УДК 629.735.33.015:53.072

А.В.Кудиненко, В.П.Котляров

ОЦІНКА ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА ПРИ ПРОСТОРОВИХ МАНЕВРАХ

Розглянуті аналітичні підходи до оцінки динамічних особливостей маневрених літальних апаратів у широкому діапазоні застосування параметрів їх руху.

Аналіз властивостей рішень диференціальних рівнянь руху літака може бути поділений на такі етапи. З початку визначаються усі можливі стани рівноваги, після знаходження особливих точок досліджуються рухи в їх малому околі.

Знаходження особливих точок не викликає значних труднощів і широко висвітлено у роботі [1]. Крім того, балансувальні значення параметрів можуть бути визначені також з льотних експериментів.

Більш ретельно зупинимося на другій задачі. Як відомо, дана задача упритул наближається до проблеми аналізу стійкості руху біля особливої точки. Тоді, виконуючи звичайну процедуру лінеарізації, можна прийти до системи рівнянь, що описують рух літального апарата в просторі у вигляді [2]:

$$\begin{aligned}
&a_{1\ddot{\alpha}}\Delta\ddot{\alpha}+a_{1\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha}+a_{1\alpha}\Delta\alpha+a_{1\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta}+a_{1\beta}\Delta\beta+a_{1\dot{\omega}_x}\Delta\dot{\omega}_x+a_{1\omega_x}\Delta\omega_x=0;\\
&a_{2\ddot{\beta}}\Delta\ddot{\beta}+a_{2\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta}+a_{2\beta}\Delta\beta+a_{2\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha}+a_{2\alpha}\Delta\alpha+a_{2\dot{\omega}_x}\Delta\dot{\omega}_x+a_{2\omega_x}\Delta\omega_x=0;\\
&a_{3\dot{\omega}_x}\Delta\dot{\omega}_x+a_{3\omega_x}\Delta\omega_x+a_{3\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha}+a_{3\alpha}\Delta\alpha+a_{3\dot{\beta}}\Delta\dot{\beta}+a_{3\beta}\Delta\beta=0.
\end{aligned}\tag{1}$$

Власні властивості системи (1) визначаються характеристичним рівнянням п'ятого порядку:

$$A'_5p^5+A'_4p^4+A'_3p^3+A'_2p^2+A'_1p+A'_0=0,\tag{2}$$

де $A'_0 \ldots A'_5$ є функціями аеродинамічних коефіцієнтів та кінематичних параметрів руху в особливих точках.

Умовами стійкості рішень системи рівнянь (1) згідно з критерієм стійкості Рауса-Гурвіца є виконання ряду нерівностей. Однак ці нерівності, що записані у вигляді залежностей між аеродинамічними та інерційними характеристиками літака, дуже складні.

Виключення складає критерій аперіодичної стійкості $A'_0>0$, який визначає стійкість у багатьох практично важливих випадках і може бути при припущеннях, аналогічних [1], представлений у вигляді

$$\begin{aligned}
A'_0=&-B_1m_y^{\omega_y}tg\alpha_\delta(-C\omega_{x\delta}^2tg\alpha_\delta\sec\alpha_\delta-C_1m_x^\beta)(A\omega_{x\delta}^2\sec^2\alpha_\delta-\\
&-A_1m_z^\alpha)-C_1m_x^{\omega_x}(B\omega_{x\delta}^2\sec\alpha_\delta-B_1m_y^\beta)(-A\omega_{x\delta}^2\sec^2\alpha_\delta-A_1m_z^\alpha),
\end{aligned}\tag{3}$$

де індексом " δ " позначені значення параметрів руху в особливих точках.

Нерівність $A'_0>0$ є необхідною, але недостатньою умовою стійкості. З нерівності $A'_0>0$ випливає тільки те, що характеристичне рівняння не має непарної кількості дійсних додатних коренів, однак не виключається можливість наявності парної кількості додатних дійсних коренів, або будь-якої кількості комплексно-спряжених коренів із додатною дійсною частиною. Як правило, характеристичне рівняння (2) має не більше одного додатного кореня, у зв'язку з чим критерій стійкості $A'_0>0$ дозволяє визначити аперіодичну стійкість руху літака в околі особливої точки.

Аналіз (3) свідчить, що при тенденціях зміни коефіцієнтів аеродинамічних моментів, що викладені в роботі [3] ($m_z^{\alpha} < 0, \mathrm{m}_{\mathrm{x}}^{\beta} < 0, \mathrm{m}_{\mathrm{x(y)}}^{\omega_x(y)} < 0,$ при $\alpha < 0$), перший доданок (3) завжди більше нуля. Другий доданок (3) при $m_x^{\omega_x} < 0$ може приймати як додатні, так і від'ємні значення. Якщо припустити, що $m_x^{\beta}=C=0$ та $\sec \alpha_\delta \approx 1$, як це зроблено в [1], то з другого доданка (3) можна одержати приблизні значення для критичних кутових швидкостей крену, при яких відбувається утрата стійкості руху літака, що розглядається:

$$\omega_\beta \approx \sqrt{\frac{B_1 m_y^{\beta}}{B}}; \qquad \omega_\alpha \approx \sqrt{\frac{-A_1 m_z^{\alpha}}{A}}. \tag{4}$$

Інші критерії стійкості (2) звести до більш простого вигляду не вдається. Однак у загальному випадку руху можливо провести аналіз динамічних властивостей об'єкта у широкому діапазоні кутів атаки прямими методами за коренями характеристичного рівняння (2), здійснюючи при цьому цілеспрямовану зміну незалежних змінних коефіцієнтів аеродинамічних сил та моментів , а також параметрів руху літака в особливих точках.

