УДК 629.7.018.74

М.В. Миронович, А. Н. Сильвестров, А.А. Стенин, Р. Ф. Хотячук

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРЕДЕЛЬНЫХ ОЦЕНОК ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Описан метод предельных оценок аэродинамических параметров летательных аппаратов, позволяющий с достаточной точностью определить аэродинамические коэффициенты, необходимые для диагностирования имеющейся авиационной техники и прогнозирования новых реальных образцов.

Важными аспектами обеспечения безопасности полетов авиационной техники являются построение достоверных моделей динамики летательных аппаратов и адекватное оценивание их параметров – аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов. В этом направлении разработано и апробировано множество алгоритмов и методов, накоплен практический опыт идентификации аэродинамических коэффициентов и других параметров летательных аппаратов. Авторы предлагают свой метод идентификации, названный методом предельных оценок (МПО), существенно повышающий точность оценивания аэродинамических коэффициентов.

В работе [1] предложено определение «истинных» параметров математической модели реального объекта идентификации. Прежде всего, при рассмотрении реальных объектов и систем физического мира необходимо иметь в виду следующее:

объект не может быть автономным, поскольку в мире существует всеобщая взаимосвязь всех явлений и процессов ;

объект является нелинейным, т.е. не может быть исчерпывающе описан с помощью линейных преобразований, поскольку их коэффициенты оказываются прямо или опосредствованно зависимыми от переменных объекта;

объект нестационарен—его параметры изменяются во времени.

С этих позиций рассмотрим самолет как объект физического мира, подлежащий идентификации. Запас устойчивости самолета σ_n по вертикальной перегрузке $n_Y(t)$ - это расстояние по продольной оси самолета между точкой X_C центра масс и точкой X_F приложения равнодействующей всех аэродинамических сил, нормированное по длине средней аэродинамической хорды b_A крыла [2]. Летящий самолет, в принципе, неавтономен, так как он летит в результате взаимодействия с окружающей средой; нелинеен, так как все аэродинамические коэффицинты, в частности, $m_{Z_1}^{C_y}$ и $m_{Z_1}^{\bar{\omega}_z}$, через которые выражается запас устойчивости [2]

$$\sigma_n = m_{Z_1}^{C_y} + \frac{m_{Z_1}^{\bar{\omega}_z}}{\mu}, \tag{1}$$

являются только производными по C_y и ω_z от сложной нелинейной зависимости в конкретной точке пространства состояний самолета; нестационарен, в частности, из-за нестационарности коэффициента μ, приведенного в формуле в (1) :

$$\mu = \frac{2m(t)}{\rho(t) S b_A},$$

где $m(t)$ и $\rho(t)$ - изменяющиеся во времени масса самолета и плотность воздуха; S - площадь крыла.

Задача точного оценивания σ_n осложняется еще и тем, что аэродинамические коэффициенты , входящие в уравнение (1), определяются из стационарной линеаризованной модели

$$\Delta m_{Z_1}(t) = m_{Z_1}^{C_y} \Delta C_Y(t) + m_{Z_1}^{\bar{\omega}_z} \Delta\omega_{Z_1}(t) + m_{Z_1}^{\delta_B} \Delta\delta_B(t) \ ,$$

которая точна только в пределе при $\Delta C_y, \Delta\omega_{Z_1}, \Delta\delta_B$, стремящихся к 0 и на малом интервале наблюдения T.

С учетом всех указанных замечаний изложим общие проблемы построения математических моделей реальных объектов. Итак, точная модель реального объекта представима в виде

$$\dot{X}_\infty(t) = f(X_\infty(t)),$$

где $\dot{X}_\infty(t)$ - бесконечномерный вектор всех переменных объекта:

$$X_\infty = \begin{bmatrix} X(t) \\ N(t) \end{bmatrix},$$

$X(t)$ - конечномерный вектор наблюдаемых (существенных) переменных объекта; $N(t)$ - бесконечномерный вектор всех ненаблюдаемых и несущественных переменных объекта . С учетом этого модель перепишем в виде

$$\dot{X}\ (t) = f(X\ (t), N(t)). \tag{2}$$

Такую модель назовем **точной непараметризованной** моделью. Конечная мощность реальных объектов обуславливает отсутствие в природе идеальных скачков [3], что позволяет все реальные преобразования описать гладкой функцией $f(X\ (t), N(t))$ в модели (2). С учетом гладкости функции $f(X(t), N(t))$ представим ее в виде бесконечного (по числу переменных и членов разложения) ряда Тейлора в окрестности точки $X_{\infty 0} = [X_0, N_0]$ в пространстве переменных объекта. Тогда модель (2) примет вид:

$$\dot{X}_\infty = f(X_0, N_0) + \beta\Delta X_\infty(t) + \frac{1}{2}\Delta X_\infty(t) B \Delta X_\infty^T(t) + \dots \ , \tag{3}$$

