

УДК 629.7:621.396.98.017

Л. Я. Ильницкий, Л.В. Сибрук, Е.И. Губернаторова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНОЙ АПЕРТУРЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРЕ

Рассмотрен алгоритм расчета напряженности поля дифракционной волны при ее падении на цилиндр малого радиуса и конечных линейных размеров. В алгоритме использован метод эквивалентной апертуры, согласно которому реальная апертура вторичных источников поля заменяется эквивалентной.

Местные условия аэродрома существенно влияют на характеристики радионавигационных средств (РНС). Для оценки этого влияния необходимо определить напряженность поля многопутевых волн в точке наблюдения. Ряд объектов в зоне действия РНС хорошо аппроксимируется цилиндрической поверхностью. Рассмотрим решение задачи дифракции волны на цилиндре малого радиуса с использованием метода эквивалентных апертур, согласно которому с целью повышения точности реальная апертура вторичных источников заменяется эквивалентной.

Рассмотрим цилиндр малого радиуса $a_0 < 10\lambda$, с осью которого совмещена ось Z прямоугольной системы координат (рис.1). Пусть в произвольно взятой точке O находится излучатель, локально плоская волна которого облучает цилиндр. Расстояние OO_y обозначим через r_0 . Перпендикуляр к фронту волны PQ расположен под углом χ к оси цилиндра O_yZ . Напряженность падающей волны в точке O_y можно представить формулой

$$\dot{\vec{E}} = \vec{e}_0 \frac{A_0}{r_0} F(\theta_0, \varphi_0) e^{-ikr_0} = \vec{e}_0 \dot{E}_0,$$

где \vec{e}_0 – поляризационный вектор; A_0 – постоянный коэффициент; $F(\theta_0, \varphi_0)$ – диаграмма направленности антенны в собственной сферической системе координат; r_0, θ_0, φ_0 – координаты точки O_y в собственной системе координат, начало которой совмещено с точкой O ; $k = 2\pi/\lambda$.

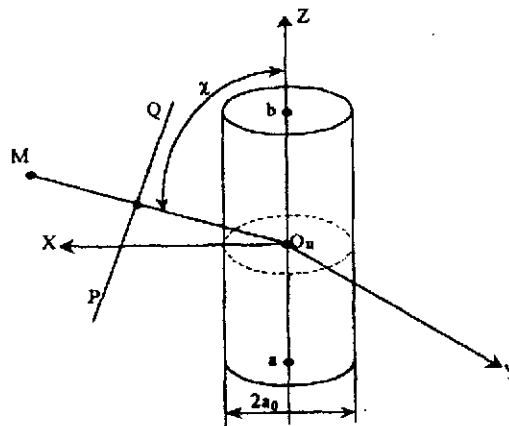


Рис. 1

Падающую волну представляем в виде композиции двух волн: E -волны

$$E_{11} = E_0(\vec{e}_0, z_0) = E_0 \cos \delta^E$$

и H -волны

$$H_{11} = H_0 \cos \delta^H,$$

где δ^E – угол между осью $O_y Z$ и вектором \vec{e}_0 ; δ^H – угол между осью $O_y Z$ и вектором магнитного поля падающей волны.

Дифрагированные волны находим в результате решения электродинамической краевой задачи способом, который приведен в работе [1]:

$$E_z^D = E_{11} e^{ikz \cos \chi} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \varepsilon_n i^n H_n^{(2)}(\beta \rho) \cos(n\psi) \quad \text{при } \rho > a_0 \quad (1)$$

и

$$\dot{H}_z^D = -\frac{E_{11}}{\omega \mu_a} e^{ikz \cos \chi} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \varepsilon_n i^n \left[\vec{\rho}_0 \frac{n}{\rho} H_n^{(2)}(\beta \rho) \sin(n\psi) + \vec{\psi}_0 \beta H_n^{(2)'}(\beta \rho) \cos(n\psi) \right] \quad \text{при } \rho > a_0,$$

где ρ, ψ, z – координаты в цилиндрической системе, начало которой совпадает с точкой O_c ; $\vec{\rho}_0, \vec{\psi}_0$ – орты цилиндрической системы координат; b_n – постоянные коэффициенты; $\varepsilon_n = 1$ при $n = 0$ и $\varepsilon_n = 2$ при $n = 1, 2, 3, \dots$; $H_n^{(2)}(\beta \rho)$ – функция Ганкеля n -го порядка от аргумента $\beta \rho$; $\rho = k \sin \chi$ – коэффициент фазы волны в направлении радиуса вектора $\vec{\rho}$; ω – круговая частота колебаний; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость среды; $H_n^{(2)'}$ – производная функции Ганкеля по аргументу.

