ББК 2844-021.1с11 + В171.51
УДК 519.21

М.Т. Корнійчук, І.К. Совтус, А.І. Семенченко, М.О. Шутко

МАРКІВСЬКА ОДНОРІДНА ЗА ДРУГОЮ КОМПОНЕНТОЮ З КЕРОВАНИМ ВІДНОВЛЕННЯМ МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ СКЛАДНИХ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМ

Досліджено можливість побудови математико-стохастичної моделі надійності процесу функціонування радіоелектронної системи. Як засіб підвищення адекватності моделі використано марківські ланцюги,однорідні за другою компонентою.

Якість математичної моделі деякого об'єкта визначається ступенем адекватності її реальному процесу функціонування цього об'єкта. Новостворена модель має відрізнятися від відомих більшою інформаційною ємністю з меншими обмеженнями на характеристики процесу функціонування системи, наприклад, на стаціонарність, ординарність тощо. В пропонованій роботі проведена якісна спроба побудови такої моделі з урахуванням її математичного імовірнісно-стохастичного аналізу.

Одним з аспектів при побудові математичних моделей надійності процесу функціонування складних радіотехнічних систем (РЕС) є вивчення системи в екстремальних умовах її буття, коли система підпадає під дію таких спецфакторів, як наслідки ядерного удару, радіоактивного забруднення, зміни внутрішньої структури окремих елементів як наслідки цих дій. Вихід системи з певного рівня нормального функціонування не завжди укладається в зміст терміну «відмова системи». Такі приклади наведені в публікаціях, що описують результати дослідів, проведених на іноземних полігонах. Відновлення відмов при цьому також набуває істотнішого варіативно узагальненого тлумачення, оскільки воно залежить як від ступеня ушкодження системи, так і від рівня ризику появи нової відмови. В більшості випадків відмова настає не одна. Як правило, в момент її появи виявляються кілька відмов, що накопичились у системі на даний момент і викликали перехід системи на інший рівень її функціонування. Система продовжує функціонування на цьому (вже іншому) нижчому рівні ефективності, виконуючи покладені на неї завдання і одночасно відновлюючи наявні відмови. Відмови ж утворюють певну чергу.

Адекватне цій варіації математичне описання процесу функціонування складних РЕС у вище обумовлених екстремальних умовах може бути представлене такою математичною моделлю, яка б по можливості охоплювала розглянуті вище фактори, що випливають з експериментального вивчення поведінки процесу функціонування систем. Враховуючи все вищесказане, а також багатовимірну стохастичну природу описаного процесу функціонування складних РЕС, вважаємо, що однією з можливих математичних моделей, яка б задовольняла більшість з поставлених вимог, могла б бути така.

Розглянемо складну систему, відмова якої переводить процес її функціонування на інший рівень. За цих умов можлива черга відмов. Відновлення їх проводиться в порядку черговості.

Нехай течія відмов є неординарною, що відповідає реальному об'єктові, відмови надходять групами з розподілом у групі, який позначимо

$$P\{\xi = r\} = \frac{\lambda_n(r)}{\lambda_n}, \quad r = 1, 2, \ldots, \qquad \sum_{r=1}^{\infty} \lambda_n(r) = \lambda_n .$$

Реальність моделі групового надходження, появи, а точніше, групового виявлення відмов можна трактувати як переповнення процесу функціонування і перехід його на інший рівень ефективності, що є нижчим від попереднього.

Нехай наробіток на групову відмову, тобто проміжки часу ζ, через які надходять відмови, є незалежними й однаково розподіленими випадковими величинами. Кожен проміжок часу являє собою суму n незалежних випадкових величин

$$r = \xi^{(1)} + \xi^{(2)} + \ldots + \xi^{(n)}, \qquad \xi_k \geq 0. \tag{1}$$

Вони розподілені експоненціально з параметрами λ_k, $k = 1, 2, \ldots, n$:

$$P\{\xi^{(k)} < x\} = 1 - e^{-\lambda_k x} \qquad k = 1, 2, \ldots, n. \tag{2}$$

Відомо [1], що коли має місце співвідношення

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = \ldots = \lambda_n, \tag{3}$$

то про випадкову величину ζ, визначену формулами (1) та (2), можна говорити, як про ерлангівську. Введемо поняття узагальненої ерлангівської випадкової величини, визначеної умовами (1) та (2) без обмежень (3). Зауважимо при цьому про надзвичайно цікаву і змістовну внутрішню структуру часу наробітку на відмову [2,3], розподілену за узагальненим ерлангівським законом. Сутність його полягає в тому, що кожний окремо взятий момент часу керується іншою експоненціальною складовою компонентою, і на випадкових стиках моментів часу кінця попередньої експоненти і початку наступної експоненти змінюється стохастична природа процесу відмовлень.

