

ББК 25-5-01 + В 183.4 + В 183.5
УДК 621.396.967

А.В. Нестеров

РЕШЕНИЕ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ СИНТЕЗЕ ПАРАМЕТРОВ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

Рассмотрен подход к решению задачи синтеза параметров радиолокационных и информационных полей. В результате синтеза должна быть определена оптимальная структура расстановки наземных радиолокационных комплексов. Их оптимальную расстановку предлагается определять по результатам решения распределительной задачи. Рассмотрены три постановки задачи: метод линейного программирования, метод нелинейного программирования, метод теории поиска. Описаны особенности каждого метода, их достоинства и недостатки. Показаны также группы определяющих параметров и целесообразность использования того или иного подхода.

Синтез параметров радиолокационных информационных полей (РЛИП) одной из своей задач ставит выбор оптимальных вариантов размещения наземных радиолокационных комплексов (РЛК).

При решении этой задачи используют подходы, определяемые двумя большими классами математических задач. Первый подход к решению задачи оптимального размещения наземных РЛК для контроля заданной конфигурации зоны управления воздушным движением (УВД) подразумевает рассмотрение распределительной многопараметрической задачи. Вторым подходом является решение в контексте задач об оптимальном покрытии. При решении задачи синтеза целесообразно использовать результаты решения распределительной задачи и задачи оптимального покрытия комплексно.

В нашем случае распределительную задачу можно сформулировать следующим образом. Необходимо разместить минимальное число пунктов (РЛК известных типов), обслуживающих все объекты из заданной совокупности (все воздушные суда в рассматриваемой зоне ответственности УВД). Отметим следующие математические подходы при решении распределительной задачи:

- решение задачи линейного программирования;
- решение задачи нелинейного программирования;
- решение задачи теории поиска.

Рассмотрим перечисленные типы задач, целесообразность их применения, достоинства и недостатки.

В общем случае задача линейного программирования сводится к нахождению минимума функционала:

$$f = cX = \sum_{i=1}^n x_i c_i \quad (1)$$

при ограничениях

$$AX = P, \quad X \geq 0, \quad (2)$$

где

$$A = (a_{ij}), \quad P = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}. \quad (3)$$

При синтезе параметров РЛИП задача линейного программирования сведется к виду: найти минимум функционала

$$f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} c_{ij}; \quad (4)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij} = A_i \quad (i = 1, \dots, n); \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq B_j \quad (i = 1, \dots, m); \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m), \quad (7)$$

где n – число рассматриваемых участков зоны УВД; m – число типов РЛК; c_{ij} – эксплуатационные расходы на один РЛК j -го типа на i -м участке зоны УВД; a_{ij} – количественная оценка ПК РЛИП, создаваемого РЛК j -го типа на i -м участке зоны УВД; A_i – необходимое значение комплексного показателя качества (ПК) на i -м участке зоны УВД; B_j – количество РЛК j -го типа.

В данном случае под участком зоны УВД подразумеваем ту часть зоны ответственности, для характеристики которой используют точечные ПК (ТПК), распределенные ТПК (линейные, плоскостные, объемные) либо статистически обработанные ПК. Следует отметить, что целесообразно использовать интегральные виды ПК (ИПК), так как они функционально объединяют локальные ПК полей обнаружения, разрешающей способности, точности определения координат, точности определения взаимного расположения, вероятности получения достоверной информации, надежности.

Начальную информацию можно представить в следующем виде (табл. 1):

Таблица 1

	1	2	...	n	0
0	A_1	A_2	...	A_n	
1	$a_{11}c_{11}$	$a_{21}c_{21}$...	$a_{n1}c_{n1}$	B_1
2	$a_{12}c_{12}$	$a_{22}c_{22}$...	$a_{n2}c_{n2}$	B_2
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
m	$a_{1m}c_{1m}$	$a_{2m}c_{2m}$...	$a_{nm}c_{nm}$	B_m

Нахождение решения в данном случае возможно по симплексному методу или по алгоритму, приведенному в работе [1].

Данную постановку распределительной задачи отличает простота решения и учет большинства параметров РЛК и РЛИП. Недостатком этого решения является то, что топографические особенности отражаются только косвенно – через оценку ПК.

