

УДК 539.3

В.В. Астанін, д-р техн. наук
М.М. Бородачов, д-р техн. наук
Н.О. Сирота

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ЕКСПЛУАТАЦІЙНИМИ ПОШКОДЖЕННЯМИ У РАЗІ НЕОДНОРІДНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Аерокосмічний інститут НАУ, e-mail: aviacosm@nau.edu.ua

Визначено напружений стан і коефіцієнти концентрації напружень для тонкостінних елементів конструкцій, які зазнають нерівномірного навантаження і мають експлуатаційне пошкодження викликане корозією та іншими факторами.

Постановка проблеми

Розглядається питання щодо визначення напружень в тонкостінному елементі конструкції у разі неоднорідного розтягання, причому елемент має експлуатаційне пошкодження.

Експлуатаційне, і зокрема корозійне пошкодження, зазвичай має неправильну форму.

Проте для вибору розрахункової схеми елемента припускається, що поверхня пошкодження обмежена циліндричною або сферичною поверхнею.

У перерізах стінки елемента, досить віддалених від пошкодження, розтягальні зусилля розподілено за законом трапеції.

У результаті маємо розрахункову схему, зображену на рис. 1.

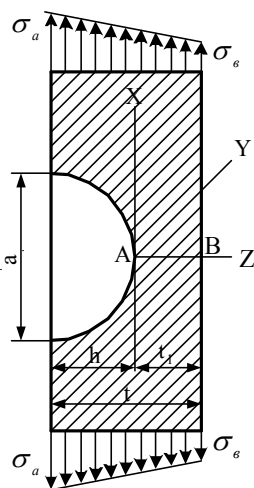


Рис. 1. Розрахункова схема типового тонкостінного елемента з експлуатаційним пошкодженням у разі нерівномірного розтягання

Аналіз дослідження

Багато результатів, отриманих щодо концентрації напружень, наведено у довідниках [1; 2], монографії Г.М. Савіна [3], працях [4–7].

Однак у літературі мало уваги приділялося питанню про концентрацію напружень у разі неоднорідного навантаження.

Мета визначення напружень σ_x в небезпечному перерізі елемента $A-B$ (рис. 1).

Найбільшого значення ці напруження досягають у точці A .

Основний матеріал

Напружено-деформований стан розглядуваного елемента можна визначити розв'язанням диференціального рівняння теорії пружності в переміщеннях

$$\text{grad div } \mathbf{u} + (1 - 2\nu)\nabla^2 \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

де \mathbf{u} – вектор переміщень; ν – коефіцієнт Пуассона; ∇^2 – оператор Лапласа.

У цьому разі об'ємних сил немає.

До рівняння (1) необхідно додати ще й крайові умови, а саме другу крайову задачу – статичну.

Задається розподіл поверхневих сил \mathbf{F} , а крайовою умовою є рівняння рівноваги на поверхні

$$\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{T}} \Big|_O = \mathbf{F}, \quad (2)$$

де \mathbf{n} – одиничний вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла; $\hat{\mathbf{T}}$ – тензор напружень; O – поверхня, яка обмежує пружне тіло.

Крайова умова (2) на межі, де задано поверхневі сили, записується через вектор переміщень у вигляді [8]

$$\mathbf{F} = \mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{T}} = 2\mu \left(\frac{\nu}{1 - 2\nu} \theta \mathbf{n} + \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{u} \right), \quad (3)$$

де μ – модуль зсуву; θ – об'ємне розширення, ∇ – набла-оператор; $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ – скалярний добуток, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ – векторний добуток векторів.

Відомо, що крайові задачі (1), (3) можна зіставити еквівалентну задачу варіаційного обчислення.

Диференціальне рівняння (1) та крайова задача (3) впливають з розгляду варіації функціонала потенціальної енергії системи.

