

УДК 629.73-036.5:539.371:517.972(045)

О.Г. Кучер, д-р техн. наук
В.В. Харитон

**РОЗРАХУНОК ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ
КРИВОЛІНІЙНОЇ БАГАТОШАРОВОЇ ПЛАСТИНИ
МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ
З ЧИСЛОВИМ ВИЗНАЧЕННЯМ МАТРИЦІ ЖОРСТКОСТІ**

Аерокосмічний інститут НАУ, e-mail: souzvv@bigmir.net

Наведено метод розрахунку плоского деформованого стану криволінійної пластини методом скінченних елементів у середовищі розрахункового комплексу ANSYS з числовим визначенням матриці жорсткості без обмеження кількості шарів. Для підвищення ефективності й точності розрахунків використано наукові та інженерні комп'ютерні програмні комплекси.

Постановка завдання

З розвитком сучасних скінченно-елементних розрахункових комплексів виникла необхідність розрахунків багатошарових конструкцій з неізотропних матеріалів, для проведення яких потрібно задавати кількість шарів та їх властивості.

Кожний розрахунковий комплекс має свої обмеження на кількість шарів в конструктивному елементі, що є досить суттєвим недоліком.

Крім того, процедура ідентифікації властивостей кожного окремого шару досить трудомістка [1; 2].

Для запобігання цих недоліків у розрахунковому комплексі ANSYS існує можливість зовнішнього розрахунку і побудови матриці жорсткості багатошарового восьмивузлового оболонкового елемента з подальшим введенням її у вигляді масиву даних.

Під час розрахунку деформованого стану конструкцій із композиційних матеріалів методом скінченних елементів побудова матриці жорсткості дозволяє абстрагуватися від багатошаровості та перейти до розрахунку умовно цілісної конструкції [3].

У даній роботі пропонується послідовність розрахунку даної матриці для чотирикутного плоского скінченного елемента і подальшої дискретизації цим елементом криволінійної поверхні пластини. Розрахунок проводили для плоского напруженого стану, вважаючи напруження по товщині шару сталими.

Побудова матриці жорсткості

Конструкція, що використовується, складається з шарів, матеріал яких має різні властивості вздовж волокон і перпендикулярно до них.

Напружений стан вважаємо плоским.

Розмір по товщині значно менший за повздовжній.

Шари надійно закріплені один з одним.

Лінії, перпендикулярні до поверхні пластини, залишаються прямими і перпендикулярними після деформації.

Розрахунок проводиться в пружній області.

Для ортотропних матеріалів властивості в двох взаємно перпендикулярних напрямках є різними, тобто існує два значення модуля пружності й коефіцієнта Пуассона, та одне значення модуля зсуву, який пов'язує напруження зсуву з деформацією зсуву:

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1;$$

$$v_{12} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1};$$

$$v_{21} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$

$$\tau_{12} = G_{21} \gamma_{12}.$$

Рівняння (1) можна пов'язати між собою та записати в матричній формі

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де матриця $[Q]$ відома як понижена жорсткість. Її елементи дорівнюють

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - v_{12}v_{21}};$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - v_{12}v_{21}};$$

$$Q_{12} = \frac{v_{21}E_1}{1 - v_{12}v_{21}};$$

$$Q_{66} = G_{12}.$$

Вважаємо, що пластина з рис. 1 навантажується під кутом, який не дорівнює нулю щодо напрямку вісі l . Це означає, що напрямок навантаження не збігається з головним напрямком матеріалу пластини.

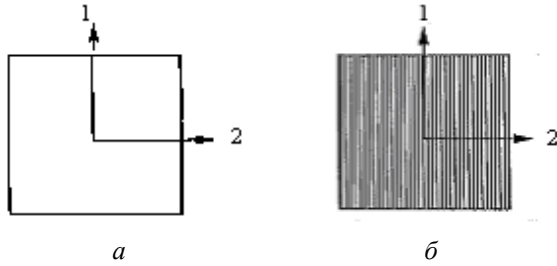


Рис. 1. Різниця між ізотропною (а) і ортотропною пластинами (б)

Напруження та деформації мають бути трансформовані в систему координат, яка збігається головними напрямками матеріалу. Потрібні перетворення можна виконати, використовуючи діаграму вільного тіла з рис. 2.