где

$$\Delta X_\infty(t) = X_\infty(t) - X_{\infty 0}^T(t),$$

$$\beta = \left.\frac{\partial f(..)}{\partial X_\infty}\right|_{X_\infty = [X_0, N_0]}, \quad B = \left.\frac{\partial^2 f(..)}{\partial X_\infty \partial X_\infty^T}\right|_{X_\infty = [X_0, N_0]}.$$

Элементы матриц $\beta, B, \dots$, являющиеся константами, назовем **истинными параметрами** точной параметризованной модели (3). Если, управляя экспериментом над объектом, можно реализовать такие режимы, в которых влияние ΔN по сравнению с ΔX несущественно, то бесконечномерная точная модель (3) с определенной степенью приближения становится конечномерной по X моделью. Так, для самолета, выполняющего быстрый маневр в спокойной атмосфере в вертикальной плоскости вблизи траектории горизонтального полета, в модели (3) исключаются перекрестные связи от бокового и продольного движения (ΔN). Это упрощает модель без потери точности. Значимыми остаются только параметры модели по существенным переменным (ΔX). Коэффициенты модели (3) обычно оцениваются построчно для каждой i-й строки:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(X_0) + \left.\frac{\partial f_i}{\partial X}\right|_{X_0} \Delta X(t) + \frac{1}{2}\Delta X(t)\frac{\partial^2 f_i}{\partial X \partial X^T}\Delta X^T(t) + \ldots, i = \overline{1,n} . \quad (4)$$

Обозначим

$$\Delta y_i(X(t_k)) = \dot{x}_i(t_k) - f(X_0)_i ,$$

где $k = \overline{1,M}$ —дискретные отсчеты времени.

Тогда

$$\Delta y_i = \Delta X \beta_i + \Delta X B_i \Delta X^T + \ldots, i = \overline{1,n} ,$$

где

$$\Delta y_i = \begin{bmatrix} \Delta y_i(1) \\ \ldots \\ \Delta y_i(M) \end{bmatrix}, \Delta X = \begin{bmatrix} \Delta x_1(1) & \ldots & \Delta x_n(1) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \Delta x_1(M) & \ldots & \Delta x_n(M) \end{bmatrix}, \beta_i = \begin{bmatrix} \beta_{i1} \\ \ldots \\ \beta_{in} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} b_{i11} & \ldots & b_{i1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{in1} & \ldots & b_{inn} \end{bmatrix}.$$

На практике при нахождении оценок параметров β_i, B_i ,... всегда существует их зависимость от времени t и величины диапазона варьирования переменных ΔX. Это происходит, во-первых, из-за приближенности модели при больших ΔX (например, линеаризованной) и, во-вторых, из-за наличия ошибок измерения в X при малых ΔX. С учетом этого дадим следующее определение: **истинными параметрами** математической модели (4) реального объекта называют предел функции мгновенных значений оценок $\hat{\beta}_i, \hat{B}_i$ параметров $\beta_i, B_i, \ldots$, найденных при различных значениях ΔX при $\Delta X \to 0, t \to t_0$ (пространственно-временная область сужается к бесконечно малой) :

$$(\beta, B, \ldots) = \lim_{\substack{\Delta X \to 0 \\ t \to t_0}} (\hat{\beta}(\Delta X, t_0), \hat{B}(\Delta X, t_0)) .$$

Это определение выражает сущность МПО, которая состоит в следующем:

вычисление оценки неизвестных параметров $(\beta, B, \ldots)$ при различных значениях отклонений переменных ΔX;

аппроксимирование полученного набора оценок некоторой функцией $\hat{\beta}(\Delta X, t_0)$;

экстраполирование этой функции в точку ΔX=0.

Полученное значение оценки назовем **МПО-оценкой** . При отсутствии помех эта оценка равна истинному значению оцениваемого параметра и, кроме того, позволяет получить несмещенные оценки линейной части модели, если при этом истинная модель—нелинейная (в частности, в случае линеаризованной модели).