Сформалізуємо модель процесу функціонування системи в описаних нижче напрямах з наступною інтерпретацією параметрів, що будуть вводитись. Так, вважаємо, що наробіток на відмову знаходиться на k-му рівні, або течія відмов перебуває у k-й фазі в момент часу t, якщо в цей момент виконується умова

$$T_m + \xi^{(1)} + \xi^{(2)} + \ldots + \xi^{(k-1)} < t < T_m + \xi^{(1)} + \xi^{(2)} + \ldots + \xi^{(k)}, \tag{4}$$

$$k = 1, 2, \ldots, n,$$

де T_m – момент настання m-ї останньої перед t групової відмови, тобто

$$T_{m+1} = T_m + \xi^{(1)} + \xi^{(2)} + \ldots + \xi^{(n)},$$

якщо $m > 0$. При $m = 0$ маємо $T_0 = 0$ і t – біжучий час функціонування системи після ввімкнення, але до настання першої відмови.

Відновлення відмов залежить від рівня наробітку на відмову (кероване відновлення, точніше, залежне адаптовано кероване відновлення), тобто від фази течії відмов, і здійснюється за експоненціальним законом з параметром ν_k, $k = 1, 2, \ldots, n$ на тих і тільки тих проміжках часу, в яких наробіток на відмову знаходиться у k-й фазі, а саме:

$$P\left\{^{(k)}\xi < x\right\} = 1 - e^{-\nu_k x}. \tag{5}$$

Нагадаємо з теорії випадкових процесів [2] факти, якими скористаємось нижче під час дослідження нашої моделі.

Нехай (X, x) і (Y, y) – вимірні простори. Під простором (Y, y) розумітимемо скінченно вимірний евклідів простір з виділеною в ньому σ-алгеброю борелівських множин; $(X\times Y,\ x\times y)$ – декартів добуток просторів. $x\times y$ – мінімальна σ-алгебра підмножин множини $X\times Y$, породжена усіма «прямокутниками» $A\times B$ зі сторонами A та B з множин X та Y

відповідно. Випадковий процес $(x(t), y(t))$, $t \geq 0$ зі значеннями в прямому добутку $(X \times Y, x \times y)$ називається марківським процесом, однорідним за другою компонентою, якщо виконуються такі вимоги:

а) $(x(t), y(t))$, $t \geq 0$ – марківський процес;

б) для всіх $A \in X$ і $B \in Y$ та $t_2 > t_1 \geq 0$ й $(x, y) \in X \times Y$;

$$P\left((x(t_2) \in A,\ y(t_2) \in B \,/\, x(t_1) = x, y(t_1) = y \right) = \tag{6}$$

$$= P\left((x(t_2) \in A,\ y(t_2) \in B_{-y} \,/\, x(t_1) = x, y(t_1) = 0 \right) \equiv Q(x, t_1, A, t_2, B_{-y}),$$

де $(B_{-y} = \{z \in Y: z + y \in B\})$.

Відомо, що за цих умов $x(t)$, $t \geq 0$ – марківський процес зі значеннями, що належать простору (X, x) й перехідною ймовірністю

$$Q(x, t_1, A, t_2) \equiv Q(x, t_1, A, t_2, Y)\,. \tag{7}$$

При цьому, якщо зафіксувати траєкторію $x(\cdot)$, то $y(t)$, $t \geq 0$ – випадковий процес з умовно незалежними приростами.

З формул (1) – (5) з урахуванням умов (6) і (7) випливає, що структуруючи вектор $\bar{\nu} = \{\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_c\}$, можна керувати відновленням в залежності від фази течії відмов. А це означає, що наперед можна програмувати стохастичне керування відновленням, будуючи різну тактику, наприклад, таку дисципліну, коли інтенсивність обслуговування (відновлення) зростає, якщо росте фаза течії і збільшується ймовірність нової поломки (відмови). В залежності від складності реальної РЕС і процесу її функціонування таку тактику можна будувати варіативніше, адаптуючи до вимог оптимізації цього процесу.

