

ББК 2 95-018.1 + 3248.147011 + 952-55
 УДК 621.396.96:551.576

Ф.И. Яновский, Я.С. Храисат

МОДЕЛИ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ЗАДАЧАХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ОБЛАКОВ И ОСАДКОВ

Произведен анализ влияния формы исходного энергетического спектра турбулентности на спектр скоростей частиц туч и осадков, являющихся рассеивателями электромагнитного поля и движущихся под воздействием этой турбулентности. Рассмотрены возможные отклонения спектра турбулентности от модели Колмогорова-Обухова. Поскольку спектр скоростей движения рассеивателя является источником доплеровского спектра, измеряемого метеорологическими радиолокаторами, то полученные результаты необходимо учитывать как при построении моделей сигналов, отраженных от турбулизованных метеобъектов, так и при интерпретации данных дистанционного зондирования туч и осадков доплеровскими радиолокаторами.

В работе [1] рассмотрена модель обратного рассеяния радиолокационных сигналов на совокупности гидрометеоров в турбулизованной среде. Реализованный в этой работе метод моделирования основан на построении моделей процессов формирования эхосигналов при взаимодействии зондирующего сигнала с рассеивающим объектом. Это позволяет моделировать не только ситуации, для которых имеются надежные априорные сведения, но и получать новую информацию о характеристиках эхо-сигналов и их связях с параметрами отражающего объекта. В качестве исходной математической модели атмосферной турбулентности в работе [1] принята модель изотропной однородной турбулентности Колмогорова-Обухова. Однако на практике возможны существенные отличия формы спектра турбулентности от закона "минус пять третьих" Колмогорова-Обухова.

Цель данной статьи – проанализировать влияние формы исходного энергетического спектра турбулентности на спектр скоростей движения гидрометеоров, вызванный этой турбулентностью. Спектр скоростей движения гидрометеоров, в свою очередь, является источником доплеровского спектра, измеряемого метеорологическими радиолокаторами.

Турбулентность атмосферы, являющаяся хаотическими пульсациями скорости и направления ветра во времени и в пространстве, может быть представлена как суперпозиция вихрей различных масштабов (размеров): от некоторого минимального размера l_{\min} до размера L_{\max} , сравнимого с масштабом потока в целом. Мгновенное значение скорости в турбулентном потоке представим как результат наложения малых колебаний на некоторое среднее движение. Уравнение движения для трех компонентов скорости движения воздуха u, v, w принимает вид:

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v'; \quad w = \bar{w} + w'. \quad (1)$$

В формуле (1) $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ – средние значения соответствующих компонентов скорости движения воздуха, а u', v', w' – случайные отклонения от средних значений.

Аргументом функции энергетического спектра турбулентности является волновой вектор, характеризующий пространственную частоту турбулентного движения. Если $\vec{\Omega}$ – трехмерный волновой вектор турбулентности, то пространственная круговая частота

$\Omega = |\vec{\Omega}| = 2\pi/L$, где L – масштаб турбулентного движения. Энергетический спектр турбулентности $S(\Omega)$ представляет собой разложение кинетической турбулентной энергии в ряд Фурье по волновым числам Ω . Хотя турбулентные движения имеют очень широкий спектр пространственных масштабов, ограничим наше рассмотрение лишь инерциальным интервалом турбулентности. В свободной атмосфере инерциальный интервал включает в себя масштабы вихрей от самых малых до приблизительно 1500 м. Это как раз тот диапазон масштабов, который, во-первых, характерен для облаков и осадков, во-вторых, соизмерим с размерами отражающего объема бортовых и наземных метеорологических радиолокаторов, и, в-третьих, оказывает наибольшее влияние на полеты воздушных судов.

В области волновых чисел, где турбулентность удовлетворяет условию однородности и локальной изотропности, аналитическое выражение спектра запишем в виде:

$$S(\Omega) = C_0 \varepsilon^{2/3} \Omega^{-K}, \quad (2)$$

где величина ε – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности, а показатель степени K определяет форму спектра. В этом, полученном теоретически А.Н. Колмогоровым, аналитическом выражении спектра $K=5/3$. Для анализа последствий отклонений формы спектра от модели Колмогорова рассмотрим три частных случая модели (2), два из которых имеют отклонения от закона "минус пять третьих":

$K = 6/3 = 2$ – квадратичная модель (модель q);

$K = 5/3$ – колмогоровская модель (модель k);

$K = 4/3$ – модель "четыре третьих" (модель f).

Соответствующие моделям q , k и f графики спектров $S_q(\Omega)$, $S_k(\Omega)$, $S_f(\Omega)$ приведены на рис.1 в логарифмическом масштабе, их различия достаточно наглядны.