Величину називають потенціальною енергією системи:

$$\Phi = \iiint_V A d\tau - \iiint_V \rho \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} d\tau - \iint_{O_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} dO, \quad (4)$$

де A – питома потенціальна енергія; $\rho \mathbf{K}$ – сила, яка діє на одиницю об'єму тіла (об'ємна сила); O_2 – частка поверхні O , на якій задано напруження.

Потенціальна енергія системи дорівнює різниці потенціальної енергії деформації та роботі заданих зовнішніх сил.

Функціонал Φ у рівноважному стані пружного тіла має властивість стаціонарності:

$$\delta \Phi = 0, \quad (5)$$

де δ – позначка варіації.

Задача розшукування рівноважного стану лінійно-пружного тіла зводиться до варіаційної задачі про визначення вектора \mathbf{u} , який надає мінімум функціоналу Φ над ним. Вирази (4) і (5) являють собою принцип мінімуму потенціальної енергії системи.

Принцип мінімуму потенціальної енергії системи являє собою теоретичну основу методу скінченних елементів (МСЕ) у вигляді методу переміщень.

Поставлену задачу будемо розв'язувати за МСЕ [9] за допомогою комплексу SCAD [10]. Цей комплекс ґрунтується на МСЕ у вигляді методу переміщень.

В основу комплексу покладено систему функціональних модулів, які зв'язані між собою єдиним інформаційним середовищем. Це середовище називають проектом, і воно містить корисну інформацію про розрахункову схему, яку наведено у внутрішніх форматах комплексу.

Бібліотека скінченних елементів комплексу SCAD містить різні види стрижневих, пластинчастих та об'ємних скінченних елементів.

Реалізацію МСЕ починають з розбиття елемента конструкції на скінченні елементи і визначення вузлових точок.

Розбиття типового елемента тонкостінної конструкції з пошкодженням (рис. 1) показано на рис. 2.

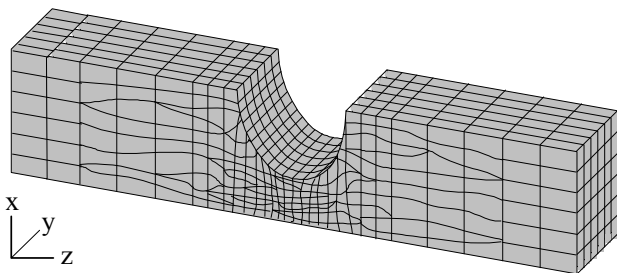


Рис. 2. Скінченно-елементна модель типового елемента тонкостінної конструкції

Вузол у розрахунковій схемі методу переміщень має вигляд об'ємного жорсткого тіла дуже малого розміру. Положення вузла в просторі у разі деформації тіла визначають за координатами центра і напрямками трьох осей, жорстко пов'язаних з вузлом.

У методі переміщень окремі скінченні елементи з'єднані один з одним тільки у вузлах.

На міжелементних межах пластинчастих і об'ємних скінченних елементів можливі розриви. Для послаблення цього ефекту бажано використовувати так звані сумісні скінченні елементи.

Викладемо результати застосування комплексу SCAD до розрахунку елемента конструкції, який зображено на рис. 1, 2.

Було розглянуто чотири види навантаження. Характеристики видів навантаження наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Види навантаження елемента

Номер навантаження	σ_a , МПа	σ_b , МПа
1	100	0
2	100	25
3	100	50
4	100	75

Епюри напруження σ_x за перерізом $A-B$ для навантаження 3, $a = 3$ мм, $t = 4$ мм показано на рис. 3, 4.