Отже, співвідношеннями (1) – (5) закінчується побудова досить інформативної моделі формалізації вихідного процесу функціонування системи. На траєкторіях цього процесу потрібно раціонально побудувати такий функціонал (або декілька), який досить обгрунтовано можна інтерпретувати як показник надійності системи, а високий ступінь адекватності його вже наперед гарантується досить високою інформативною ємністю формалізованої моделі вихідного процесу.

Як характеристики надійності процесу функціонування досліджуваної системи візьмемо пару (α, κ) величин, які являють собою фазу течії відмов і кількість відмов у системі в момент часу t, а також період зайнятості системи відновленням. Нехай $\alpha(t)$ – рівень наробітку на відмову (фаза) системи в момент часу t; $\kappa(t)$ – кількість невідновлених відмов, що наявні в системі в цей же момент t. Позначимо через $\tau(\alpha, k)$ період зайнятості системи відновленням, якщо вона знаходиться у стані (α, k). Таким чином введені і формалізовані характеристики α (t), κ (t), τ (α, κ) досить повно описують надійність процесу функціонування складної РТС в умовах дії спецфакторів [4].

Дослідимо таким чином введений двовимірний випадковий процес $(\alpha(t), \kappa(t))$, $t \geq 0$. З викладеного вище випливає, що цей процес є ланцюгом Маркова, однорідним за другою компонентою [2]. Він досить повно описує надійність функціонування радіоелектронного устаткування, являючи собою інформативно змістовну його формалізацію. Розширимо формалізацію задачі й припустимо, що, коли кількість відмов κ стає рівною нулю ($\kappa = 0$ - система надійна, найвищий рівень ефективності функціонування), то триватиме відновлення, але вже як профілактичне попередження відмов. Випадок, коли $\kappa = -k$ інтерпретуємо як надійну систему, у якої поновлено всі відмови і профілактично попереджено ще k відмов. За такого тлумачення у розглянутому марківському ланцюзі (α (t), κ (t)), $t \geq 0$ перша компонента буде описувати рівень наробітку на відмову, друга – кількість відмов системи у момент часу t. З цими припущеннями процес (α (t), κ (t)), $t \geq 0$ є однорідним ланцюгом Маркова у фазовому просторі $\{1, 2, \dots, n\} \times \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \equiv \{1, 2, \dots, n\} \times Z$. Якщо ж P ((α, k) $\rightarrow$ (β, r)) – символічне позначення перехідної ймовірності цього ланцюга за час t зі стану (α, k) у стан (β, r), то можна показати, що при $\Delta \rightarrow 0$ з точністю до нескінченно малої о (Δ) мають місце такі рівності:

$$
\begin{aligned}
&P((\alpha, k) \xrightarrow{\Delta} (\alpha, k-1)) = \nu\alpha\Delta, \quad 1 \leq \alpha \leq n;\\
&P((\alpha, k) \xrightarrow{\Delta} (\alpha+1, k)) = \lambda\alpha\Delta, \quad 1 \leq \alpha < n;\\
&P((\alpha, k) \xrightarrow{\Delta} (\alpha, k)) = 1 - (\lambda\alpha + \nu\,\alpha)\,\Delta, \quad 1 \leq \alpha \leq n;\\
&P((n, k) \xrightarrow{\Delta} (1, k+r)) = \lambda_n(r)\,\Delta, \quad r > 0 .
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Величини $\nu_1, \dots, \nu_n$, $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ – додатні, а $\lambda_n(1)$, $\lambda_n(2)$, ... – невід'ємні і в сумі становлять λ_n.

Розкриваючи зміст побудованої моделі (α (t), κ (t)), $t \geq 0$ та аналізуючи її, бачимо, що зі стохастичної природи створеного випливають такі твердження.

Перша компонента моделі $\alpha(t)$, $t \geq 0$ є однорідним ланцюгом Маркова у фазовому просторі $\{1, 2, \dots, n\}$ з подальшими перехідними ймовірностями:

$$
\begin{aligned}
&P(\alpha \xrightarrow{\Delta} \alpha) = 1 - \lambda_\alpha\Delta, \quad 1 \leq \alpha \leq n;\\
&P(\alpha \xrightarrow{\Delta} \alpha+1) = \lambda_\alpha\Delta, \quad 1 \leq \alpha < n;\\
&P(h \xrightarrow{\Delta} 1) = \lambda_n\Delta
\end{aligned}
\tag{9}
$$

за малий час Δ, тобто з точністю до о (Δ).

