

УДК 62.505

Л.М. Блохін, д-р техн. наук  
Н.В. Білак**СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ СИСТЕМИ СТОХАСТИЧНОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ СТІЙКОГО РУХОМОГО ОБ'ЄКТА**

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

*Розроблено алгоритм синтезу оптимальної структури і параметрів системи стабілізації маршрутного руху в заданому жорсткому просторовому ешелоні складного динамічного об'єкта, підданого дії ряду стохастичних збурень. Показано, що для істотного спрощення організації обчислювальних процесів у синтезованій системі при практичній відсутності втрат у досяжній якості стабілізації об'єкта можливо синтезування оптимальної структури системи стабілізації об'єкта з використанням реальних збурених моделей динаміки об'єкта з урахуванням лише випадкових факторів, що збурюють рух.*

**Актуальність**

У зв'язку з виникненням останнім часом дуже строгих вимог до характеристик руху в міжнародних транспортних ешелонах постійно зростають і вимоги до якості (точності) стабілізації руху транспортних засобів в ешелонах за даними автономного, супутникового чи комбінованого засобів навігації.

Кожне з назначених засобів навігації виробляє лише поточні набори сигналів про реальні відхилення об'єкта від строго заданої траєкторії руху (в орієнтації), які у формі команди надходять на борт рухомого об'єкта і які необхідно точно усувати за допомогою відповідних систем стабілізації руху. Але останні збурюються багатомасштабними стохастичними факторами.

Для забезпечення конкурентоспроможності руху транспортних засобів у діючих міжнародних ешелонах потрібні сучасні наукоємні технології побудови оптимальних систем стабілізації для різних транспортних засобів і режимів їх функціонування.

**Постановка завдань**

Задачу синтезу оптимальної структури системи стабілізації рухомого об'єкта поставимо в такий спосіб.

Нехай типова блок-схема багатовимірної контури управління об'єктом при стохастичних впливах має вигляд, показаний на рис. 1.

Нехай у крейсерському русі на об'єкт впливає набір малих стохастичних факторів і головну дестабілізуючу функцію виконують випадкові фактори, що визначають характер збуреної моделі об'єкта. У цьому разі об'єкт вважаємо лінійним.

За принципом суперпозиції можна виділити стабілізуючу частину контуру управління.

Нехай будь-який вектор стохастичних сигналів у контурі управління, наприклад,  $\hat{\mathbf{r}}$ , складається з двох сигналів

$$\hat{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{r}} + r,$$

де  $\bar{\mathbf{r}}$ ,  $r$  – детермінована і випадкова складові.

Нехай також об'єкт стійкий, його збурена модель динаміки описується системою звичайних диференціальних рівнянь, перетворених за Фур'є, і має вигляд

$$\mathbf{P}_1 \mathbf{x}_1 = \mathbf{M}_1 \mathbf{u} + \boldsymbol{\psi}_1. \quad (1)$$

З урахуванням висловлених припущень, відокремивши завдання синтезу систем при детермінованих і випадкових впливах, розглянемо задачу стохастичної стабілізації.

Перетворимо загальну двоконтурну структуру зображену на рис. 1, у систему стабілізації з двоканальним виміром вектора  $\mathbf{x}_1$ , вичленивши стабілізуючу частину (рис. 2).

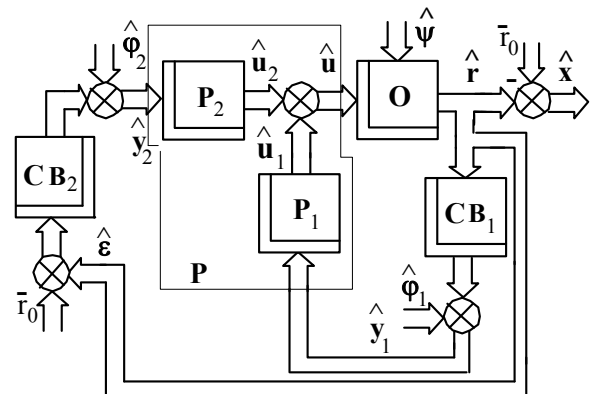


Рис. 1. Блок-схема стохастичного управління рухомим об'єктом у крейсерському русі:

