результат як петлю і переходимо до п. 12; якщо $q_k \cap m_2 = \varnothing$, переходимо до п. 11.

11. Знаходимо множину $B = r - m_1$: якщо $B = \varnothing$, то виключаємо розглянутий проміжний результат і переходимо до п. 12; якщо множина $B \neq \varnothing$, то множимо проміжний результат по черзі на елементи q_kl_k, $\forall\ q_k \in B$, запам’ятовуємо їх і переходимо до п. 12.

12. Перетворюємо кожний проміжний результат за алгоритмом пп.7 – 11.

13. Формуємо окремо масиви шляхів й петель.

Система без стохастичного зворотного зв’язку оцінюється ймовірністю появи інформації на виході $P(\Theta_j) = P(H_{ji}/\Theta'_i)P(\Theta'_i)$, що для лінійних систем дорівнює $P(\Theta_j) = P(a_{ij}^0)P(\Theta'_i)$.

Оцінкою ефективності системи буде ймовірність $P(H_{ji}) = P\left(\dfrac{a_{ij}^0}{\Theta'_i}\right)$, обумовлена через імовірності p_k подій ε_k (у випадку їхньої незалежності).

Алгоритм вагової ортогоналізації

1. Знаходимо вагу γ_{ql} кожного елемента (ql) визначника a_{ij}, яка дорівнює кількості простих шляхів H_k, структурної функції $H_{ji} = \bigcap_k H_k$, в яку входить елемент (ql);
2. Вибираємо елемент із максимальною вагою: $\gamma_{st} = \max(\gamma_{ql})$.
3. Перетворюємо структурну функцію за формулою

$$H_{ji}(st)\left[H_{ji} \mid (st)\right] + (\overline{st})\left[H_{ji} \mid (\overline{st})\right],$$

де $\left[H_{ji} \mid (st)\right]$ – подія H_{ji} за умови $(st) = I$, що містить усі прості шляхи H_k, з яких виключений елемент (st); $\left[H_{ji} \mid (\overline{st})\right]$ – об'єднання всіх простих шляхів H_k функції H_{ji}, які не містять елемент (st).

4. Визначаємо перетворені прості шляхи, що містять один елемент. Виключаємо інші шляхи, які містять хоч один із цих елементів.
5. Знаходимо ймовірності:

$$P(H_{ji}) = P[(st)]P\left[H_{ji} \mid (st)\right] + \\ +\left(1 - P[(st\}]\right)P\left[H_{ji} \mid (\overline{st})\right]$$

6. Розглядаємо окремо події $H_{ji} \mid (st)$ і $H_{ji} \mid (\overline{st})$ за правилами, викладеними у пп.1 – 5.

Висновки

Вагова ортогоналізація, яка включає в себе й операцію поглинання, дозволяє на кілька порядків скоротити число ортогональних доданків перетвореної структурної функції в порівнянні з числом перерізів простих шляхів чи числом станів, необхідних для визначення ймовірності $P(H_{ji})$ за теоремою Пуанкаре або за методом станів. Вагова ортогоналізація дозволяє знайти точні значення функції надійності $P(H_{ji})$.

Безпосередній підрахунок ваг для графів з багатьма вершинами досить складний, тому що вимагає визначення всіх простих шляхів. Тому доцільно в подальшому розробити алгоритм визначення ваг безпосередньо за визначником a_{ij}, минаючи перебір усіх простих шляхів.

Список літератури

1. *Барлоу Р., Прошан Ф.* Математическая теория надежности. – М.: Сов. радио, 1969. – 448 с.
2. *Алексеев К.П.* Эксплуатационная надежность авиационных силовых установок. – М.: Транспорт, 1976. – 160 с.
3. *Надежность* технических систем: Справ. /Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
4. *Michael J. Kroes, William A. Watkins, Frank Delp*. Reliability of Operation, Paperback. – 6th ed. Glencoe McGraw Hill, 1999. – 648 p.
5. *Jack Lambie*. Designing and Building Composite Model Aircraft, Paperback. – 2nd ed. Markowski Intl., 1997. – 216 p.
6. *Пампуро В.И.* Прогнозирование стабильности информационных устройств. – К.:Техніка, 1978. – 248 с.
7. *Максимович Н.Г.* Методы топологического анализа электрических цепей. – Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1970. – 200 с.
8. *Рябини И.А., Киреев Ю.Н.* Надежность судовых электрических систем и судового оборудования. –Л.: Судостроение, 1974. – 264 с.

Стаття надійшла до редакції 22.12.03.

И.И. Линник, А.А. Тамаргазин

Оценка эффективности функциональных систем авиационной техники

Рассмотрена оценка эффективности технической систем при построении полиструктурной модели ее надежности. Предложен алгоритм раскрытия детерминанта структурной функции системы в символьном виде.

I.I. Linnik, A.A. Tamargazin

Estimation of effectiveness of aircraft functional system

It is discussion the problem of an estimation of effectiveness engineering systems at construction of polystructural model its reliability. It is considered the algorithm of disclosing of a structural functional system determinant in a symbolical aspect.