УДК 621.396.6(075)

І.Ф. Бойко, д-р техн. наук

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ СТОХАСТИЧНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ДЛЯ ОПИСУ ВІДБИТТЯ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ ВІД РОЗПОДІЛЕНИХ ОБ'ЄКТІВ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: ibojko@yandex.ru

Розглянуто опис відбиття радіолокаційних сигналів від розподілених об'єктів, зокрема, поверхні землі (води), із використанням моделі лінійних випадкових процесів. Отримано аналітичні вирази для знаходження характеристичної функції таких сигналів, їх математичного сподівання та кореляційної функції.

Вступ

Одним із методів опису широкого класу як стаціонарних, так і нестаціонарних випадкових сигналів є метод стохастичних інтегральних зображень, теоретичні і прикладні основи якого були закладені в працях Б.Г. Марченка [1]. Метод стохастичних інтегральних зображень належить до конструктивних методів і дозволяє легко виконувати статистичний аналіз випадкових процесів, які будуються на його основі й отримали назву лінійних, та їх різноманітних перетворень.

Постановка завдання

У роботі розглядається побудова лінійного випадкового процесу, що описує сигнал, який виникає на вході приймача при відбитті зондувальних радіолокаційних імпульсів від розподілених у просторі об'єктів.

У теорії радіолокації для аналізу відбиття сигналів від розподілених цілей припускають, що поверхня, яка опромінюється, є сукупністю багатьох довільно розміщених елементарних відбивачів [2].

Кожен елементарний відбивач характеризується своєю ефективною відбивною поверхнею σ_i. Цей параметр визначає інтенсивність елементарних сигналів, які відбилися від розподіленої цілі і прийшли на приймальну антену.

Оскільки елементарні відбивачі розміщені на різних відстанях від приймальної антени, то час надходження кожного елементарного сигналу до приймальної антени буде різним і має випадковий характер. Останнє обумовлено тим, що випадково змінюються умови поширення радіохвиль у часі й у просторі.

Крім того, сама приймальна антена часто переміщується відносно об'єкта.

Припустимо, що сигнали від різних елементарних відбивачів є стохастично незалежними, тобто час приходу i-го елементарного сигналу і його інтенсивність не залежать від того, з якою інтенсивністю й в які моменти часу надходять на приймальну антену інші елементарні відбиття.

Будемо вважати, що потік елементарних відбитих сигналів задовольняє умови ординарності. Тоді кількість відбитих сигналів k, що надійшли на приймальну антену радіолокатора за певний проміжок часу $\left[t,\quad t+\Delta\right]$, підкоряється пуассонівському розподілові:

$$p_k\left(\Delta\right)=\frac{\left(\lambda\Delta\right)^k}{k!}e^{-\lambda\Delta},$$

де λ – середня кількість елементарних сигналів, що надходять на приймальну антену радіолокатора в одиницю часу.

Далі будемо виходити з того, що кожен елементарний відбитий сигнал викликає в приймальній антені радіолокатора певний "ефект", наприклад, імпульс струму.

Під час опромінення поверхні одним і тим же радіолокатором можна вважати, що форма кожного елементарного імпульсу, що виникає на виході антени, описується однією і тією ж функціональною залежністю $\varphi\left(t_i,t\right)$, де t_i – момент появи елементарного сигналу; t – поточний час.

Залежність форми елементарного сигналу від t_i обумовлена тим, що при переміщенні локатора й об'єкта відносно один одного властивості елементарних відбивачів у загальному випадку залежать від часу опромінення.

Якщо радіолокатор і об'єкт нерухомі, властивості відбивання останнього не змінюються в часі, то форма елементарних сигналів може бути описана функцією $\varphi\left(t-t_i\right)$, яка залежить тільки від різниці $t-t_i$ [3].

Інтенсивність таких елементарних імпульсів пропорційна відбивній здатності σ_i відповідного елементарного відбивача.

Природно, що функції $\varphi\left(t_i,t\right)$ і $\varphi\left(t-t_i\right)$ повинні задовольняти умови фізичної реалізовності й обмеженості енергії імпульсів.

Якщо припустити, що антена радіолокаційного приймача є лінійним пристроєм, тобто задовольняє принципові суперпозиції, то сигнал $\xi(t)$ на вході радіолокаційного приймача, обумовлений відбиттям зондувальних імпульсів від розподіленої цілі, можна подати у вигляді суми

$$\xi(t) = \sum_{\{i: t_i \le t\}} \sigma_i \varphi(t_i, t). \quad (1)$$

Якщо поверхня, яка опромінюється, має однакову ефективну відбиваючу здатність σ_i кожного елементарного відбивача, то випадковий процес, що описує моменти приходу елементарних сигналів на приймальну антену радіолокатора, буде простим пуассонівским процесом $\pi(t)$ з одиничними стрибками.