Из граничных условий находим:

$$b_n = \frac{-I_n(\beta_i a_0) I_n'(\beta a_0) + w_r I_n'(\beta_i a_0) I_n(\beta a_0)}{I_n(\beta_i a_0) H_n^{(2)'}(\beta a_0) - w_r I_n'(\beta_i a_0) H_n^{(2)}(\beta a_0)},$$

где $I_n(x)$ и $I_n'(x)$ – функция Бесселя и ее производная по аргументу x ; $\beta_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \chi$ – коэффициент фазы волны в материале цилиндра; λ – длина волны в материале цилиндра; w_r – отношение волновых сопротивлений среды и материала цилиндра; $w_r = \sqrt{\frac{\varepsilon - i60\sigma\lambda}{\mu}}$; ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости материала цилиндра; σ – проводимость материала цилиндра.

В случае H -волны находим значения отраженной волны:

$$H_z^D = H_{11} e^{ikz \cos \chi} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^h \varepsilon_n i^n H_n^{(2)}(\beta \rho) \cos(n\psi) \quad \text{при } \rho > a_0$$

и

$$\dot{E}_z^D = i \frac{H_{11}}{\omega \varepsilon_a} e^{ikz \cos \chi} \sum_{n=0}^{\infty} b_n^h \varepsilon_n i^n \left[\vec{\rho}_0 \frac{n}{\rho} H_n^{(2)}(\beta \rho) \sin(n\psi) + \vec{\psi}_0 \beta H_n^{(2)'}(\beta \rho) \cos(n\psi) \right] \quad \text{при } \rho > a_0. \quad (2)$$

Значения постоянных коэффициентов определяются так:

$$b_n^h = \frac{-w_r I_n(\beta_i a_0) I_n'(\beta a_0) + I_n'(\beta_i a_0) I_n(\beta a_0)}{w_r I_n(\beta_i a_0) H_n^{(2)'}(\beta a_0) - I_n'(\beta_i a_0) H_n^{(2)}(\beta a_0)}$$

Формулы (1) и (2) получены в предположении, что протяженность цилиндра вдоль оси Z' – бесконечная. Для учета длины реальных цилиндров используем метод эквивалентной апертуры [2].

Для этой цели на некотором расстоянии от начала цилиндрической системы в направлении, которое совпадает с направлением распространения отраженной волны в точку наблюдения, выделяем некоторую поверхность. С помощью формул (1) и (2) находим распределение тангенциальных составляющих в эквивалентной апертуре. Если размеры апертуры в несколько раз больше длины волны, то поле в точке наблюдения с большой точностью определяется на основе принципа Киргофа-Гюйгенса.