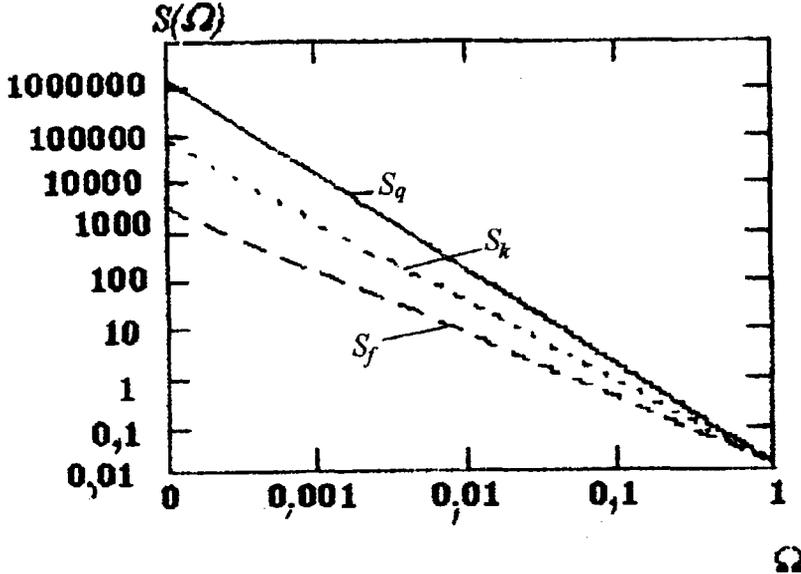


Рис. 1. Три модели энергетического спектра турбулентности:

квадратичная $S_q(\Omega)$, колмогоровская $S_k(\Omega)$ и "четыре третьих" $S_f(\Omega)$ при $\varepsilon = 10^{-3} \text{ м}^2 / \text{с}^3$

Найдем плотности распределения масштабов турбулентных пульсаций $w(L)$ для каждой из трех рассматриваемых моделей $S_q(\Omega)$, $S_k(\Omega)$, $S_f(\Omega)$. Для оценки $w(L)$ рассматриваем L и Ω как функционально связанные случайные величины, причем плотность

распределения величины Ω определяется выражением (2) при различных значениях K . Следовательно, плотность распределения $w(L)$ можно найти из выражения

$$w(L, \varepsilon) = \frac{S(\Omega)}{|dL/d\Omega|} \quad (3)$$

после подстановки $L = f(\Omega)$ и соответствующей нормировки. Подставляя $S(\Omega)$ из выражения (2) в (3) при различных значениях K , получаем плотности распределения масштабов турбулентных движений, соответствующие спектрам $S_q(\Omega)$, $S_k\Omega$, $S_f(\Omega)$, в виде следующих выражений:

$$w_q = \frac{1}{L_m}; \quad (4)$$

$$w_k = \frac{2}{3} L^{-1/3} L_m^{-2/3}; \quad (5)$$

$$w_f = \frac{1}{3} L^{-2/3} L_m^{-1/3}. \quad (6)$$

В формулах (4), (5) и (6) L_m – максимальный учитываемый масштаб турбулентности, который может быть взят из физических соображений, однако он не должен превышать граничное значение инерционного интервала. Полученные плотности распределения графически показаны на рис. 2.

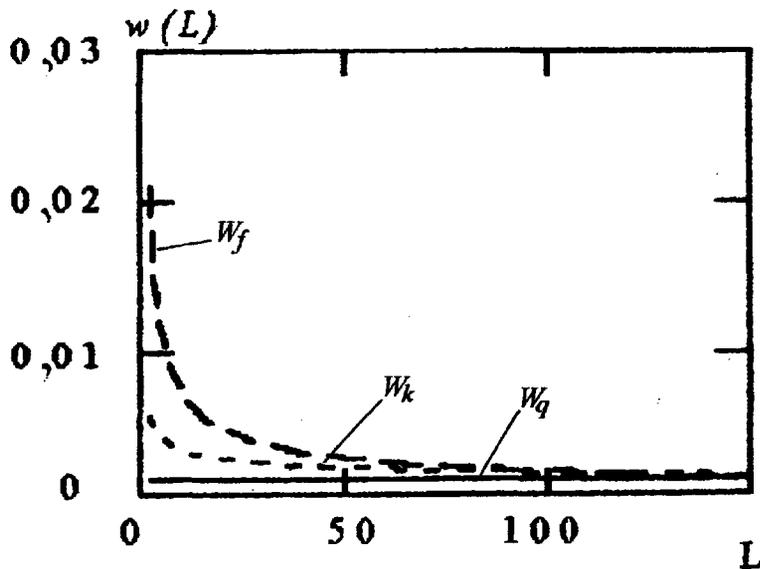


Рис. 2. Плотность вероятностей турбулентных масштабов для разных энергетических спектров

Как видно из полученных выражений и графиков, зависимость от ε исчезает во всех трех случаях, причем квадратичному спектру вообще соответствует равномерное распределение масштабов, т.е. нет зависимости и от L . В то же время плотности распределения масштабов для рассмотренных моделей спектров существенно отличаются друг от друга.