У загальному ж випадку ефективна здатність σ_i кожного елементарного відбивача різна і по суті є значенням випадкової величини. Тому процес виникнення елементарних імпульсів на приймальній антені радіолокатора в загальному випадку буде являти собою складний пуассонівський процес $\pi_1(t)$, для якого моменти стрибків збігаються з моментами появи елементарних імпульсів, а величина кожного стрибка дорівнює значенню ефективної відбиваючої здатності σ_i відповідного елементарного відбивача, тобто

$$\pi_1(t+\Delta) - \pi_1(t) = \sum_{\{i: t_i \in [t, t+\Delta)\}} \sigma_i .$$

Тепер процес $\xi(t)$ (1), побудований на основі процесу $\pi_1(t)$, може бути записаний у такому вигляді [1]:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\pi_1(\tau). \quad (2)$$

Якщо геометричні розміри поверхні, що відбиває, і середня щільність елементарних відбивачів великі, то середня кількість імпульсів λ, що надходять в одиницю часу на приймальну антену значно зростає. Будемо вважати, що $\lambda \to \infty$. Центруємо і нормуємо випадковий процес $\pi_1(t)$:

$$\frac{\pi_1(t) - m(t)}{D(t)}, \quad (3)$$

де $m(t)$ – математичне сподівання; $D(t)$ – дисперсія процесу $\pi_1(t)$.

У цьому разі, як показано в праці [1], при $\lambda \to \infty$ випадковий процес (3) наближається до вінерівського процесу $w(t)$. Вірність цього твердження випливає з центральної граничної теореми теорії ймовірностей.

Тоді, при $\lambda \to \infty$ породжуючий процес $\pi_1(t)$ у виразі (2) слід замінити на вінерівський $w(t)$. Процес з нормальним розподілом стійкий до лінійних перетворень, і тому процес

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) dw(\tau) \quad (4)$$

буде належати також до класу гауссівських процесів, усі скінченновимірні розподіли якого є нормальними розподілами.

Отже, випадковий процес $\xi(t)$ (4) є математичною моделлю сигналу на вході радіолокаційного приймача, викликаного наведеними в приймальній антені елементарними імпульсами, обумовленими відбиттям просторово-розподіленої цілі або об'єкта. У загальному випадку цей процес буде нестаціонарним. Якщо середовище, що відбиває, має велико-масштабні неоднорідності, то параметр λ буде відносно невеликим, і ми приходимо до моделі (2) з пуассонівським породжуючим процесом $\pi_1(t)$.

При дрібних неоднорідностях їхня кількість, що приходиться в середньому на одиницю площі поверхні відбиття, значно більша, ніж при великомасштабних неоднорідностях. Тому в другому випадку можна вважати, що $\lambda \to \infty$, і ми приходимо до лінійної моделі виду (4) з вінерівським породжуючим процесом $w(t)$.

Надалі зупинимося більш докладно на такому частинному випадку, коли можна вважати, що у разі відбиття зондувальних радіоімпульсів зберігається частота несучої, а початкова фаза має однакові зміни для кожного елементарного відбивача. Це буде вірним для випадку, коли середовище поширення є лінійним і задовольняє принцип суперпозиції, а поверхня середовища відбиття характеризується однаковими параметрами не залежно від координат розміщення елементарних відбивачів, і її розміри такі, що можна зневажати різницею ходу відбитих хвиль.

У цих припущеннях елементарні відбиті сигнали будуть являти собою радіоімпульси однієї і тієї ж тривалості (без спотворення форми при достатній широкосмужності антени) з випадковим часом виникнення і випадковою амплітудою, тобто

$$\varphi(t_i, t) \equiv \varphi(t - t_i) = \\ = \begin{cases} \sigma_i E_m \cos[\omega(t - t_i) + \phi], & t \in [t_i, t_i + \tau_c] \\ 0, & t \notin [t_i, t_i + \tau_c] \end{cases} \quad (5)$$

де σ_i – значення випадкової величини, пропорційне ефективній відбивній здатності елементарних відбивачів з урахуванням згасання сигналу в середовищі поширення; E_m- амплітуда; τ_c – тривалість зондувальних імпульсів.

Можна вважати, що випадкові величини t_i і σ_i стохастично незалежні.

Для спрощення у виразі (5) розглядається стаціонарний випадок. Тоді в будь-який момент часу t сигнал на вході приймача відповідно до співвідношення (1) буде мати вигляд:

$$\xi(t)=\sum_{\{i:t_i\le t\}}\sigma_i E_m\cos\left[\omega(t-t_i)+\phi\right]\times$$
$$\times U(t-t_i)U(t_i-t+\tau_c), \qquad (6)$$

де $U(t)$ – одинична функція Хевісайда.