Рассмотрим применение МПО для оценивания запаса устойчивости самолета по вертикальной перегрузке (1), совершающего быстрый маневр в спокойной атмосфере в вертикальной плоскости вблизи направления горизонтального полета с почти постоянными скоростью, центром масс, режимом работы двигателей. Систему уравнений (3) можно редуцировать до двух уравнений продольного короткопериодического движения в отклонениях от горизонтального движения:

$$\begin{cases} \Delta\dot{\alpha}(t) = \beta_{11}\Delta\alpha(t) + \beta_{12}\Delta\omega_{Z_1}(t) + \beta_{13}\Delta\delta_B(t); \\ \Delta\dot{\omega}_{Z_1}(t) = \beta_{21}\Delta\alpha(t) + \beta_{22}\Delta\omega_{Z_1}(t) + \beta_{23}\Delta\delta_B(t), \end{cases} \tag{5}$$

где $\Delta\alpha, \Delta\omega_{Z_1}, \Delta\delta_B$ - отклонения угла атаки α, скорости ω_{Z_1}, изменения угла тангажа и рулей высоты δ_B соответственно.

Искомый запас устойчивости находим с позиций теории устойчивости как запас апериодической устойчивости в малом, определяемый по величине свободного члена характеристического уравнения линеаризованной системы (5) :

$$p^2 - (\beta_{11} + \beta_{12})p + \beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}\beta_{21} = 0,$$

$$\sigma_n = \frac{I_{Z_1}}{qSb_A}(\beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}\beta_{21}), \tag{6}$$

где I_{Z_1}/qSb_A - известный нормирующий коэффициент.

Для оценивания коэффициентов системы (5) при обычном подходе используют представительную выборку данных и решают обычную аппроксимативную задачу из условия минимума функционала невязки : хуже – в пространстве ($\Delta\alpha, \Delta\omega_{Z_1}$) путем моделирования всей системы (5) и подстройки всех шести коэффициентов; лучше - в пространстве ($\Delta\dot{\alpha}, \Delta\dot{\omega}_{Z_1}$) построчно (независимо для каждых трех коэффициентов) по предварительно сглаженным данным.

На рис. 1, 2 показаны графики $\alpha(t), \omega_{Z_1}(t), \delta_B(t)$ для ряда значений положения руля высоты легкого самолета М-17 (КБ им. Мясищева). Угол α не превышал $\pm 5°$, что обычно предполагает адекватность линейной модели (5). Выборка представительна и информативна (D-критерий равен 0.08). Погрешность аппроксимации левых частей правыми лежит в пределах неточности левых. На рис. 3 $\dot{\omega}_{Z_1}$ и ее модель практически совпали. Оценка (6) запаса устойчивости равна 0.17 и имеет пренебрежимо малую дисперсию. Таким образом, оценки модели (5) устойчивы, а сама модель имеет незначимую невязку левых и правых частей. При этом $\hat{\sigma}_n = 0.17$. Вопрос о том, насколько смещена эта оценка из-за нелинейности структуры модели (5), обычно опускается.

Метод предельных оценок позволяет проанализировать влияние величин отклонений переменных на значение оценки . Для этого из всей совокупности экспериментальных данных выделяются области G_q с примерно одинаковым изменением переменных. Подобие в данном случае устанавливается модулем максимального приращения :

$$\Delta\overline{X}(q) = \max\alpha(q) - \min\alpha(q) \; . \tag{7}$$

В табл.1 приведены значения $\Delta\overline{X}$ и оценок $\hat{\sigma}_n$ для семи подобластей.

Таблица1

q	1	2	3	4	5	6	7
$\Delta\overline{X}$	1.75	1.56	3.14	4.13	5.49	6.04	8.35
$\hat{\sigma}_n$	0.203	0.215	0.192	0.19	0.187	0.18	0.168

Искомое значение $\hat{\sigma}_n(0)$ для среднего значения $\alpha = 0.45°$ при $\Delta\overline{X} = 0$ найдем из графика $\hat{\sigma}_n(\Delta\overline{X})$, который аппроксимируем прямой (рис. 4)

$$\hat{\sigma}_n(\Delta\overline{X}) = 0.22 - 0.075\,\Delta\overline{X} \; . \tag{8}$$