З формул (9) випливає, що α (t) – циклічний ланцюг, у якому стрибки відбуваються по колу

$$\alpha \rightarrow \alpha+1 \rightarrow \dots \rightarrow n \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots \rightarrow n \rightarrow 1 \rightarrow 2 \dots .$$

При цьому час перебування системи у стані α має показниковий розподіл з параметром λ_α, або з середнім значенням λ_α^{-1}.

Друга компонента моделі κ (t), $t \geq 0$ змінюється таким чином:

а) якщо на інтервалі (u, v) перша компонента α (t) $\equiv \alpha$, то прирости κ (t) на цьому інтервалі здійснюються від'ємними поодинокими стрибками через незалежні інтервали часу, що мають один і той самий експоненціальний розподіл з параметром ν_α;

б) в момент, коли компонента α (t) здійснює стрибок зі стану α у стан $\alpha + 1$ ($\alpha < n$), параметр розподілу приросту κ (t) зі стану ν_α переходить у стан $\nu_{\alpha+1}$;

в) в момент стрибка компоненти $\alpha(t)$ зі стану n у стан 1 компонента $\kappa(t)$ отримує додатковий приріст $r > 0$ з імовірністю $\lambda_n(r)/\lambda_n$ (нагадаємо, що $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{\lambda_n(r)}{\lambda_n} = 1$).

Введемо для подальшого дослідження перехідні ймовірності того, що в біжучий момент часу t фаза течії дорівнює β, а кількість відмов у системі дорівнює r за умови, що на початку часу $t = 0$ ланцюг має значення (α, k):

$$P(\alpha(t) = \beta, \kappa(t) = r \;/\; \alpha(0) = \alpha,\; \kappa(0) = k) = P_{\alpha\beta}(k, r, t). \tag{10}$$

Виходячи з того, що $(\alpha(t), \kappa(t))$, $t \geq 0$ – ланцюг Маркова, однорідний за другою компонентою, маємо:

$$P_{\alpha\beta}(k, r, t) = P_{\alpha\beta}(r - k, t),$$

де $P_{\alpha\beta}(k, t)$ - спільна ймовірність того, що за час t компонента $\alpha(u)$ перейде зі стану α в стан β, а компонента $\kappa(u)$ набуде приросту k. З рівностей (5) випливає, що кількість стрибків процесу $(\alpha(u), \kappa(u))$ на інтервалі $(0, t)$ з імовірністю 1 мажорується випадковою величиною, розподіленою за пуассонівським законом з параметром t:

$$\max_{1 \leq \alpha \leq n} (\lambda_\alpha + \nu_\alpha).$$

Це означає, що $(\alpha(t), \kappa(t))$, $t \geq 0$ – регулярний ланцюг [4] Маркова і для знаходження перехідних імовірностей $P_{\alpha\beta}(k, t)$ можна використовувати як пряму, так і обернену систему диференціальних рівнянь Колмогорова.

Виведемо пряму систему диференціальних рівнянь. З точністю до нескінченно малої у відповідності до рівнянь (8) маємо:

$$P_{\alpha\beta}(k, t + \Delta) = P_{\alpha\beta}(k, t)(1 - (\lambda_\beta + \nu_\beta)\Delta) +$$

$$+ P_{\alpha\beta-1}(k, t)\lambda_{\beta-1}\Delta + P_{\alpha\beta}(k + 1, t)\nu_\beta\Delta, \quad 1 < \beta \leq n; \tag{11}$$

$$P_{\alpha 1}(k, t + \Delta) = P_{\alpha 1}(k, t)(1 - (\lambda_1 + \nu_1)\Delta) +$$

$$+ P_\alpha(k + 1, t)\nu_1\Delta + \sum_{j<k} P_{\alpha n}(j, t)\lambda_n(k - j)\Delta, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots .$$

Звідси, використавши перехідні ймовірності за малий час Δ, одержуємо шукану систему диференціальних рівнянь:

$$P'_{\alpha\beta}(k, t) = -(\lambda_\beta + \nu_\beta)P_{\alpha\beta}(k, t) + \nu_\beta P_{\alpha\beta}(k + 1, t) +$$
$$+ \lambda_{\beta-1} P_{\alpha\beta-1}(k, t), \quad 1 < \beta \leq n; \tag{12}$$

$$P'_{\alpha 1}(k, t) = -(\lambda_1 + \nu_1)P_{\alpha 1}(k, t) + \nu_1 P_{\alpha 1}(k + 1, t) +$$

$$+ \sum_{j<k} P_{\alpha n}(j, t)\lambda_n(k - j).$$

Система диференціальних рівнянь (12) описує процес надійності функціонування вихідної складної РЕС. Її можна розглядати як проміжний шуканий результат побудови стохастичної моделі.