$\mathbf{P}$  – регулятор;  $\mathbf{P}_1$  – частина регулятора, розташована в ланцюзі стабілізації;  $\mathbf{P}_2$  – частина регулятора, розташована в ланцюзі завдання програми руху;  $\mathbf{O}$  – об'єкт;  $\mathbf{CB}_1$ ,  $\mathbf{CB}_2$  – частини системи вимірів, розташовані в ланцюгах стабілізації та завдання програм;  $\hat{\boldsymbol{\phi}}_1$ ,  $\hat{\boldsymbol{\phi}}_2$  – вектори стохастичних завдань;  $\hat{\mathbf{u}}(\hat{\mathbf{u}}_1, \hat{\mathbf{u}}_2)$  – вектори стохастичних сигналів управління;  $\hat{\boldsymbol{\psi}}$  – вектор стохастичних збурень, що діють на об'єкт;  $\hat{\mathbf{r}}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}$  – вектори стохастичних вихідних сигналів об'єкта;  $\hat{\mathbf{y}}_1$ ,  $\hat{\mathbf{y}}_2$  – вектори стохастичних сигналів спостереження;  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$  – вектор стохастичного сигналу неузгодженості в контурі управління;  $\bar{\mathbf{r}}_0$  – детермінована програма управління об'єктом

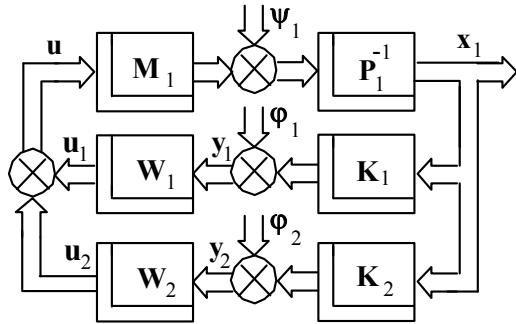


Рис. 2. Структурна схема системи стабілізації об'єкта:  $P_1$  і  $M_1$  – матриці аргументу  $s = j\omega$  розмірностей  $n \times n$  і  $n \times m$  відповідно;  $W_1, W_2$  – невідомі до виконання процедури синтезу матриці передавальних функцій частин системи стабілізації об'єкта, що мають розмірності  $m \times n$  і  $m \times v$  відповідно;  $K_1, K_2$  – матриці передавальних функцій частин системи вимірювань, що мають розмірності  $n \times n$  і  $v \times n$  відповідно;  $u$  –  $m$ -вимірний вектор управління;  $\psi_1$  –  $n$ -вимірний вектор випадкових впливів на об'єкт;  $x_1$  –  $n$ -вимірний вектор випадкових помилок стабілізації;  $\phi_1, \phi_2$  –  $m$ -вимірний і  $v$ -вимірний вектори завдань вимірів відповідно;  $y_1, y_2$  –  $n$ -вимірний і  $v$ -вимірний вектори спостереження

Завдання полягає в тому, щоб вибором оптимальної структури регулятора  $W = (W_1, W_2)$  доставити мінімум показнику якості стабілізації вигляду

$$e = \langle x_1' R x_1 \rangle + \langle u' C u \rangle = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} tr(S'_{x_1 x_1} R + S'_{uu} C) ds \quad (2)$$

де  $R, C$  – позитивно визначені симетричні вагові матриці;  $tr$  – слід матриці;  $S'_{x_1 x_1}$  і  $S'_{uu}$  – матриці спектральних щільностей сигналів помилки стабілізації  $x_1$  і управління  $u$ ; " ' " – знак транспонування.

### Розв'язання задачі

За аналогією з відомим розв'язанням задачі стабілізації об'єкта при багатоканальному вимірі його вихідних координат [1] складемо вирази для додаткового стабілізуючого контуру:

$$Lx_1 + \phi_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де  $L = [K_{v \times n}, O_{v \times (n-v)}]$  – матриця розмірності  $v \times n$ .