Движения капель облаков и осадков не полностью повторяют турбулентные движения воздуха. Основываясь на предположениях, сделанных в работе [1], плотность вероятности распределения турбулентной скорости капель $p(v_T)$ может быть представлена следующим образом:

$$p(\bar{v}_1) = \int_{L_{\min}|\bar{v}_1|}^{L_{\min}} w_g(\bar{v}_1/L, \varepsilon) w(L) dL, \quad (7)$$

где $w_g(\bar{v}_1/L, \varepsilon)$ – нормальная плотность распределения с нулевым средним и дисперсией

$$\overline{(\bar{v}_1)^2} = C_0 \varepsilon^{2/3} L^{2/3}; \quad (8)$$

$w(L)$ – плотность распределения масштабов турбулентных пульсаций.

Верхний предел интегрирования L_{\max} в формуле (7) определяется как наибольший размер рассеивающего объема $L_{\max} = \max(L_{\text{rad}}, L_{\text{tang}})$, где $L_{\text{rad}}, L_{\text{tang}}$ – размеры отражающего объема в радиальном и тангенциальном направлениях соответственно. Нижний предел интегрирования в формуле (7) равен некоторому минимальному масштабу турбулентности, который соответствует данному диаметру капель D , т.е. функция $L_{\min}(D)$ позволяет учитывать инерционность капель, которая тем больше, чем больше диаметр, а значит и масса капли.

Подставив значения $w_g(v_T)$ и $w_n(L)$ ($n = q, k, f$) в формулу (7), получим выражения для распределений турбулентной скорости капли, соответствующие каждой из трех рассматриваемых моделей. Рассмотрим это подробнее для каждой из моделей.

Модель f. После подстановки выражений (6) и (8) в формулу (7) получаем:

$$p_f(v) = \frac{L_m^{-1/3}}{3\sqrt{2\pi C_0 \varepsilon^{2/3}}} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} L^{-1} \exp\left(-\frac{v^2}{2C_0 \varepsilon^{2/3} L^{2/3}}\right) dL. \quad (9)$$

Интеграл в формуле (9) выражается через табулированную Ei – функцию. Выполнив интегрирование, получим:

$$p_f(v) = \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{\pi}} \frac{Ei\left(1, \frac{v^2}{2C_0 \varepsilon^{2/3} L_{\max}^{2/3}}\right) - Ei\left(1, \frac{v^2}{2C_0 \varepsilon^{2/3} L_{\min}^{2/3}}\right)}{\sqrt{C_0 \varepsilon^{1/3} L_m^{-1/3}}},$$

где

$$Ei(n, x) = \int_1^{\infty} \frac{\exp(-xt)}{t^n} dt. \quad (10)$$

Модель k. Распределение скорости для этой модели получаем, подставив выражения (5) и (8) в формулу (7):

$$p_k(v_1) = \frac{\sqrt{2} \varepsilon^{-1/3} L_m^{-2/3}}{3\sqrt{\pi} \sqrt{C_0}} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} L^{-2/3} \exp\left(-\frac{v^2 \varepsilon^{-2/3} L^{-2/3}}{2C_0}\right) dL.$$

Этот интеграл выражается аналитически через функцию ошибок $erf(*)$, а результат вычисления приведен в статье [1, формула (13)].

Модель q . Подставив выражения (4) и (8) в формулу (7), получаем:

$$p_q(v_1) = \frac{L_m^{-1}}{\sqrt{2\pi\epsilon^{2/3}C_0}} \int_{L_{\min}(D)}^{L_{\max}} L^{-1/3} \exp\left(-\frac{v^2}{2C_0\epsilon^{2/3}L^{-2/3}}\right) dL \quad (11)$$

Интеграл (11) подобно (9) выражается через Ei -функции (10):

$$p_q(v_1) = \frac{3\sqrt{2}C_0^{1/3}L_{\max}^{2/3}\exp\left(-\frac{v^2}{2C_0\epsilon^{2/3}L_{\max}^{2/3}}\right)}{4\sqrt{\pi}L_m\epsilon^{1/3}} - \frac{3\sqrt{2}v^2Ei\left(1, \frac{v^2}{2C_0\epsilon^{2/3}L_{\max}^{2/3}}\right)}{8\sqrt{\pi}L_mC_0^{3/2}\epsilon} -$$

$$- \frac{3\sqrt{2}C_0^{1/3}L_{\max}^{2/3}\exp\left(-\frac{v^2}{2C_0\epsilon^{2/3}L_{\min}^{2/3}}\right)}{4\sqrt{\pi}L_m\epsilon^{1/3}} + \frac{3\sqrt{2}v^2Ei\left(1, \frac{v^2}{2C_0\epsilon^{2/3}L_{\min}^{2/3}}\right)}{8\sqrt{\pi}L_mC_0^{3/2}\epsilon}$$

На рис. 3 приведены плотности распределения турбулентной скорости частицы $p_f(v)$, рассчитанные для модели f при $L_{\max} = 300$ м, $L_{\min} = 10$ м, $L_m = 1000$ м, $C_0 = 1,5$ при разных скоростях диссипации турбулентной энергии ϵ (1, 5, 10, 100 и 1000 $\text{см}^2/\text{с}^3$).