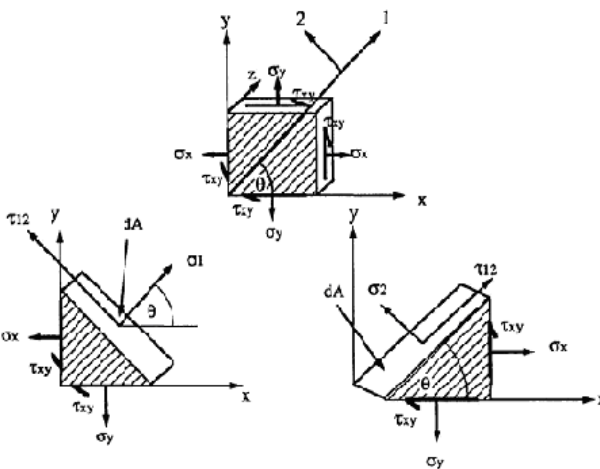


Рис. 2. Загальний випадок навантаження ортотропної пластини

З рис. 2 отримаємо вирази для $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \vartheta + \sigma_y \sin^2 \vartheta + 2\tau_{xy} \cos \vartheta \sin \vartheta, \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \vartheta + \sigma_y \cos^2 \vartheta - 2\tau_{xy} \cos \vartheta \sin \vartheta, \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \cos \vartheta \sin \vartheta + \sigma_y \cos \vartheta \sin \vartheta + \tau_{xy} (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta), \end{aligned}$$

які в матричній формі будуть мати вид

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $[T]$ – трансформаційна матриця:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix}.$$

Підставляючи рівняння (2) у другу частину рівняння (3), отримаємо

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

З рівняння (4) отримаємо матрицю, жорсткості шару

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]$$

Позначимо

$$m = \cos \vartheta, \quad n = \sin \vartheta.$$

Компоненти матриці будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_1 m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{22} n^4; \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{12} (m^4 + n^4); \\ \bar{Q}_{22} &= Q_1 n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{22} m^4; \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) m^3 n^2 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) m n^3; \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) m n^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) m^3 n; \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{66} (m^4 + n^4). \end{aligned}$$

Рівняння (4) подамо у вигляді

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Спираючись на рис. 3, введемо позначення переміщень у напрямку x як u , у як v та z як w .

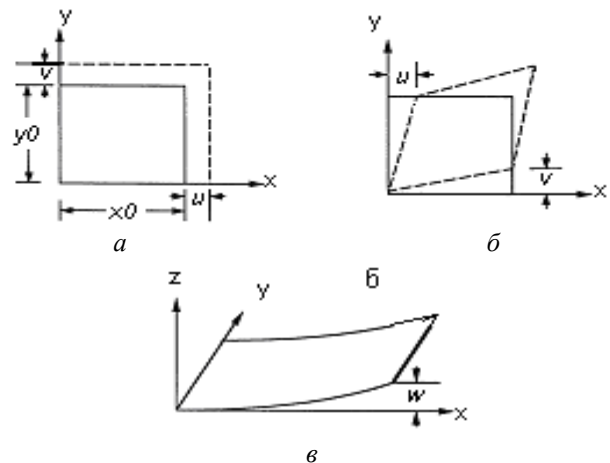


Рис. 3. Переміщення пластини (чотирикутного скінченного елемента): а – нормальне переміщення; б – переміщення зсуву; в – переміщення згину

Деформації в цих напрямках і нахили пластини внаслідок згинання можна визначити за виразами:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right); \quad \frac{\partial w}{\partial x}; \quad \frac{\partial w}{\partial y}. \end{aligned} \tag{6}$$

Загальне переміщення в кожній точці площини є сумою нормального переміщення та переміщення внаслідок дії моменту згину. Позначаючи переміщення в геометричній середині пластини як u_0 та v_0 , загальне переміщення буде мати вигляд

$$u = u_0 - z \frac{\partial w}{\partial x}; \quad v = v_0 - z \frac{\partial w}{\partial y}.$$