Спробуємо знайти розв'язок побудованої системи диференціальних рівнянь для одержання більш явного результату. Для цього введемо твірні функції:

$$\varphi_{\alpha\beta}(\theta, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \theta^k P_{\alpha\beta}(k, t), \quad |\theta| = 1;$$

$$\sum_{1}^{\infty} \theta^k \lambda_n(k) = \lambda^*_n(\theta), \quad |\theta| \le 1.$$

Відповідно до системи рівнянь (12), маємо:

$$\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}(\theta,t)}{\partial t} = -(\lambda_\beta + \nu_\beta)\,\varphi_{\alpha\beta}(\theta, t) + \frac{\nu_\beta}{\theta}\varphi_{\alpha\beta}(\theta, t) + \lambda_{\beta-1}\,\varphi_{\alpha\beta-1}(\theta, t), \quad 1 < \beta \le n;$$

$$\frac{\partial \varphi_{\alpha 1}(\theta,t)}{\partial t} = -(\lambda_1 + \nu_1)\,\varphi_{\alpha 1}(\theta, t) + \frac{\nu_1}{\theta}\,\varphi_{\alpha 1}(\theta, t) + \lambda^*_n(\theta)\,\varphi_{\alpha n}(\theta, t).$$

Спростимо одержану систему до подальшого вигляду:

$$\frac{\partial \varphi_{\alpha\beta}(\theta,t)}{\partial t} = [\,(\frac{1}{\theta} - 1)\,\nu_\beta - \lambda_\beta]\,\varphi_{\alpha\beta}(\theta, t) + \lambda_{\beta-1}\,\varphi_{\alpha,\beta-1}(\theta, t), \quad 1 < \beta \le n; \qquad (13)$$

$$\frac{\partial \varphi_{\alpha 1}(\theta,t)}{\partial t} = [\,(\frac{1}{\theta} - 1)\,\nu_1 - \lambda_1]\,\varphi_{\alpha_1}(\theta, t) + \lambda^*_n(\theta)\,\varphi_{\alpha n}(\theta, t).$$

Оскільки твірна функція набуває значень

$$\varphi_{\alpha\beta}(\theta, 0) = \delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } \alpha = \beta; \\ 0, \text{ якщо } \alpha \ne \beta, \end{cases}$$

то, застосувавши до системи рівнянь (13) перетворення Лапласа

$$\Phi_{\alpha\beta}(\theta, s) = \int_0^{\infty} e^{-st}\,\varphi_{\alpha\beta}(\theta, t)\,dt, \quad s > 0,$$

одержимо для них систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$s\,\Phi_{\alpha\beta}(\theta, s) - \delta_{\alpha\beta} = [\,(\frac{1}{\theta} - 1)\,\nu_\beta - \lambda_\beta]\,\Phi_{\alpha\beta}(\theta, s) + \lambda_{\beta-1}\,\Phi_{\alpha\beta-1}(\theta, s), \; 1 < \beta \le n;$$

$$s\,\Phi_{\alpha 1}(\theta, s) - \delta_{\alpha 1} = [\,(\frac{1}{\theta} - 1)\,\nu_1 - \lambda_1]\,\Phi_{\alpha 1}(\theta, s) + \lambda^*_n(\theta)\,\Phi_{\alpha n}(\theta, s),$$

або після спрощення

$$[s + \lambda_\beta + (1 - \frac{1}{\theta})\,\nu_\beta]\,\Phi_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \lambda_{\beta-1}\,\Phi_{\alpha,\beta-1}, \quad 1 < \beta \le n; \qquad (14)$$

$$[s + \lambda_1 + (1 - \frac{1}{\theta})\,\nu_1]\,\Phi_{\alpha 1} = \delta_{\alpha 1} + \lambda^*_n(\theta)\,\Phi_{\alpha n}.$$