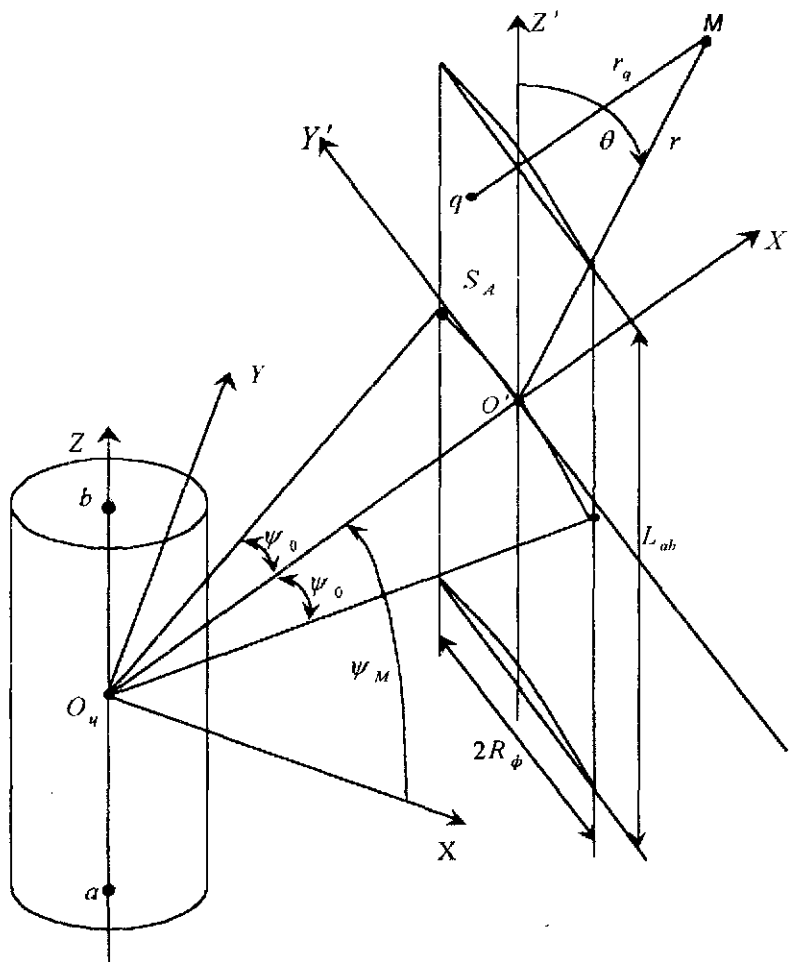


Рис. 2

Из точки наблюдения $M(\rho_M, \psi_M, z_M)$ под углом ψ_M в цилиндрической системе координат проводим радиус-вектор x' (рис. 2), который будет осью $O'x'$ новой системы координат. Начало этой системы O' соответствует средней точке эквивалентной апертуры. Ее располагаем на расстоянии ρ_A от точки O_c так, чтобы $\beta\rho_A \gg 1$. При таком подходе к выбору положения эквивалентной апертуры для цилиндрических функций можно будет использовать асимптотические представления. Ось z' проводят параллельно оси цилиндра и тем самым определяют положение оси y' как перпендикуляра к

поверхности $x'O'z'$. При таком выборе системы координат точка наблюдения находится в плоскости $y' = 0$, $x'_M = \rho_M - \rho_A$ и $z'_M = z_M$.

Линейный размер апертуры вдоль оси y' определяем исходя из размеров области пространства, существенной при распространении радиоволн:

$$R_\phi = \sqrt{n\rho_A\lambda},$$

где n – число учитываемых зон Френеля.

Размер вдоль оси z принимаем равным длине цилиндра $L_{об}$ в связи с тем, что формулы (1) и (2) описывают цилиндрические волны, которые не расходятся в плоскостях, проведенных через ось цилиндра.

Распределение тангенциальных составляющих в эквивалентной апертуре S_A находим на основе формулы (1) для E -волны при условии, что $\rho = \rho_A$, т.е. $E_z^A = E_z^D(\rho = \rho_A)$ и $H_\psi^A = (\bar{\psi}_0 \bar{H}^D)$ при $\rho = \rho_A$.

Для H -волны используем формулу (2). В этом случае $E_\psi^A = (\bar{\psi}_0 \bar{E}^D)$ при $\rho = \rho_A$ и $H_z^A = H_z^D(\rho = \rho_A)$.

Угол γ отсчитываем от оси $O_y x'$ в плоскости $z = 0$. Как следует из рис. 2,

$$\gamma = \psi - \psi_M. \quad (3)$$

Поскольку угол γ меняется от $-\psi_0$ до ψ_0 , то пределами изменений угла γ является

$$\psi_0 = \arcsin \frac{R_\phi}{\rho_A} \quad \text{или} \quad \psi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{n\lambda}{\rho_A}}.$$

Можно показать, что расстояние от произвольно взятой в апертуре S_A точки q до точки наблюдения M может быть представлено в виде:

$$r_q = r + \frac{\rho_A}{2} \left(\frac{\rho_A}{r} + \sin \theta \right) + \frac{z^2}{2r} - z \cos \theta, \quad (4)$$

где r – расстояние от начала координат O' до точки M и $\cos \theta = z_M/r$.