Використовуючи в співвідношенні (6) випадковий процес $\pi_1(t)$, від суми можна перейти до стохастичного інтеграла

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}E_m\cos[\omega(t-\tau)+\phi]U(t-\tau)\times$$
$$\times U(\tau-t+\tau_c)\,d\pi_1(\tau). \qquad (7)$$

Будемо вважати, що випадкові величини σ_i розподілені за одним і тим же законом $F(x)$, а середня кількість елементарних відбитих сигналів, що приходять на антену в одиницю часу, дорівнює λ. При цьому характеристична функція процесу $\xi(t)$ (7) може бути записана у вигляді:

$$f(u;t)=\exp\left\{i\hat{u}\lambda\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E_m\cos[\omega(t-\tau)+\phi]\times\right.$$
$$\times U(t-\tau)U(\tau-t+\tau_c)\frac{x}{1+x^2}dF(x)d\tau+$$
$$+\lambda\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[\exp(\hat{u}E_m\cos[\omega(t-\tau)+\phi]\times$$
$$\times U(t-\tau)U(\tau-t+\tau_c))-1-$$
$$-\frac{i\hat{u}E_m\cos[\omega(t-\tau)+\phi]U(t-\tau)U(\tau-t+\tau_c)}{1+x^2}\Bigg]\times$$
$$\left.\times\, dF(x)d\tau\right\}, \qquad (8)$$

де $\hat{u}=u\cdot siqnt$.

Отримана лінійна модель, що описує сигнал на вході радіолокаційного приймача, дозволяє легко знайти його моментні функції. Так, якщо позначити через $\kappa_n[\pi_1(1)]$, де $n=1,2,\ldots,$ кумулят n-го порядку випадкової величини $\pi_1(1)$, то середнє значення процесу $\xi(t)$ (7) визначається співвідношенням

$$M\xi(t)=\kappa_1[\pi_1(1)]\int_{t-\tau_c}^{t}E_m\cos[\omega(t-\tau)+\phi]d\tau=$$

$$=\lambda\int_{-\infty}^{\infty}xdF(x)\frac{E_m}{\omega}\left[\sin(\omega\tau_c+\phi)-\sin\phi\right]. \qquad (9)$$

Покладемо для визначеності співвідношення (9), що ефективна відбивна поверхня σ_i елементарних відбивачів описується рівномірним розподілом із щільністю

$$p(x)=\frac{dF(x)}{dx}=$$
$$=\begin{cases}0; & \text{коли } x<x_1,\\ \dfrac{1}{x_2-x_1}; & \text{коли } x_1\le x\le x_2,\\ 0; & \text{коли } x>x_2,\end{cases} \qquad (10)$$

де $x_2=\sigma_{\max}$; $x_1=\sigma_{\min}$.

Тоді для співвідношення (9) одержимо

$$M\xi(t)=\frac{\lambda E_m}{2\omega}(\sigma_{\max}+\sigma_{\min})[\sin(\omega\tau_c+\phi)-\sin\phi]. \qquad (11)$$

Отже, як видно із співвідношення (11), з ростом частоти ω високочастотного заповнення зондувальних імпульсів середнє значення шуму, обумовленого відбиттям їх від підстеляючої поверхні, зменшується. Середній рівень шуму також буде зменшуватися при зменшенні тривалості τ зондувальних імпульсів.

Виходячи з виразу (7), можна визначити також кореляційну функцію

$$R(s)=\kappa_2[\pi_1(1)]\times\int_{\max[t+s-\tau_u;\,t-\tau_u]}^{\min[t,\,t+s]}E_m^2\cos[\omega(t-\tau)+\varphi]\times$$
$$\times\cos[\omega(t+s-\tau)+\varphi]d\tau=$$
$$=\lambda\int_{-\infty}^{\infty}x^2dF(x)\frac{E_m^2}{2}\Big\{(\tau_c-|s|)\times\cos(\omega s)+$$
$$+\frac{1}{2\omega}\left[\sin\left(2\omega\left(\tau_c-\frac{|s|}{2}\right)+\phi\right)-\right.$$
$$\left.-\sin(\omega|s|+\phi)\right]\Big\},$$
$$-\tau_c\le s\le\tau_c. \qquad (12)$$

Із врахуванням виразу (10) кореляційна функція (12) набуває вигляду

$$R(s)=\frac{\lambda E_m^2}{6}\left(\sigma_{\max}^2+\sigma_{\max}\sigma_{\min}+\sigma_{\min}^2\right)\times$$
$$\times\left\{(\tau_c-|s|)\cos(\omega s)+\frac{1}{2\omega}\times\right.$$
$$\times\left[\sin\left(2\omega\left(\tau_c-\frac{|s|}{2}\right)+\phi\right)-\right.$$
$$\left.\left.-\sin(\omega|s|+\phi)\right]\right\},\quad |s|<\tau_c.$$

Якщо при відбитті зондувальних імпульсів від елементарних відбивачів не можна знехтувати випадковою зміною початкової фази, то у виразі (7) її слід вважати випадковою величиною. Тоді випадковий процес

$$\xi_{\phi}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_m \cos\left[\omega(t-\tau)+\phi\right]\times$$
$$\times U(t-\tau)U(\tau - t + \tau_c)d\pi_1(\tau) \qquad (13)$$

при випадковій фазі ϕ буде умовно лінійним випадковим процесом.