Відповідно до попереднього рівняння (14) маємо:

$$\prod_{\beta}^{n} \lambda_j \prod_{1}^{\beta} [s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]\,\Phi_{\alpha\beta}=\delta_{\alpha\beta}\prod_{\beta}^{n} \lambda_j \prod_{1}^{\beta-1} [s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]+$$

$$+\prod_{\beta-1}^{n} \lambda_j \prod_{1}^{\beta-1} [s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]\,\Phi_{\alpha\beta-1},\ 1<\beta\leq n.$$

Просумовуємо ці рівності по β за всіма значеннями $\gamma \leq n$. Після взаємного знищення однакових доданків у лівій і правій частинах рівняння одержуємо:

$$\prod_{\gamma}^{n} \lambda_j \prod_{1}^{\gamma} [s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]\,\Phi_{\alpha\gamma}=$$

$$=\sigma(1<\alpha\leq\gamma)\prod_{\alpha}^{n} \lambda_j \prod_{1}^{\alpha-1} [s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]+ \tag{15}$$

$$+\prod_{1}^{n} \lambda_j [s+\lambda_1+(1-\frac{1}{\theta})\nu_1]\,\Phi_{\alpha 1},$$

де залежно від істинності чи хибності твердження A $\sigma(A)$ дорівнює одиниці чи нулю відповідно. Отже, з виразів (14) і (15) випливає, що

$$\Phi_{\alpha\gamma}(\theta,s)=\frac{\sigma(1<\alpha\leq\gamma)}{\lambda\gamma}\prod_{\alpha}^{\gamma}\{\lambda_j/[s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]\}+$$

$$+\{[s+\lambda_1+(1-\frac{1}{\theta})\nu_1]/\lambda_\gamma\}\times\prod_{1}^{\gamma}\{\lambda_j/[s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]\}\,\Phi_{\alpha 1}(\theta,s), \tag{16}$$

$$(\gamma,\alpha=1,2,\ldots,n).$$

Основну побудовану формулу (16) можна, підсумовуючи одержані результати, сформулювати у вигляді наступної теореми.

Теорема. Нехай $\Phi_{\alpha\beta}(\theta,s)$ – перетворення Лапласа твірної функції $\varphi_{\alpha\beta}(\theta,t)$ перехідних сумісних імовірностей $P_{\alpha\beta}(k,t)$ того, що за час t компонента $\alpha(w)$ перейде зі стану α в стан β, а компонента $\kappa(w)$ одержить в цей час приріст k, тобто

$$\Phi_{\alpha\beta}(\theta,s)=\int_0^\infty e^{-st}M(\theta^{k(t)-k(o)},\alpha(t)=\beta/\alpha(0)=\alpha)\,dt,$$

$$(s>0,\ |\theta|\in(0,1],\alpha,\beta=1,2,\ldots,n);$$

$$\prod_{\alpha}^{\beta}(\theta,s)=\prod_{\alpha}^{\beta}\{\lambda_j/[s+\lambda_j+(1-\frac{1}{\theta})\nu_j]\},\ 1\leq\alpha\leq\beta\leq n;$$

$$\lambda^*_n(\theta)/\lambda_n=\lambda(\theta).$$

Тоді їх подають у вигляді:

$$\Phi_{\alpha 1}(\theta, s) = \{ \delta_{\alpha 1} + \sigma\ (1 < \alpha)\, \lambda(\theta) \prod_{\alpha}^{n}\ (\theta, s) \} \times$$

$$\times \{ [s + \lambda_1 + (1 - \frac{1}{\theta}) \nu_1] [1 - \lambda(\theta) \prod_{1}^{n}\ (\theta, s)] \}^{-1}; \qquad (17)$$

$$\Phi_{\alpha\gamma}(\theta, s) = \frac{\sigma(1 < \alpha < \gamma)}{\lambda\gamma} \prod_{\alpha}^{\gamma}\ (\theta, s) +$$

$$+ [(s + \lambda_1 + (1 - \frac{1}{\theta}) \nu_1) / \lambda\gamma] \prod_{1}^{\gamma}\ (\theta, s)\, \Phi_{\alpha 1}(0, s), \quad \gamma = 1, 2, \ldots, n.$$

З теореми (17) випливають такі наслідки:

$$\Phi_{11}(\theta, s) = \{[s + \lambda_1 + (1 - \frac{1}{\theta}) \nu_1] [1 - \lambda(\theta) \prod_{1}^{n}\ (\theta, s)] \}^{-1};$$

$$\Phi_{1\gamma}(\theta, s) = [(s + \lambda_1 + (1 - \frac{1}{\theta}) \nu_1) / \lambda\gamma] \prod_{1}^{\gamma}\ (\theta, s)\, \Phi_{11}(\theta, s).$$

Таким чином, система формул (17) описує процес надійності функціонування вихідної складної системи, причому побудована математична модель цього процесу є досить адекватною реальному процесу функціонування.