Рис. 1

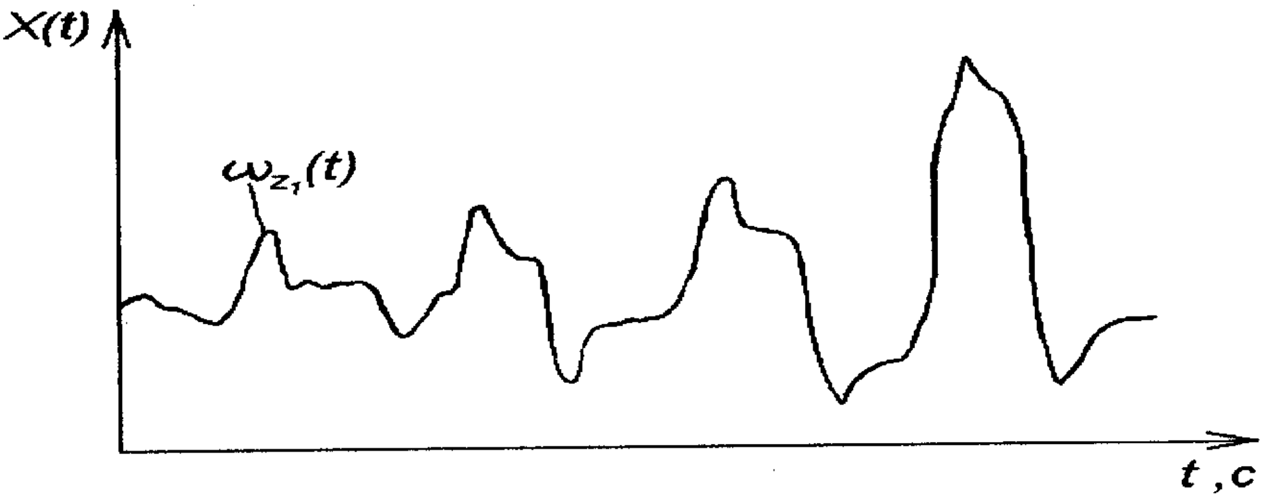

Рис. 2

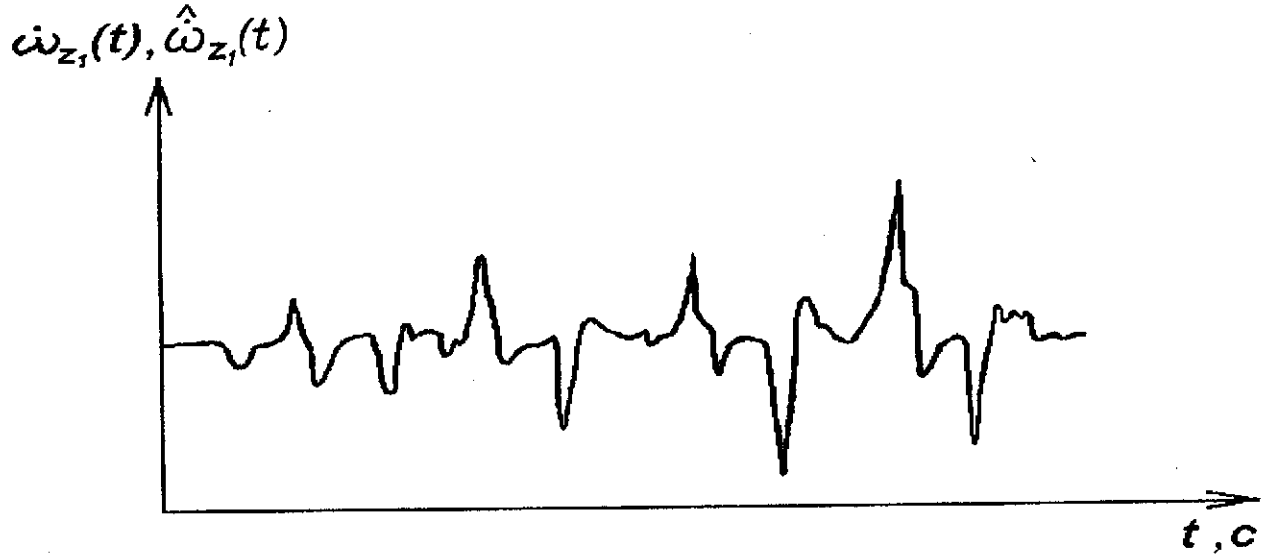

Рис. 3

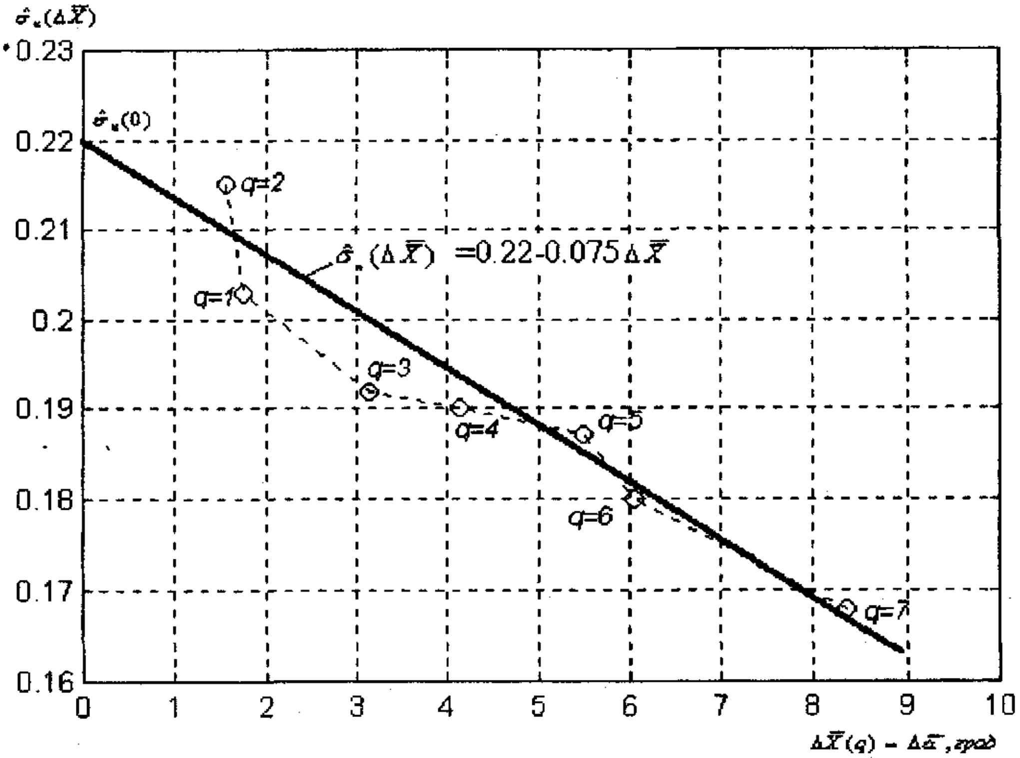

Рис. 4

МПО-оценка истинного значения равна $\hat{\sigma}_n$ =0.22, а не 0.17, как предполагалось при обычном подходе. Учитывая малый разброс оценок, нуль-гипотезу отвергаем. Можно утверждать, что истинной является МПО-оценка, тогда как при обычном методе даже при симметричности отклонений переменных (см. рис.1, 2) получают смещенную оценку.

В общем случае $\Delta\overline{X}$ - вектор, учитывающий различие режимов отдельных q-х областей по нескольким параметрам : скорости, высоте, режиму работы двигателей и т.п. Тогда зависимость (8)—многомерная, восстанавливаемая последовательно из ряда систем или же перебором структур различных регрессионных моделей.

В табл.2 собраны сведения (среднеквадратичные ошибки) о результатах оценивания запаса устойчивости для различных самолетов по МПО и обычным усреднением при размерности $\Delta\overline{X}$, равной k, и числе локальных областей q. Критерий

$$\hat{I}=\frac{СКО\sigma_n^{МПО}}{СКО\sigma_n^{Уср}}\frac{q}{q-k}$$

характеризует эффективность МПО. Для всех типов самолетов $\hat{I}$ существенно меньше 1, что подтверждает эффективность и универсальность МПО.

Таблица 2