Використовуючи рівняння (6) та вводячи позначення для деформацій в геометричній середині:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x_0}; \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y_0}; \\ \gamma_{xy}^0 &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y_0} + \frac{\partial v_0}{\partial x_0}\right), \end{aligned}$$

для показників викривлення пластини:

$$\begin{aligned} K_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \\ K_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \\ K_{xy} &= -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \end{aligned}$$

рівняння (6) можна записати в узагальненій матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ 2\varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Використовуючи рівняння (5), (7), отримаємо рівняння в матричній формі для визначення напружень у пластині (шарі):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}.$$

Для визначення напружень з введенням багат шаровості введемо поняття результуючих напружень і моментів для окремого шару:

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz; \quad N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz; \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz; \tag{8}$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz; \quad M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz; \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz.$$

Після інтегрування для кожного окремого шару (рис. 4) і підсумовування результатів рівняння (8) буде мати такий матричний вигляд:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz; \quad \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz. \tag{9}$$

Підставляючи рівняння (7) у вираз (5), який в подальшому підставляємо в матрицю (9), отримаємо

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} z dz \right\},$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \left\{ \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} z dz + \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right\}.$$



Рис. 4. Поперечний переріз багат шарової конструкції

Оскільки серединні деформації та коефіцієнти викривлення не є функціями координати z , то вони не беруть участь у процесі інтегрування. Матриця жорсткості кожного окремого шару не змінюється по товщині шару. Вважаючи це, проводимо інтегрування. Серединні деформації та коефіцієнти викривлення не є параметрами сумування, тому використовуючи перетворення

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k - h_{k-1}); \tag{10}$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2); \tag{11}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3), \tag{12}$$

можна побудувати нову, більш узагальнену і просту в обчисленні матрицю жорсткості багат шарового плоского скінченного елемента:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Фізичний зміст складових підматриць $[A]$, $[B]$ та $[D]$ матриці жорсткості можна визначити так.

Вважаючи

$$t_k = (h_k - h_{k-1});$$

$$z_k = \frac{(h_k + h_{k-1})}{2},$$

вирази (10)–(12) можна переписати для наочності:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k t_k, \quad (14)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k t_k \frac{(h_k + h_{k-1})}{2}, \quad (15)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}]_k \left(\frac{t_k^3}{12} + t_k z_k^2 \right). \quad (16)$$

З рівняння (13) випливає, що підматриця $[A]$ може називатися просторовою матрицею жорсткості. Її елементи поєднують нормальні напруження та деформації (подібно до модуля пружності), за виключенням A_{16} та A_{26} , які пов'язують нормальні деформації та напруження зсуву. Коли елементи A_{16} та A_{26} не дорівнюють нулю, то шар витримує деформації зсуву.

Аналогічно з рівняння (13) видно, що елементи підматриць $[B]$ поєднують деформації згинання (викривлення пластини) з нормальними напруженнями та навпаки.

Елементи B_{16} та B_{26} поєднують деформації кручення з нормальними напруженнями та деформації зсуву з напруженнями згинання. Цю підматрицю можна назвати з'єднуючою або подвійної дії.

Підматриця $[D]$ являє собою матрицю жорсткості згину. Вона пов'язує викривлення пластини з моментом згину.

Розрахунок матриці жорсткості для багатошарової криволінійної пластини

Об'єктом розрахунку деформованого стану є криволінійна чотиришарова пластинка, шарнірно закріплена по чотирьох кінцях (рис. 5).

Геометричні характеристики пластини дорівнюють:

$$L=25 \text{ м}, R=25 \text{ м}, \theta=45^\circ, P=1000 \text{ Н}.$$

Товщину шарів показано на рис. 6.