З огляду на позначення  $y_1 = K_1 x_1$ , перепишемо рівняння (1) як

$$P_1 K_1^{-1} y_1 = M_1 u + \psi_1. \quad (4)$$

Виконавши операцію лівобічного видалення полюсів [1] матриці  $P_1 K_1^{-1}$ , перепишемо її у вигляді

$$P_1 K_1^{-1} = K_{10}^{-1} P, \quad (5)$$

а рівняння (4) у такому разі – у вигляді

$$P y_1 = M u + \psi, \quad (6)$$

де  $K_{10} M_1 = M$ ;  $K_{10} \psi_1 = \psi$ .

З огляду на вирази (4) – (6), рівняння (3) можна переписати як

$$L x_1 + \phi_2 = L K_1^{-1} y_1 + \phi_2,$$

а показник (2) як

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} tr(S'_{yy} K_{10}^{-1} R K_{10}^{-1} + S'_{uu} C) ds. \quad (7)$$

Сигнал управління в системі запишемо у вигляді

$$u = W_1 (y_1 + \phi_1) + W_2 (L K_1^{-1} y_1 + \phi_2). \quad (8)$$

Уведемо позначення:

$$\begin{aligned} x_0 &= \begin{bmatrix} E_n \\ L K_1^{-1} \end{bmatrix} y_1; \quad K_2 K_1^{-1} = L K_1^{-1} = L_0^{-1} \hat{L}; \\ P_0 &= \begin{bmatrix} P & 0 \\ -\hat{L} & L_0 \end{bmatrix}; \quad M_0 = \begin{bmatrix} M \\ O_{v \times m} \end{bmatrix}; \quad \psi_0 = \begin{bmatrix} \psi \\ O_{v \times 1} \end{bmatrix}; \\ S_{\psi_0 \psi_0} &= \begin{bmatrix} S_{\psi \psi} & 0 \\ 0 & O_v \end{bmatrix}; \quad R_0 = \begin{bmatrix} K_{10}^{-1} R K_{10}^{-1} & 0 \\ 0 & O_v \end{bmatrix}; \quad (9) \\ \psi_0^0 &= \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \phi_0 \end{bmatrix}; \quad \phi_0 = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}; \quad W_0 = (W_1, W_2), \end{aligned}$$

де  $L_0, \hat{L}$  – поліноміальні матриці, отримані після однобічного видалення полюсів матриці  $L K_1^{-1}$ .

З урахуванням позначень (9) рівняння (6) і (8), показник (7) перепишемо як

$$\begin{aligned} u &= W_0 (x_0 + \phi_0); \\ P_0 x_0 &= M_0 u + \psi_0; \\ e &= \langle x_0' R_0 x_0 \rangle + \langle u' C u \rangle = \\ &= \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} tr(S'_{x_0 x_0} R_0 + S'_{uu} C) ds. \end{aligned}$$

Задачу вибору оптимальної структури  $W_0$  регулятора системи, показаної на рис. 3, можна визначити за таким алгоритмом [1]:

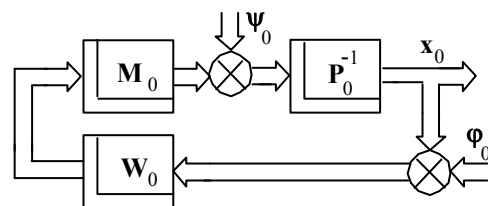


Рис. 3. Структурна схема еквівалентної системи стабілізації

$$\mathbf{x}_0 = [\mathbf{F}_{\mathbf{x}_0}^{\Psi_0}(\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{P}_0) - (\mathbf{O}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}})] \Psi_0; \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0}(\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{P}_0) \Psi_0; \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{x}_0}^{\Psi_0} = \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{M} \mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0} + \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}); \quad (12)$$

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0} \left( \mathbf{F}_{\mathbf{x}_0}^{\Psi_0} \right)^{-1}; \quad (13)$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0} = -\Gamma^{-1} (\mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+) \mathbf{D}^{-1}; \quad (14)$$