Зная распределение поля в эквивалентной апертуре, поле излучения в точке наблюдения находим по формуле [1]

$$\dot{\vec{E}} = -i \frac{k}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_S \left\{ W_c \left[\vec{r}_0, \left[\vec{n}_0, \dot{\vec{H}}_S \right], \vec{r}_0 \right] - \left[\left[\vec{n}_0, \dot{\vec{E}}_S \right], \vec{r}_0 \right] \right\} e^{ik\Delta r} dS, \quad (5)$$

где \vec{r}_0 – орт сферической системы координат, начало которой совпадает с точкой O' ; $\vec{n}_0 = \vec{\rho}_0$ – нормаль к поверхности апертуры; $\Delta r = r_q - r + z \cos \chi$ и интегрирование ведется по поверхности апертуры.

Из формулы (4) следует, что

$$\Delta r = -\gamma^2 \sqrt{\frac{\rho_A}{2} \left(\frac{\rho_A}{r} + \sin \theta \right)} - \frac{z^2}{2r} + z(\cos \theta + \cos \chi).$$

Учитывая, что $\exp(i\pi/4) = (1+i)/\sqrt{2}$ и $i^n = \exp(in\pi/2)$, и используя асимптотические приближения Ганкеля, формулу (5) приведем к виду:

$$\vec{E} = -iA_E \frac{e^{-ikr}}{2\lambda r} e^{i\frac{\pi}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \varepsilon_n (-1)^n b_n \int_S \{ \sin \chi [\vec{r}_0, [\vec{\rho}_0, \vec{\psi}_0] \vec{r}_0] - \right. \\ \left. - [[\vec{\rho}_0, \vec{z}_0] \vec{r}_0] \cos n(\psi_M + \gamma) e^{ik_{\Delta} r} dS \right\}; \quad (6)$$

$$\vec{H} = -i \frac{B_H W_c}{2\lambda r} e^{-ikr} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \varepsilon_n (-1)^n b_n^h \int_S \{ [\vec{r}_0, [[\vec{\rho}_0, \vec{z}_0] \vec{r}_0] + \sin \chi [[\vec{\rho}_0, \vec{\psi}_0] \vec{r}_0] \} \times \right. \\ \left. \times \cos n(\psi_M + \gamma) e^{ik_{\Delta} r} dS \right\}; \quad (7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_E &= E_{11} e^{-ik\rho_A \sin \chi} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho_A \sin \chi}}; & A_H &= -H_{11} W_c \sin \chi e^{-ik\rho_A \sin \chi} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho_A \sin \chi}}; \\ B_E &= \frac{E_{11} \sin \chi}{W_c} e^{-ik\rho_A \sin \chi} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho_A \sin \chi}}; & B_H &= H_{11} e^{-ik\rho_A \sin \chi} \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho_A \sin \chi}}. \end{aligned} \right\} \text{ и}$$

Учитывая возможные пределы изменения z $[-0,5L_{ab}, 0,5L_{ab}]$ и γ (4), после некоторых преобразований формулы (6) и (7) приводим к виду:

$$\vec{E} = -i \frac{A_E \rho_A}{2\lambda r} e^{-ikr} e^{i\frac{\pi}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \varepsilon_n (-1)^n b_n \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\frac{L_{ab}}{2}}^{\frac{L_{ab}}{2}} \{ \vec{\rho}_0 [\cos(\varphi - \gamma) - \sin \chi \sin \theta] - \\ - \vec{\rho}_0 \cos \theta \sin(\varphi - \gamma) \} \cos n(\psi_M + \gamma) \exp(ik_{\Delta} r) d\gamma dz \}; \quad (8)$$

$$\vec{E} = -i \frac{B_H W_c \rho_A}{2\lambda r} e^{-ikr} e^{i\frac{\pi}{4}} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \varepsilon_n (-1)^n b_n^h \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\frac{L_{ab}}{2}}^{\frac{L_{ab}}{2}} \{ \vec{\rho}_0 \cos \theta \sin(\gamma - \varphi) + \\ - \vec{\rho}_0 [\sin \chi \sin \theta - \cos(\varphi + \gamma)] \} \cos n(\psi_M + \gamma) \exp(ik_{\Delta} r) d\gamma dz \}. \quad (9)$$

Подынтегральные выражения в формулах (8) и (9) разделяются на два сомножителя, один из которых зависит только от угла γ , а второй – только от координаты z . Это позволяет двойной интеграл представить в виде произведения двух одномерных интегралов.