Матеріал пластини однаковий для всіх шарів і має ортотропні властивості з параметрами:

$$E_1=133\,068 \text{ МПа}, E_2=8\,480,55 \text{ МПа}, \\ \nu_{12}=0,32, \nu_{21}=0,02, G_{xy}=6\,963,7 \text{ МПа}.$$

За основу був обраний вуглецево-епоксидний композиційний матеріал AS4 12K/E7K8 за ідентифікацією прийнятою в США [4; 5], який широко використовують для виготовлення першо- і другорядних деталей авіаційних двигунів цивільних і військових повітряних кораблів, зокрема, стаціонарних поверхонь обтікання та ступок пристрою реверса тяги.

Алгоритм розрахунку матриці жорсткості виконаний у системі MatLab, що надає можливість автоматично виконувати розрахунки для будь-яких комбінацій характеристик і властивостей шарів. Наведемо результати розрахунку основних елементів, потрібних для побудови матриці жорсткості:

– матриця $[Q]$ має сталі значення з огляду на однакові для всіх шарів властивості матеріалу

$$[Q] = \begin{bmatrix} 1,3393 \cdot 10^{11} & 2,731 \cdot 10^9 & 0 \\ 2,731 \cdot 10^9 & 8,535 \cdot 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 6,963 \cdot 10^9 \end{bmatrix}$$

– матриця $[\bar{Q}]_p$ буде різною для всіх значень кутів шарів $0, +45; +45; 0$ відповідно

$$[\bar{Q}]_p = \begin{bmatrix} 1,3393 \cdot 10^{11} & 2,731 \cdot 10^9 & 0 \\ 2,731 \cdot 10^9 & 8,535 \cdot 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 6,963 \cdot 10^9 \end{bmatrix};$$

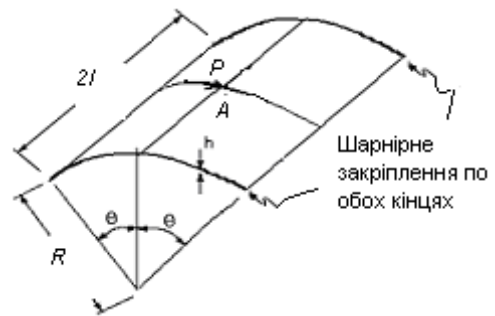


Рис. 5. Характерні розміри криволінійної пластини

0,14 мм	Шар 1	0°
0,14 мм	Шар 2	+45°
0,14 мм	Шар 3	+45°
0,14 мм	Шар 4	0°

Рис. 6. Взаємне розташування шарів

$$[\bar{Q}]_{H5} = \begin{bmatrix} 4,394 \cdot 10^{10} & 3,0017 \cdot 10^{10} & 3,1347 \cdot 10^{10} \\ 3,0017 \cdot 10^{10} & 4,3944 \cdot 10^{10} & 3,1347 \cdot 10^{10} \\ 3,1347 \cdot 10^{10} & 3,1347 \cdot 10^{10} & 3,4249 \cdot 10^{10} \end{bmatrix};$$

– складові елементів матриць $[A]$, $[B]$, $[D]$ визначаємо за формулами (14)–(16) для кожного окремого шару, складові елементів цих шарів – підсумовуванням їхніх складових:

$$A_{11} = 4,98 \cdot 10^7; A_{12} = 9,17 \cdot 10^6; A_{22} = 1,47 \cdot 10^7;$$

$$A_{16} = 8,78 \cdot 10^6; A_{26} = 8,78 \cdot 10^6; A_{66} = 1,15 \cdot 10^7;$$

$$B_{11} = 0; B_{12} = 0; B_{22} = 0; B_{16} = 0; B_{26} = 0; B_{66} = 0;$$

$$D_{11} = 1,8; D_{12} = 8,9 \cdot 10^{-2}; D_{22} = 1,9 \cdot 10^{-1};$$

$$D_{16} = 5,7 \cdot 10^{-2}; D_{26} = 5,7 \cdot 10^{-2}; D_{66} = 1,5 \cdot 10^{-1}.$$