де

$$\mathbf{D} \mathbf{D}^* = (\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{P}_0) \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \\ \mathbf{P}_* \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathbf{D} = \left[ (\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{P}_0) \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \\ \mathbf{P}_{0*} \end{pmatrix} \right]^+;$$

$$\Gamma_* \Gamma = \mathbf{C} + \mathbf{M}_{0*} \mathbf{P}_{0*}^{-1} \mathbf{R}_0 \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{M}_0,$$

$$\Gamma = (\mathbf{C} + \mathbf{M}_0 \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{R}_0 \mathbf{P}_{0*}^{-1} \mathbf{M}_{0*})^+; \quad (16)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_+ + \mathbf{T}_- = \Gamma_*^{-1} \mathbf{M}_{0*} \mathbf{P}_{0*}^{-1} \mathbf{R}_0 \times \\ \times \mathbf{P}_0^{-1} (\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{0}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}) \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \\ \mathbf{P}_{0*} \end{pmatrix} \mathbf{D}^{*-1}. \quad (17)$$

де  $\mathbf{F}_{\mathbf{x}_0}^{\Psi_0}$ ,  $\mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0}$  – матриці передавальних функцій замкненої системи від збурення  $\Psi_0$  до виходів  $\mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{u}$ ;  $^+$  зверху – знак вінерівської операції факторизації;  $^0$ ,  $^+$ ,  $^-$  знизу – знаки вінерівської операції сепарації;  $*$  – знак ермітова спряження.

Л.М. Блохін, Н.В. Білак

Синтез оптимальной структуры системы стохастической стабилизации устойчивого подвижного объекта

Разработан алгоритм синтеза оптимальной структуры и параметров системы стабилизации маршрутного движения в заданном жестком пространственном эшелоне сложного динамического объекта, подверженного действию ряда стохастических возмущений. Показано, что для существенного упрощения организации вычислительных процессов в синтезируемой системе при практическом отсутствии потерь в достигнутом качестве стабилизации объекта возможно синтезирование оптимальной структуры системы стабилизации объекта с использованием реальных возмущенных моделей динамики объекта и учетом лишь случайных возмущающих движение факторов.

L.N. Blohin, N.V. Bilak

Syntheses of the optimum structure of the system of stochastic stabilization of the steady mobile object

The problem is put and the synthesis algorithm optimum structures and parameters of system of stabilization of routing movement in the set "rigid" spatial echelon of the complex dynamic object subject to action of some stochastic indignation's is developed. It is shown, that for essential simplification of the organization of computing processes in synthesized system at practical absence of losses in the achievable first-rate quality of stabilization of object, probably, to synthesize optimum structure of system of stabilization of object at use of the real "indignant" models of dynamics of object and the account of only casual factors revolting movement.

Функціонал якості в цьому випадку слід переписати як

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} tr \left\{ \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \\ \mathbf{P}_{0*} \end{pmatrix} \left( \mathbf{F}_{\mathbf{u}^*}^{\Psi_0} \mathbf{M}_{0*} + \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \right) \mathbf{P}_{0*}^{-1} - \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \\ \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \end{pmatrix} \right] \times \right. \\ \times \mathbf{R}_0 \left[ \mathbf{P}_0^{-1} \left( \mathbf{M}_0 \mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0} + \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \right) (\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{P}_0) - \right. \\ \left. \left. - (\mathbf{0}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}) \right] \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} + \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}} \\ \mathbf{P}_{0*} \end{pmatrix} \mathbf{F}_{\mathbf{u}^*}^{\Psi_0} \mathbf{C} \times \right. \\ \left. \left. \times \mathbf{F}_{\mathbf{u}}^{\Psi_0} (\mathbf{E}_{\mathbf{n}+\mathbf{v}}, \mathbf{P}_0) \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} \right\} ds, \quad (18)$$

$$\text{де } \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Psi_0} & \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Phi_0} \\ \mathbf{S}'_{\Psi_0 \Phi_0} & \mathbf{S}'_{\Phi_0 \Phi_0} \end{bmatrix}.$$

Хід визначення структури  $\mathbf{W}_0$  і аналізу найвищої якості системи за алгоритмом (10) - (18) відомий. Отже, поставлена задача вирішена.

### Висновки

Після запропонованої постановки задачі визначення оптимальної структури системи стабілізації крейсерського руху об'єкта і відповідних структурних перетворень виявилось можливим використання для процедури синтезу часткового випадку відомого загального алгоритму синтезу оптимальної системи стабілізації.

### Список літератури

1. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации. – К.: Техніка, 1982. – 144 с.

Стаття надійшла до редакції 05.02.04.