УДК 621.372(075)

В. А. Шве

РЕКУРРЕНТНОЕ ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В МОНИТОРИНГЕ ПРОТЯЖЕННЫХ СИГНАЛОВ

Описан алгоритм рекуррентного преобразования Фурье, обеспечивающий повышенную разрешающую способность, отсутствие ложных боковых лепестков, возможность спектрального анализа сигналов очень большой продолжительности.

Мониторинг протяженных сигналов предполагает использование преобразования Фурье для получения интересующих параметров.

Любой из методов преобразования Фурье использует вычисление коэффициенто дискретного преобразования Фурье (ДПФ) по формуле

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W^{kn} \quad , \tag{1}$$

где X_k – значение k-го коэффициента ДПФ; W=exp($-j2\pi/N$) – поворачивающий множитель.

При реализации ДПФ можно использовать такой подход, как совмещение операций ввода и обработки информации за счет активного использования временных интервалов между моментами поступления каждого очередного отсчета исходной последовательности. Это позволяет производить вычисление коэффициентов ДПФ в оперативном режиме, уточняя по мере поступления новых данных оценку спектра. Алгоритм определения k-го коэффициента ДПФ может быть реализован выражением

$$X_{l+1}(k) = X_l(k) + x(l+1)W^{(l+1)k} \quad , \tag{2}$$

где $X_l(k)$ – значение k-го коэффициента ДПФ, вычисленное с приходом l-го временного отсчета; $x(l+1)$ – l+1-й временной отсчет данных; $X_{l+1}(k)$ – значение k-го коэффициента ДПФ, уточненного с приходом l+1-го временного отсчета данных.

Рассмотренный способ вычисления позволяет начать обработку информации уже при поступлении первого временного отсчета исходной последовательности и закончить после поступления последнего, получая спектр фактически за время существования сигнала.

Анализируя выражения (1) и (2), заметим, что при вычислении уточненного значения коэффициента ДПФ можно использовать информацию, полученную на предыдущем шаге вычисления.

Распишем выражение (1) для вычисления спектральной составляющей с приходом N-1 и N-го временных отсчетов входной последовательности данных для k-й гармоники:

$$X_{N-1}(k) = x(0)W^0 + \underline{x(1)W^k + \ldots + x(N-1)W^{(N-1)k}} \quad ; \tag{3}$$

$$X_N(k) = \underline{x(1)W^0 + x(2)W^k + \ldots + x(N-1)W^{(N-2)k}} + x(n)W^{(N-1)k} \quad . \tag{4}$$

В выражениях (3) и (4) подчеркнуты части многочленов, каждый член которого отличается на постоянный коэффициент. Таким образом, если выражение (3) помножить на W^k, то подчеркнутые части будут полностью повторять друг друга, а для полного равенств

с выражением (4) необходимо вычесть первый член выражения (3) и добавить последний член выражения (4).

Таким образом, получим выражение:

$$X_{l+1}(k) = \left\{X_l(k) + \left[x(l+N)W^{NK} - x(l)\right]\right\}W^{-k}$$

или

$$X_{l+1}(k) = \left\{X_l(k) + \Delta\right\}W^{-k}\ , \qquad (5)$$

где $\Delta = \left(x(l+N) - x(l)\right)$, $W^{NK} \equiv 1$.

Выражение (5) является рекуррентным для вычисления ДПФ (РДПФ).

Вычисление коэффициентов ДПФ по выражению (5) требует дополнительной операции комплексного умножения (для одного коэффициента) по сравнению с определением этих коэффициентов в выражении (1). Однако и этой операции можно избежать, записывая в память значения входных данных с фазовым сдвигом.

На рис. 1 показан тест – сигнал (прямоугольный видеоимпульс), а ниже на рис. 2 и 3 – спектры этого сигнала, полученные рекуррентным преобразованием Фурье и быстрым преобразованием Фурье.