При стохастичній незалежності величин σ_i і ϕ при кожному фіксованому значенні ϕ випадковий процес (13) описується своєю характеристичною функцією вигляду (8). Тоді в цілому, умовно лінійний випадковий процес $\xi_{\phi}(t)$ (13) описується упорядкованим послідовністю характеристичних функцій:

$$f_{\phi}(u;t), \quad \phi \in [\phi_{\min}; \quad \phi_{\max}]. \qquad (14)$$

Нехай випадкова початкова фаза описується деякою щільністю розподілу $p_{\phi}(x)$, $\phi_{\min} \le x \le \phi_{\max}$. Тоді послідовність характеристичних функцій (14) можна усереднити за формулою [4]

$$\bar{f}(u;t) = \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} f_{\phi}(u;t)p_{\phi}(x)dx .$$

Характеристична функція $\bar{f}(u;t)$ відповідає функції розподілу умовно лінійного процесу $\xi_{\phi}(t)$, що описує, наприклад, напругу на вході радіолокаційного приймача, викликаного відбиттям від земної або водної поверхні зондувальних імпульсів.

Висновки

Отримане лінійне зображення сигналів, що виникають на вході радіолокаційного приймача під час відбиття зондувальних імпульсів від розподілених об'єктів, дозволяє легко знаходити їхні ймовірнісні характеристики. При цьому необхідно знати в явному вигляді ядро $\varphi(\tau,t)$ лінійного процесу і характеристичну функцію або послідовність семіінваріантів $\kappa_n[\pi_1(1)]$, $n = 1, 2, \ldots$, породжуючого процесу $\pi_1(t)$. Знаючи це, досить легко виконати повний стохастичний аналіз радіоприймального тракту радіолокатора аж до детектора, тобто знайти характеристичну функцію або щільність розподілу сигналу на вході детектора.

Використовуючи далі метод стохастичних ортогональних розкладань [5], можна виконати спектрально-кореляційний аналіз сигналу на виході детектора.

Список літератури

1. *Марченко Б.Г.* Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. – К.: Наук. думка, 1973. – 192 с.
2. *Фельдман Ю.И., Мандуровский И.А.* Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными целями. – М.: Радио и связь, 1988. – 272 с.
3. *Теоретические* основы радиолокации /Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Сов. радио, 1970. –560 с.
4. *Лукач Е.* Характеристические функции. – М.: Наука, 1979. – 424 с.
5. *Бойко І.Ф., Марченко Б.Г.* Ортогональні стохастичні функціонали в теорії нелінійних радіотехнічних кіл //Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. Тернопіль: ТДТУ, 1997. – Т. 2; Ч. 2. – С. 5–12.

Стаття надійшла до редакції 24.09.03.

И.Ф. Бойко

Применение метода стохастических интегральных представлений при описании отражений радиолокационных сигналов от распределенных объектов

Рассмотрено описание отражений радиолокационных сигналов от распределенных объектов, в частности, земной (водной) поверхности, с использованием модели линейных случайных процессов. Получены аналитические выражения для нахождения характеристической функции таких сигналов, их математического ожидания и корреляционной функции.

I.F. Boyko

The use of the method of stochastic integral representation for description of radar signals from scattered objects

The article considers the description of radar signal reflections from scattered objects, in particular, from the surface such as land (water) with the use of the model of linear random processes. Some analytical expressions have been obtained for finding the characteristic function of such signals, their mathematical expectation and the correlation function.

Бойко Іван Федорович (1949). Закінчив радіотехнічний факультет Київського інституту інженерів цивільної авіації (1972). Доктор технічних наук, професор кафедри радіоелектроніки Інституту електроніки та систем управління Національного авіаційного університету. Напрям наукової діяльності – статистична обробка сигналів.

Бойко Иван Федорович (1949). Окончил радиотехнический факультет Киевского института инженеров гражданской авиации (1972). Доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектроники Института электроники и систем управления Национального авиационного университета. Направление научной деятельности – статистическая обработка сигналов.

Boyko Ivan Fedorovich (1949). Graduated from the radio engineering faculty of the Kiev institute of engineers of civil aviation. Doctor technical science, professor of faculty of radio electronics of Institute of electronics and control systems of National Aviation University. Direction of scientific activity – statistical signal processing.