

УДК 629.735:519.835

Л.Н. Иванова

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ УПРАВЛЯЮЩИХ ЭВМ

Разработан метод идентификации для получения цифровой математической модели в виде разностных уравнений. Метод идентификации заключается в преобразовании системы дифференциальных уравнений в эквивалентные разностные уравнения и в вычислении коэффициентов этих уравнений по результатам точного моделирования дифференциальных уравнений при действии сигналов специальной формы.

В системах автоматического управления в качестве устройства управления (регулятора) сложными динамическими объектами используются цифровые вычислительные машины. Вследствие того, что автоматическое управление осуществляется обычно по заранее заданному неизменному алгоритму в виде системы дифференциальных, интегродифференциальных или интегральных уравнений, в качестве управляющей ЭВМ используются мини-ЭВМ, а чаще – микропроцессоры с примитивной операционной системой и с ограниченной оперативной памятью.

Поэтому чрезвычайно большое значение для систем автоматического управления с такими регуляторами имеют методы, позволяющие реализовать сложные алгоритмы управления, на основе которых формулируется управление динамическими объектами в простых и недорогих управляющих микропроцессорах с ограниченными вычислительными ресурсами.

Управляющей ЭВМ на основе заданных алгоритмов управления в виде дифференциальных и других уравнений, составленных в определенной последовательности операндов и команд, в оперативную память ЭВМ вводится программа, и в результате ее реализации осуществляется выработка управления динамическими объектами – решение дифференциальных уравнений-алгоритмов какими-либо численными методами: Адамса, Рунге-Кутта и т.п.

На самом деле численные методы интегрирования преобразуют дифференциальные уравнения алгоритмов в разностные уравнения того же порядка и самого общего вида, что позволяет, используя методы идентификации, определить эти разностные уравнения и далее составить программу управляющей ЭВМ, используя эти уравнения, а не исходные дифференциальные. Это позволяет на десятичный порядок сэкономить вычислительные ресурсы и таким образом использовать примитивные ЭВМ в качестве управляющих при достаточно сложных исходных алгоритмах управления.

Рассмотрим, как дифференциальное уравнение алгоритма управления численными методами преобразуется в разностные уравнения того же порядка и достаточно общего вида.

Пусть алгоритм управления описывается неоднородным линейным уравнением:

$$\frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy_1(t)}{dt} + a_2 y_1(t) = b_0 \frac{du(t)}{dt} + b_1 u(t), \quad (1)$$

где $y_1(t)$ – неизвестная функция, которая является управлением для объекта управления; $u(t)$ – заданная управляющая функция, $y_1(0) = c_1$; $\dot{y}_1(0) = c_2$.

Для составления программы ЭВМ необходимо дифференциальное уравнение (1) преобразовать в систему уравнений того же порядка в нормальной форме:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1(t)}{dt} &= y_2(t) + b_0 u(t), \\ \frac{dy_2(t)}{dt} &= -a_2 y_1(t) - a_1 y_2(t) + b_1 u(t).\end{aligned}\quad (2)$$

Согласно численному методу интегрирования (например, Рунге-Кутта четвертого порядка) система дифференциальных уравнений (2) преобразуется программой ЭВМ в систему разностных уравнений:

$$\begin{aligned}y_1(t_n + h) &= y_1(t_n) + \frac{1}{6}(k_{11} + 2k_{12} + 2k_{13} + k_{14}), \\ y_2(t_n + h) &= y_2(t_n) + \frac{1}{6}(k_{21} + 2k_{22} + 2k_{23} + k_{24}),\end{aligned}\quad (3)$$

где коэффициенты k_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, 2, 3, 4$ вычисляются известным образом на каждом шаге h интегрирования на основе правых частей системы уравнений (2).

При подстановке этих коэффициентов k_{ij} в уравнения (3) их можно представить в следующей общей форме:

$$\begin{aligned}y_1(t_n + h) &= c_{11}y_1(t_n) + c_{12}y_2(t_n) + c_{13}u(t_n) + c_{14}u\left(t_n + \frac{h}{2}\right) + c_{15}u(t_n + h), \\ y_2(t_n + h) &= c_{21}y_1(t_n) + c_{22}y_2(t_n) + c_{23}u(t_n) + c_{24}u\left(t_n + \frac{h}{2}\right) + c_{25}u(t_n + h),\end{aligned}\quad (4)$$

где коэффициенты c_{ij} – постоянные числа при $h = \text{const}$.

Решение этой последней системы разностных уравнений (4) и составляет приближенное решение дифференциальных уравнений (2).