Одержаний результат у вигляді кінцевих співвідношень (17) є досить інформативною, чіткою і строгою математичною моделлю. Разом з тим він може викликати труднощі у користувачів-прикладників, оскільки, на їхній погляд, він є неявним, поданим в інтегральних образах та ще й не самих характеристик надійності, а їхніх твірних. Але за наявності сучасного математичного забезпечення ПЕОМ, за допомогою якого чисельні методи відновлять шуканий оригінал для найскладніших образів, реально немає жодних труднощів.

Список літератури

1. *Корнийчук М.Т.* Математические модели оптимизации и оценивания надежности и эффективности функционирования сложных радиотехнических систем.– К.: КВИРТУ ПВО, 1980.–280 с.

2. *Ежов И.И., Скороход А.В.* Марковские процессы, однородные по второй компоненте // Теория вероятностей и ее применение. – М.: Наука, 1969. – Т. 1. – С.3-14.

3. *Корнийчук М.Т., Дзюбка В.Е., Олийнык И.Д., Семенченко А.И.* Математические модели оптимизации и оценивания надежности процессов функционирования РТС и РЭТ.- К.: КВИРТУ ПВО, 1985. – 188 с.

4. *Совтус И.К., Шутко Н.А.* Вероятностный способ формализации спецфакторов в моделях оценивания надежности радиоэлектронных систем // Статистические методы обработки сигналов в авиационном радиоэлектронном оборудовании. – К.: КИИГА, 1993. – С. 78-81.

Стаття надійшла до редакції 19 травня 1999 року.

Май Тихонович Корнійчук (1937) закінчив механіко-математичний факультет Київського державного університету. Доктор технічних наук з 1990 року, головний науковий співробітник КМУЦА. Має понад 200 опублікованих робіт в галузі математичних методів в теорії надійності, обробки інформації, стохастичного моделювання.

May T. Kornyitchuk (b. 1937) graduated from mechanical and mathematical department of Kyiv State University (1961). DSc (Eng), senior researcher of Kyiv International University of Civil Aviation. Author of more than 200 publications in the fields of mathematical methods in the theory of reliability, processing of information, stochastic simulation.

Інна Кузьмівна Совтус (1955) закінчила фізико-математичний факультет Київського державного педагогічного інституту. Кандидат технічних наук з 1993 року, старший викладач Київського військового інституту управління та зв'язку. Має понад 50 опублікованих робіт в галузі оптимальних методів в теорії надійності, обробки інформації.

Inna K. Sovtus (b. 1955) graduated from physical and mathematical department of Kyiv State pedagogical Institute (1975). PhD (Eng), sinior teacher of Kyiv Military Institute of Control and Communication. Author of more than 50 publications in the field of optimal methods in the theory of reliability, and processing of information.

Андрій Іванович Семенченко (1955) закінчив Київське військове радіотехнічне училище ППО в 1972 році. Кандидат технічних наук з 1985 року, старший науковий співробітник, заступник начальника управління Національного агенства з питань інформатизації при президентові України. Має 85 публікацій в галузі інформатики.

Andrey I. Sementchenko (b. 1955) graduated from Kyiv Military Radiotechnical School of Antiaircraft Defence (1976). PhD (Eng), senior researcher, Deputy head of National Agency Administration in the problem of information at President of Ukraine. Author of 85 publications in the field of information.

Микола Олександрович Шутко (1945) закінчив Київський інститут інженерів цивільної авіації. Доктор технічних наук, професор Київського міжнародного університету цивільної авіації. Має понад 150 опублікованих робіт в галузі прикладних математичних методів сплайн-обробки вимірювальної інформації.

Mykola A. Shutko (b. 1945) graduated from Kyiv Institute of Civil Aviation Engineers (1967). DSc (Eng), professor of Kyiv International University of Civil Aviation. Author of more than 150 publications in the field of applied mathematics methods of spline-processing measuring of information.