Результуюча матриця жорсткості чотирикутного плоского скінченного елемента (пластини) набуває вигляду

$$[ABBD] = \begin{bmatrix} 4,98 \cdot 10^7 & 9,17 \cdot 10^6 & \dots & \dots & \dots \\ 9,17 \cdot 10^6 & 1,47 \cdot 10^7 & \dots & \dots & \dots \\ 8,78 \cdot 10^6 & 8,78 \cdot 10^6 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 8,78 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 8,78 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 1,15 \cdot 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 1,8 & 8,9 \cdot 10^{-2} & 5,7 \cdot 10^{-2} \\ \dots & 0 & 8,9 \cdot 10^{-2} & 1,9 \cdot 10^{-1} & 5,7 \cdot 10^{-2} \\ \dots & 0 & 5,7 \cdot 10^{-2} & 5,7 \cdot 10^{-2} & 1,5 \cdot 10^{-1} \end{bmatrix}$$

Розрахунок деформованого стану криволінійної багат шарової пластини в середовищі розрахункового скінченно-елементного комплексу ANSYS

Створена в CAD-системі MDT геометрична модель пластини (рис. 7) імпортується в скінченно-елементний комплекс ANSYS, у середовищі якого проводився підрахунок деформованого стану.

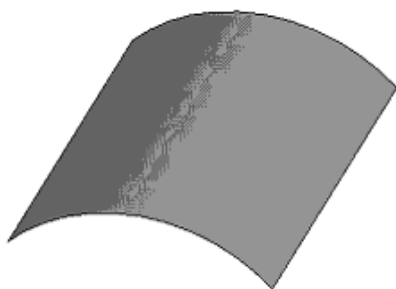


Рис. 7. Тривимірний модель криволінійної пластини

Визначена в системі MatLab матриця жорсткості вводиться у форматі текстового файлу в систему ANSYS, попередньо вибравши функцію мануального введення матриці жорсткості скінченного елемента SHELL99.

Схематично процес інтегрування систем моделювання різних напрямків показаний на рис. 8.

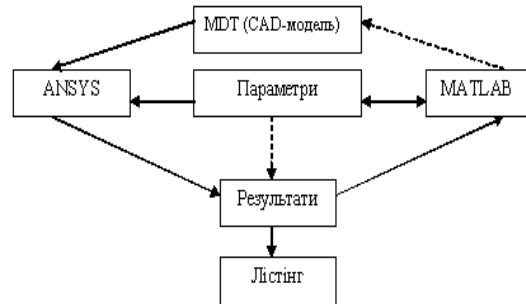


Рис. 8. Структура поєднання для розрахунку ланцюга CAD-CAE систем

Скінченно-елементна модель пластини складається з 16 скінченних елементів типу SHELL99 (рис. 9).

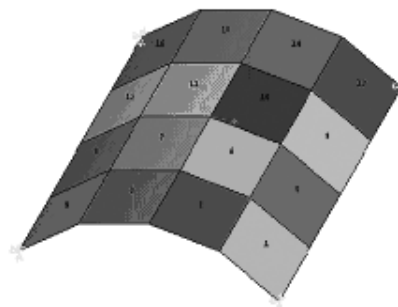


Рис. 9. Тривимірний скінченно-елементна модель криволінійної пластини

Розбиття на парну кількість скінченних елементів виконано з необхідності прикладення точкової сили в середині пластини.

Вихідними результатами розрахунку є деформований стан криволінійної пластини (рис. 10) з візуалізацією розподілу деформацій по поверхні (рис. 11), і лістинг результатів (див. таблицю).