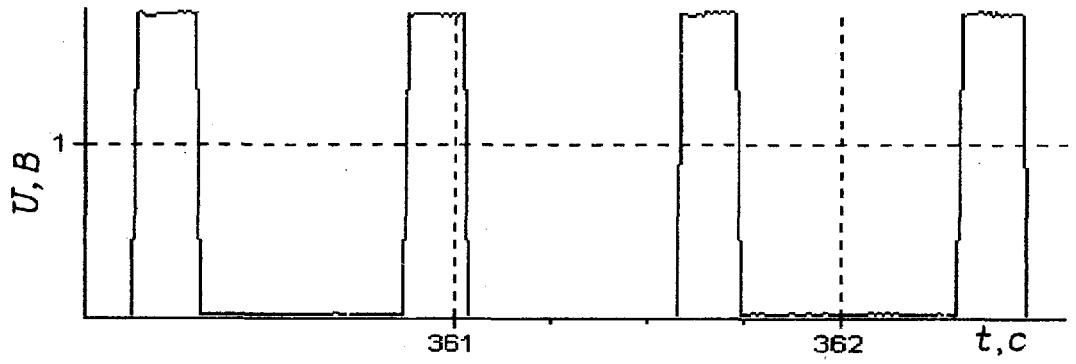

Рис. 1

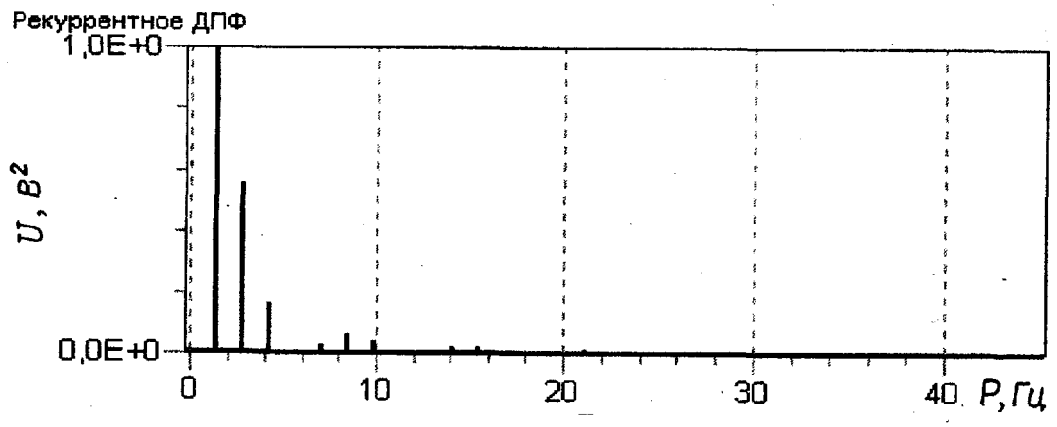

Рис. 2

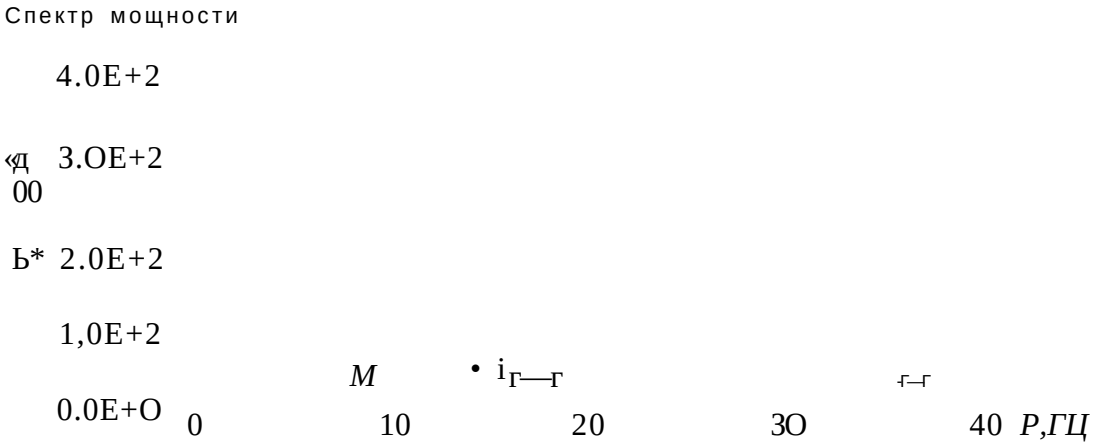

Рис. 3

Из рис. 1-3 видно, что огибающие спектров полностью совпадают. Это подтверждая правильную работоспособность алгоритма РДПФ.

Для протяженного сигнала РДПФ можно представить как вычисление периодограмма с шагом 1. В качестве примера проведем вычисления для сигнала, показанного на рис. 4 который имеет длительность 1200 е., и частоту дискретизации 90 Гц (110000 отсчетов). Н рис. 5 показан спектр с использованием РДПФ, а на рис. 6 - периодограмма Бартлетта а смещением N/4.