Ввиду громоздкости полученных выражений приведем формулу для составляющей напряженности электрического поля, которая создается E -волной:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}} = \dot{E}_m \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \varepsilon_n (-1)^n b_n \left[\frac{1}{2} \bar{\theta} \left[\Phi_{10}^1(n) e^{-i(n\psi_M + \varphi)} + \Phi_{20}^1(n) e^{i(n\psi_M + \varphi)} + \Phi_{10}^{(2)}(n) e^{-i(n\psi_M - \varphi)} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \Phi_{20}^{(2)}(n) e^{i(n\psi_M + \varphi)} - 2 \sin \chi \sin \theta \left[\Phi_{10}^0(n) e^{-in\psi_M} - \Phi_{20}^0(n) e^{in\psi_M} \right] - 0,5i \bar{\varphi}_0 \cos \theta \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[\Phi_{10}^1(n) e^{-i(n\psi_M + \varphi)} - \Phi_{20}^1(n) e^{i(n\psi_M + \varphi)} - \Phi_{10}^{(2)}(n) e^{-i(n\psi_M - \varphi)} + \Phi_{20}^{(2)}(n) e^{i(n\psi_M + \varphi)} \right] \right] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\dot{E}_m = -i \frac{E_{11}}{8\pi} \sqrt{\frac{\lambda}{\sin \chi (\rho_A + r \sin \theta \cos \varphi)}} e^{-i \left[k \rho_A \sin \chi - \frac{\pi r^2}{2} - \frac{\pi}{4} \right]}; \quad T = \frac{\sqrt{2r}}{\lambda} (\cos \theta + \cos \chi);$$

$$\Phi_{10}^{(S)}(n) = e^{iv_S^n} e^{-i\chi_S^n} \left\{ C(U_{11}^S) + C(U_{12}^S) - i[S(U_{11}^S) + S(U_{12}^S)] \right\};$$

$$\Phi_{20}^{(S)}(n) = e^{iv_S^n} e^{i\chi_S^n} \left\{ C(U_{21}^S) + C(U_{22}^S) - i[S(U_{21}^S) + S(U_{22}^S)] \right\};$$

$$v_S^n = \frac{k}{4m^2} \left[\frac{(\delta_S^n)^2}{k^2} + \rho_A^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \right]; \quad \chi_S^n = \frac{4\delta_S^n r \sin \theta \sin \varphi}{\rho_A + r \sin \theta \cos \varphi}; \quad \delta_S^n = n + (-1)^s, \quad s = 0, 1, 2.$$

Полученное выражение позволяет определить составляющие вектора напряженности отраженной волны в произвольно взятой точке наблюдения при падении на цилиндр конечных размеров E -волны.

При исследовании многопутевого распространения радиоволн на поле излучения антенн определенной радионавигационной системы значение вектора $\dot{\vec{E}}$ раскладывается на компоненты в системе координат, привязанной к антеннам радиомаяка. Таким образом находится составляющая дестабилизирующей отраженной волны с учетом амплитуд и фаз, что обеспечивает точную оценку регулярного влияния цилиндрического объекта на информационный параметр поля наведения.

Список литературы

1. Ильницкий Л. Я., Сибрук Л. В., Фузик М. И. Теория антенных устройств: Учебник / Под ред. Л. Я. Ильницкого. – К.: КМУГА, 1996. – 176 с.
2. Сибрук Л. В. Моделирование точностных характеристик радиотехнических систем посадки воздушных судов. – К.: КМУГА, 1988. – 188 с.

Стаття надійшла до редакції 30 вересня 1999 року.