Як приклад у таблиці наведені значення коренів характеристичного рівняння (2) маневренного літака, що були знайдені для чотирьох варіантів розрахунку при зміні незалежних змінних $\alpha_\delta, \beta_\delta, \omega_{x_\delta}$ та m_y^{β}.

При виборі варіантів розрахунку бралося до уваги, що із збільшенням кута атаки шляхова стійкість (аеродинамічний коефіцієнт m_y^{β}) знижується, а добуток $\beta_\delta \omega_{x\delta}$ змінює знак із додатного на від'ємний. Останнє ствердження випливає з аналізу записів льотних експериментів маневрених літаків при некоординованих маневрах. Результати дослідження рівнянь для визначення особливих точок підтверджують відзначений факт. Крім того, бралося також до уваги, що із збільшенням кута атаки коефіцієнти демпфірування зменшуються в зв'язку з виникненням зривних явищ при обволіканні літака потоком повітря.

За одержаними значеннями коренів характеристичного рівняння цілком може бути зроблена достатня оцінка динамічних властивостей вибраного об'єкта управління.

Значення коренів характеристичного рівняння

№	α_δ	$\omega_{x\delta}$	β_δ	m_y^{β}	P_1 (λ_1)	$P_{2,3}$ ($\xi_{2,3} \pm \eta_{2,3} i$)	$P_{4,5}$ ($\xi_{4,5} \pm \eta_{4,5} i$)
вар.	град	рад/с	рад	1/рад	1/с	1/с	1/с
1	20°	0,873	0,06	-0,0573	-0,472	-0,431±3,12i	-0,41±2,68i
2	40°	0,9	-0,05	0,0573	-0,09	-0,22±3,02i	-0,81±2,48i
3	30°	-1,0	0,1	0	-0,04	-0,18±3,26i	-0,876±2,5i
4	50°	-2,0	0,23	0,45	-0,05	0,59±2,57i	-1,64±2,75i

Так, із аналізу перших двох варіантів таблиці випливає, що для літака, який має аеродинамічну поперечну стійкість, при зниженні шляхової стійкості (зміні коефіцієнта m_y^β від -0,0573 до 0,0573) та зміні знаку β_δ при одних і тих самих значеннях α_δ та $\omega_{x\delta}$ відбувається зменшення за абсолютною величиною дійсного кореня у той час, коли демпфірування однієї пари комплексно-спряжених коренів ($\xi_{4,5}$) збільшується, а іншої ($\xi_{2,3}$) – зменшується. Порівняльний аналіз другого і третього варіантів показує, що тенденції зміни дійсного кореня та відповідних декрементів коливання комплексно-спряжених коренів від другого до третього варіанта ідентичні тенденціям зміни відповідних значень коренів від першого варіанта до другого ($\xi_{1(\text{Івар})} < \xi 1_{(\text{ІІвар})} < \xi 1_{(\text{ІІІвар})}$; $\xi_{2,3(\text{Івар})} < \xi_{2,3(\text{ІІвар})} < \xi_{2,3(\text{ІІІвар})}$; $\xi_{4,5(\text{Івар})} > \xi_{4,5(\text{ІІвар})} > \xi_{4,5(\text{ІІІвар})}$), хоча шляхова стійкість, навпаки, порівняно з першим прикладом, зростає ($m^\beta_{y\,(\text{ІІвар})} > m^\beta_{y\,(\text{ІІІвар})}$; $m^\beta_{y\,(\text{Івар})} < m^\beta_{y\,(\text{ІІвар})}$), а значення β_δ та $\omega_{x\delta}$ змінюють знак на протилежний.

Окремо слід зупиниться на четвертому варіанті. Так, незважаючи на велике значення β_δ і значну додатну величину коефіцієнта m_y^β, рух аперіодично стійкий. Це пояснюється стабілізуючим гіроскопічним моментом, що викликаний інтенсивним обертанням ($\omega_{x\delta}$= -2 1/с).

Наведені варіанти розрахунків аперіодичного та комплексно-спряжених коренів (див. таблицю) добре узгоджуються з льотною практикою маневрених літаків.

Таким чином, розглянуті підходи дозволяють проводити аналітичне дослідження динамічних якостей літальних апаратів у широкому діапазоні кутів атаки. Необхідно відзначити, що такий аналіз необхідний як при проектуванні сучасних літальних апаратів, так і з точки зору правильного моделювання руху літака, наприклад, в авіаційних тренажерах.

Список літератури

1. *Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.* Динамика самолета. Пространственное движение. – М.: Машиностроение, 1983. – 320 с.

2. *Кудиненко А.В.* Многосвязные системы динамики полета. – К.: КВВАИУ, 1978. – 216 с.

3. *Буков В.Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука, 1987. – 232 с.

Стаття надійшла до редакції 27 вересня 1999 року.