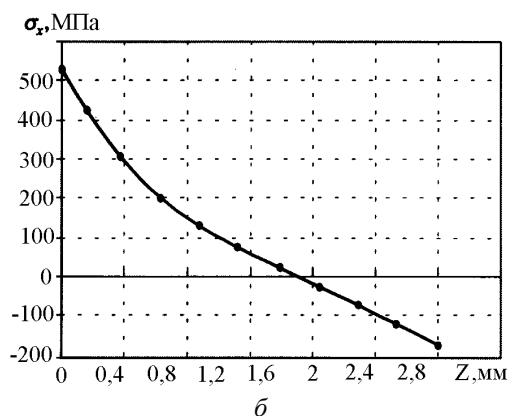
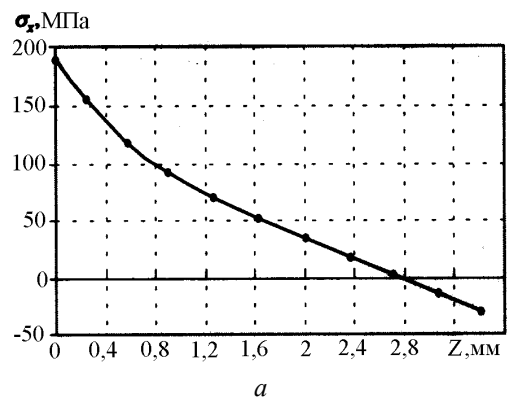


Рис. 3. Крива розподілу напруження σ_x за перерізом $A-B$:
 $a - h = 0,4$ мм; $b - h = 1,5$ мм

Криві розподілу напруження σ_x можна апроксимувати алгебричними поліномами:

– для кривої на рис. 3:

$$\sigma = \sigma_a(1,926 - 1,715z + 0,894z^2 - 0,280z^3 + 0,032z^4),$$

– для кривої на рис. 4:

$$\sigma = \sigma_a(5,351 - 8,176z + 5,532z^2 - 2,019z^3 + 0,259z^4).$$

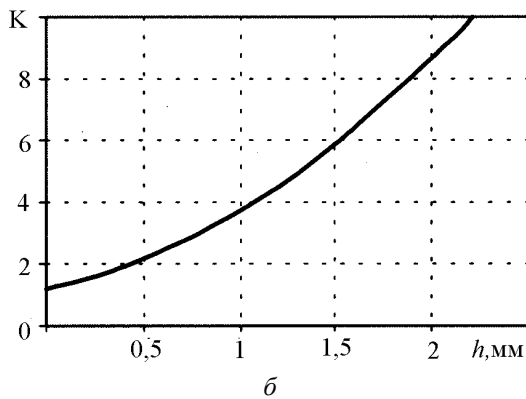
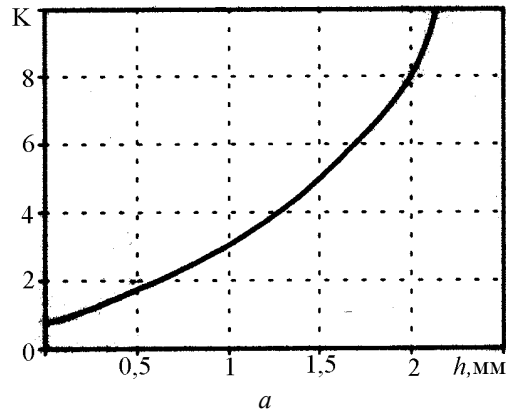


Рис. 4. Коефіцієнти концентрації напружень K :
а – навантаження 1; б – навантаження 3

Щоб мати уявлення, як вид навантаження впливає на розподіл напружень σ_x за перерізом $A-B$, у табл. 2 наведено дані для випадку, якщо $t = 4$ мм, $h = 1,5$ мм.

Таблиця 2

Вплив навантаження на напруження σ_x

Номер навантаження	z , мм					
	0	0,125	0,375	0,625	1,125	1,625
$a = 3$ мм						
1	482	397	256	173	57	-24
2	509	419	271	184	63	-21
3	535	441	286	195	69	-18
4	562	463	301	206	76	-16
$a = 5$ мм						
1	415	355	257	181	69	-23
2	438	375	272	193	76	-20
3	461	395	287	204	82	-18
4	514	435	310	215	83	-18

У табл. 2 наведено дані тільки для напруження σ_x , оскільки напруження σ_y та σ_z дуже малі порівняно з напруженням σ_x .