Результаты сопоставительных расчетов по трем рассмотренным моделям приведены на рис. 4. Исходные данные, принятые при расчете: $\epsilon = 10 \text{ см}^2/\text{с}^3$; $L_m = 1500$ м; $L_{\min} = 1$ м;

$L_{\max} = 350$ м; $C_0 = 1,5$. Нормировка была выполнена из условия $\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} p(v) dv = 1$.

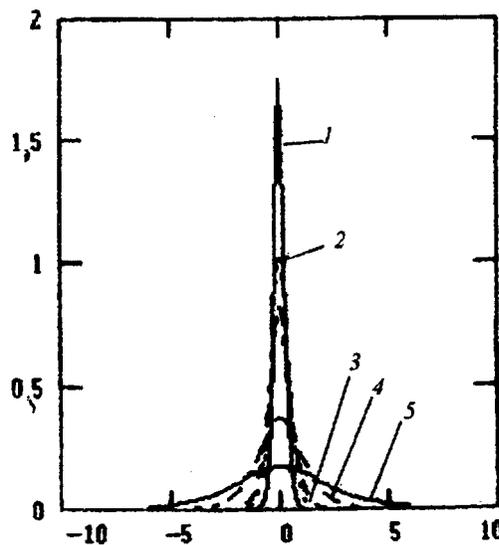


Рис. 3. Плотности распределения турбулентной скорости v капли с диаметром D ($L_{\min} = f(D)$). Числа в аргументе функции соответствуют ϵ :
 1 - $v = 10^{-4}$, L_{\min}, L_{\max} ; 2 - $v = 5 \cdot 10^{-4}$, L_{\min}, L_{\max} ; 3 - $v = 10^{-3}$, L_{\min}, L_{\max} ;
 4 - $v = 10^{-2}$, L_{\min}, L_{\max} ; 5 - $v = 10^{-1}$, L_{\min}, L_{\max}

(Нідерланди), консультант науково-дослідних та конструкторських підприємств радіолокаційного профілю. Основні наукові інтереси в галузях: радіолокації, дистанційного зондування природних середовищ, обробки сигналів, розпізнавання образів, адаптивного вимірювання фізичних величин, електрики атмосфери, радіолокаційної метеорології, радіолокаційної поляриметрії. Має близько 300 публікацій в цих галузях, 36 винаходів. Лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки. Академік Транспортної академії України та Академії електромагнетизму (Кембрідж), почесний член Інституту електро-радіо-інженерів (IEEE), член Європейського геофізичного товариства.

Felix J. Yanovsky was born on 1946 in Kiev, Ukraine. He received the M.Sc. degree from the Kiev Civil Aviation Engineering Institute (KCAEI) in 1968, Ph.D. degree from the Moscow Civil Aviation Engineering Institute (MCAEI) in 1979, D.Sc. degrees in Aviation meteorology and in Radar & Radionavigation from KCAEI (1992) and MCAEI (1993) respectively. He is currently a full professor of the Kiev International University of Civil Aviation, visiting professor of the Delft University of Technology (The Netherlands) and is involved in consultancy work for several research and design firms of radar profile. His research interests include radar-locations, remote sensing of natural media, signal processing, pattern recognition, adaptive measuring of physical quantities, electricity of atmosphere, radar meteorology, radar polarimetry. About 300 scientific papers in these fields have been published by him and 36 patents for inventions are obtained. He is the State Prize Laureate of Ukraine in the field of science and technology, Academician of the Transport Academy of Ukraine and Electromagnetics Academy (Cambridge), Senior Member of IEEE, member of the European Geophysical Society.

Ях'я Салама Хасан Храісат (1969, Іорданія) закінчив Київський міжнародний університет цивільної авіації в 1993 році, кандидат технічних наук. Опублікував 7 наукових праць. Сфера досліджень – дистанційне зондування атмосфери.

Yah'ya Salama Hazan Hraisat (b. 1969, Jordan) graduated from Kyiv International University of Civil Aviation (1993). PhD (Eng), author of 7 publications. Specializes in the field of remote sounding of atmosphere.