Если заранее определить эту систему разностных уравнений (4) для дифференциальных уравнений (2) алгоритма управления управляющей ЭВМ, то программу этой ЭВМ можно составить по разностным уравнениям (4), что дает существенную экономию вычислительных ресурсов для их решения в процессе управления. Эти уравнения назовем разностными уравнениями эквивалентными дифференциальным (2).

Для определения разностных уравнений (4) предлагается использовать метод идентификации на основе предварительного вычислительного эксперимента. Для этого заранее на основе вычислительного эксперимента, заданного численного метода, шага интегрирования h и тест-сигнала $u(t)$ определяются решения $y_1(t_n)$, $y_2(t_n)$, $y_1(t_n + h)$, $y_2(t_n + h)$ и фиксируются вместе с $u(t_n)$, $u\left(t_n + \frac{h}{2}\right)$, $u(t_n + h)$ в виде таблиц значений этих величин. Зная эти величины, всегда можно определить значения коэффициентов c_{ij} разностных уравнений (4).

Так для определения пяти коэффициентов первого из системы уравнений достаточно иметь значения переменных в пяти точках независимой переменной $t_n: t_{n1}, t_{n2}, t_{n3}, t_{n4}$, и t_{n5} . Коэффициенты c_{ij} можно определить, решая следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix}
 y_1(t_{n1}) & y_2(t_{n1}) & u(t_{n1}) & u\left(t_{n1} + \frac{h}{2}\right) & u(t_{n1} + h) \\
 y_1(t_{n2}) & y_2(t_{n2}) & u(t_{n2}) & u\left(t_{n2} + \frac{h}{2}\right) & u(t_{n2} + h) \\
 y_1(t_{n3}) & y_2(t_{n3}) & u(t_{n3}) & u\left(t_{n3} + \frac{h}{2}\right) & u(t_{n3} + h) \\
 y_1(t_{n4}) & y_2(t_{n4}) & u(t_{n4}) & u\left(t_{n4} + \frac{h}{2}\right) & u(t_{n4} + h) \\
 y_1(t_{n5}) & y_2(t_{n5}) & u(t_{n5}) & u\left(t_{n5} + \frac{h}{2}\right) & u(t_{n5} + h)
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 c_{11} \\
 c_{12} \\
 c_{13} \\
 c_{14} \\
 c_{15}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 y_1(t_{n1} + h) \\
 y_1(t_{n2} + h) \\
 y_1(t_{n3} + h) \\
 y_1(t_{n4} + h) \\
 y_1(t_{n5} + h)
 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Аналогичную систему алгебраических уравнений можно составить и в результате ее решения определить коэффициенты для второго разностного уравнения системы (4).

Таким образом, управляющую ЭВМ можно значительно разгрузить в смысле объема вычислений на каждом шаге, избавить ее от промежуточных вычислений, используя вместо дифференциальных уравнений равносильные им разностные, в которые дифференциальные преобразуются численными методами программой ЭВМ. Причем операцию преобразования дифференциальных уравнений в разностные следует произвести заранее на ЭВМ большой производительности высокоточными, но сложными численными методами интегрирования.

Легко заметить, какое огромное преимущество получается в результате замены в программе управляющей ЭВМ дифференциальных алгоритмов управления на разностные:

- на два и более десятичных порядка уменьшается объем вычислений, а следовательно, и время интегрирования на каждом шаге h ;
- на такое же число порядков уменьшается объем необходимой оперативной памяти;
- исключается процесс накопления погрешностей при работе управляющей ЭВМ на бесконечном интервале времени, вызываемых конечной разрядной сеткой процессора, конкретным численным методом интегрирования за счет многократного повторения вычисления коэффициентов k_j , так как коэффициенты разностных уравнений вычислены заранее за конечное небольшое число шагов интегрирования;
- появляется возможность точно оценить характер поведения решений на всем, а также бесконечном интервале времени работы управляющей ЭВМ;
- становится элементарно простой программа управляющей ЭВМ при заданных сложных дифференциальных алгоритмах управления.

Все это позволяет использовать в качестве управляющих ЭВМ в системах автоматического управления простейшие микропроцессоры с примитивной операционной системой и малыми вычислительными ресурсами, что дает большой экономический эффект.

Список литературы

1. Шевелев А.Г. Метод идентификации динамических объектов и систем тест-сигналами специального вида. – Сб. научн. тр. «Прикладные системы искусственного интеллекта в задачах автоматизации и тестирования в технических системах». –К.: КМУГА, 1997.

2. Шевелев А.Г. Прикладные системы искусственного интеллекта в задачах автоматизации и тестирования в технических системах. Сб. научн. тр. – К.: КМУГА, 1997.