Важливою характеристикою напруженого стану зразка є коефіцієнт концентрації напружень K :

$$K = \frac{\sigma_{\max(A)}}{\sigma_a},$$

де $\sigma_{\max(A)}$ – напруження в точці A перерізу $A-B$.

Графіки змінювання коефіцієнтів концентрації напружень K для випадку, якщо $a = 3$ мм, $t = 4$ мм, показано на рис. 4.

Значення коефіцієнтів концентрації напружень K для чотирьох видів навантаження, якщо $t = 4$ мм, наведено в табл. 3.

Таблиця 3

Коефіцієнти концентрації напружень K

h , мм	Номер навантаження			
	1	2	3	4
$a = 3$ мм				
0,4	1,76	1,85	1,93	2,01
1,5	4,82	5,09	5,35	5,62
2,0	8,07	8,55	9,02	9,50
2,5	12,99	13,80	14,60	15,21
$a = 3$ мм				
0,4	1,60	1,67	1,75	1,83
1,5	4,15	4,38	4,61	5,14
2,0	6,74	7,14	7,54	7,94
2,5	11,03	11,69	12,35	13,02

Висновки

Як свідчать наведені результати, напружений стан тонкостінного елемента і значення коефіцієнта концентрації залежать не тільки від форми та розмірів експлуатаційного пошкодження, а й від виду навантаження.

Одержані результати можуть знайти застосування в розрахунковій практиці для перевірки міцності тонкостінних елементів конструкцій у разі експлуатаційних (зокрема, корозійних) пошкоджень.

У цій роботі розглянуто питання про вплив тільки одного пошкодження на напружений стан тонкостінного елемента конструкції.

Однак, більший теоретичний і практичний інтерес впливає питання про взаємний вплив декількох близько розміщених пошкоджень.

Список літератури

1. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 302 с.
2. Савін Г.М., Тульчій В.І. Довідник з концентрації напружень. – К.: Вища шк., 1976. – 410 с.

3. *Савин Г.Н.* Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наук. думка, 1968. – 887 с.
4. *Численное* исследование концентрации напряжений в местах осесимметричных уточнений пластин и оболочек / Ю.А. Необердин, Б.А. Масленок, А.Б. Боринцев и др. Пробл. прочности. – 1981. – № 1. – С. 18–21.
5. *Концентрация* напряжений в пластинах с местными утонениями / В.П. Сухинин, А.А. Лежнева, Г.М. Меллерович и др. // Пробл. прочности. – 1986. – № 3. – С. 91–93.
6. *Мороз Н.Г., Гудов В.И.* Концентрация напряжений в зоне несквозного круглого отверстия в одноосно растянутой толстой пластине // Прикл. механика. – 1986. Т. 22. – № 5. – С. 119–121.
7. *Астанін В.В., Бородачов М.М., Сирота Н.О.* Коефіцієнти концентрації напружень для тонкостінних конструкцій з корозійними пошкодженнями // Вісн. НАУ. – 2003. – №3–4. – С. 69–72.
8. *Лурье А.И.* Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 939 с.
9. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
10. *SCAD для пользователя / В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.В. Перельмутер и др.* – К.: Компас, 2000. – 328 с.

Стаття надійшла до редакції 01.12.03.

V.V. Astanin, N.M. Borodachev, N.O. Sirota

Напряженное состояние тонкостенных элементов конструкций с эксплуатационными повреждениями при неоднородном нагружении

Определены напряженное состояние и коэффициенты концентрации напряжений для тонкостенных элементов конструкций, которые подвергаются неравномерным нагрузкам и имеют эксплуатационное повреждение, вызванное коррозией и другими факторами.

V.V. Astanin, N.M. Borodachev, N.J. Sirota

Stress state of thin – walled member of the structure with operation damages under nonuniform loading

The publication is dedicated to determining of stress state in particular the stress concentration factors for thin – walled members of the structures subject to nonuniform tension. A structure member has obtained the operation damage generation by corrosion and other causes.