Типа	Среднеквадратичные ошибки, %		Числа		Год эксперимента	$\hat{I}$
самолет	*МПО*	усреднение	k	q		
Ан-23	6	12	3	20	1981	0.59
Ан-12	3	22	2	5	1975	0.25
Ан-72	5	102	6	190	1978	0.05
Ил-86	7	31	2	25	1978	0.25
Ту-154	4	13	4	70	1981	0.33
Миг-25	7	50	4	50	1979	0.15
М-17	0.5	1.5	2	15	1986	0.38

Аналогичные результаты получены для других аэродинамических коэффициентов как продольного, так и бокового движения летательных аппаратов. Причем для продольного движения специально синтезируются управляющие воздействия, обеспечивающие достаточное значение D-критерия при квазипостоянстве угла атаки α и различных величинах $\Delta\overline{X}$ (7).

Таким образом, МПО позволяет с достаточной точностью определять комплекс аэродинамических коэффициентов, необходимый для диагностирования имеющейся авиационной техники и прогнозирования новых реальных образцов.

Список литературы.

1. *Сильвестров А.Н.* Два альтернативных подхода к идентификации реальных объектов// Проблемы управления и информатики. - К.-1996. - № 6. - С. 54-65.

2. *Калман Р., Фалб П., Арбиб М.* Очерки по математической теории систем.— М.:Мир, 1971. -400 с.

3. *Снеженко Ю.И.* Исследование в полете устойчивости и управляемости самолета. - М.: Машиностроение, 1971. - 328 с.

Стаття надійшла до редакції 22 листопада 1999 року.