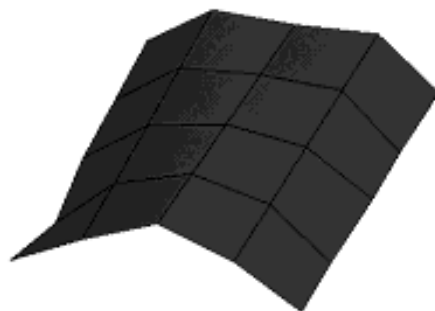


Рис. 10. Деформований стан криволінійної пластини

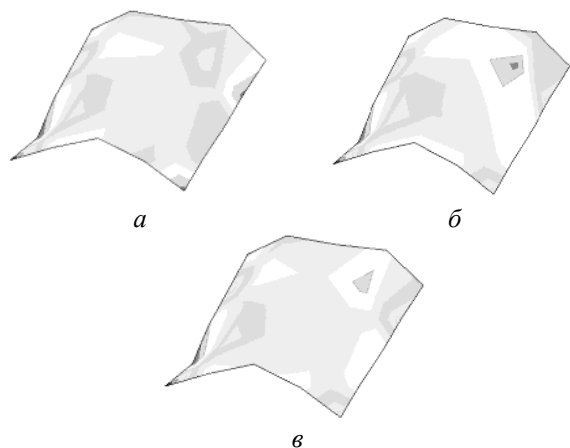


Рис. 11. Розподіл деформацій по поверхні пластини:
 а - ε_{xy} ; б - ε_x ; в - ε_y

Деформації у скінченних елементах скінченно-елементної моделі криволінійної пластини

Номер скінченного елемента	Деформація		
	$\varepsilon_x \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_y \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_{xy} \cdot 10^{-5}$
1	0,40642	0,18145	-0,54313
2	1,5419E	0,61008	-0,61342
3	-2,5574	-0,10119	-1,0174
4	-0,4534	-0,20243	-0,60591
5	-0,4964	-0,22162	0,66337
6	0,15403	0,0060944	-0,061277
7	-4,2854	-0,16956	-1,7049
8	-0,044321	-0,019788	-0,059228
9	-0,041568	-0,018559	0,055549
10	3,9923	0,15796	-1,5882
11	0,2288	0,0090526	0,091021
12	0,43166	0,19272	0,57685
13	0,60944	0,27209	-0,81443
14	3,9274	0,15539	-1,5624
15	0,8843	0,034988	0,3518
16	-9,252	-0,041307	-0,12364

Висновки

У основі проведеного розрахунку деформованого стану чотиришарової криволінійної пластини з композиційного матеріалу лежить підрахунок елементів матриці жорсткості скінченного елемента, за допомогою якого була проведена дискретизація поверхні пластини.

Скінченно-елементна модель дозволяє абстрагуватися від багат шаровості та привести пластину до умовно цілісної.

Під час визначення деформованого стану криволінійної багат шарової пластини були встановлені інтеграційні зв'язки між сучасними комп'ютерними системами геометричного моделювання автоматизованих інженерних і наукових розрахунків.

У подальшому робота може отримати розвиток у побудові матриці жорсткості для об'ємного напруженого стану, що дозволить проводити тривимірні розрахунки необолонкоподібних тіл.

Список літератури

1. *Метод конечных элементов*. Учеб. пособие для вузов / Под ред. П.М. Варвака. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1981. – 176 с.
2. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
3. *Nettles T.* Basic mechanics of laminated plates NASA reference publication 1351. – USA: MSFC, Alabama, 1994. – 101 p.
4. *Polymer matrix composites, MIL-HDBK-17E. Vol. 2. Polymer matrix composites material properties.* – USA: Material Sciences Corporation, 1997. – 433 p.
5. *Polymer matrix composites, MIL-HDBK-17E. Vol. 3 Material usages, design and analysis.* – USA: Material Sciences Corporation, 1997. – 351 p.

Стаття надійшла до редакції 22.12.03.

А.Г. Кучер, В.В. Харитон

Расчет деформированного состояния многослойной криволинейной пластины методом конечных элементов с численным определением матрицы жесткости

Приведен метод расчета плоского деформированного состояния криволинейной пластины методом конечных элементов в среде расчетного комплекса ANSYS с численным определением матрицы жесткости без ограничения количества слоев. Для повышения эффективности и точности расчетов использованы научные и инженерные компьютерные программные комплексы.

O.G. Kucher, V.V. Kharyton

Definition of the deformed shape of a layered curved plate by final elements method with numerical definition of the stiffness matrix

In the work the method of plate deformed shape calculation of a curved plate by final elements method in the environment of ANSYS calculation complex with numerical definition of the stiffness matrix without layers number restriction is presented. A number of scientific and engineering computer program complexes have been used to increase efficiency and accuracy of calculations.