Рассмотрим задачу размещения минимального числа РЛК, обслуживающих все объекты из заданной совокупности (зоны УВД). Объекты изображаются точками на плоскости и считаются обслуженными в том случае, если расстояние от объекта до какого-либо РЛК не превышает заданного значения (определяется в зависимости от заданных ПК РЛИП). Принимаем следующие начальные условия. На плоскости заданы координаты n объектов, которые должны быть обслужены некоторыми типами РЛК. Необходимо, используя минимальное число РЛК, разместить их так, чтобы расстояние от любого объекта хотя бы до одного из РЛК не превышало бы заданного значения r .

В данном случае распределительную задачу можно рассматривать и как простейшую задачу о покрытии совокупности точек плоскости окружностями одинакового радиуса.

Рассматриваемая задача является одной из задач нелинейного программирования с функцией цели вида

$$W(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m) = A \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \omega(\lambda_i - \hat{\lambda}_j) + Bm, \quad (8)$$

где $\lambda_i, \hat{\lambda}_j$ – соответственно векторы координат объектов и пунктов обслуживания (РЛК); m – число РЛК; $\omega(\lambda)$ – прямоугольная функция, задаваемая условием

$$\omega(\lambda) = \begin{cases} 0, & \|\lambda\| \leq r, \\ 1, & \|\lambda\| > r; \end{cases}$$

$\|\lambda\|$ – норма вектора λ в евклидовом пространстве; A, B – постоянные коэффициенты, причем $A > B$.

Минимизацию функции следует производить как по значениям координат $\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_m$, так и по их числу m .

Коэффициенты A и B характеризуют соответственно потери от необслуживания одного объекта и стоимость одного пункта обслуживания. Очевидно, что при $A > B$ минимум (8) обеспечивается в том случае, если обслужены все объекты и число пунктов минимально.

Для решения распределительной задачи в такой интерпретации используют различные алгоритмы, относящиеся к семейству задач теории графов и нелинейного программирования [2]. В случае синтеза параметров РЛИП целесообразно учитывать ряд условий и требований к их качеству. Это определяет следующие дополнения к постановке задач.

1. Под объектами обслуживания будем понимать все множество точек, принадлежащих воздушным трассам заданной области зоны УВД.

2. Необходимо, чтобы каждый объект обслуживали не менее двух РЛК, т.е. должно выполняться условие

$$\begin{cases} |\lambda_i - \hat{\lambda}_k| < r, \\ |\lambda_i - \hat{\lambda}_l| < r, \end{cases}$$

где $i \in n, l \neq k \in m$ или

$$\begin{cases} |2\lambda_i - \hat{\lambda}_k - \hat{\lambda}_l| < 2r, \\ |\lambda_i - \hat{\lambda}_k| < r. \end{cases} \quad (9)$$

3. Значение величины r следует определять как максимальный радиус действия РЛИП заданного качества, зависящий от данного типа РЛК.

4. Поскольку при определенном стечении негативных факторов необслуживание объектов (отсутствие РЛИП заданного качества) может привести к авиационной катастрофе, справедливость неравенства $A > B$ сохраняется.

Очевидно, что размещение РЛК на местности будет тогда, когда условие (9) будет выполняться для каждого объекта (точки трассы) только для значений l и k , т.е. по всей протяженности трассы будет двукратное перекрытие.

Распределительная задача в постановке (8) с учетом дополнения (9) не решается прямо методами нелинейного программирования. Однако может возникнуть необходимость оптимального размещения объектов для дополнительного наблюдения за определенными участками зоны УВД. Возможно следующее применение алгоритмов нелинейного программирования при решении распределительной задачи.

Трассовые РЛК контролируют значительный объем зоны УВД. В этом объеме могут быть расположены несколько аэроузловых пунктов, требующих дополнительного радиолокационного контроля, т.е. создания РЛИП с более высокими ПК. В этом случае возможна оптимальная установка (строго однократное покрытие аэроузловых пунктов) аэродромных РЛК заданного типа.

Достоинством данного метода является возможность учета реальных координат объектов контроля.

Требуется найти закон $y_0(x)$ распределения ограниченных средств Y по пространству X [3], при котором обеспечивается наибольшее значение среднего выигрыша

$$R_0 = \int_X F(y_0, x) dx = \max_{y(x)} \int_X F(y, x) dx \quad (10)$$

при соблюдении следующих условий:

$$y(x) \geq 0, \quad \int_X y(x) dx = Y; \quad (11)$$

$$y(x) \geq 0, \quad \int_X y(x) dx \leq Y; \quad (12)$$

$$y(x) \geq 0.$$

Здесь $F(y, x)$ - известная функция выигрыша.

В теории поиска множество X является множеством значений параметров, по которым производится их обнаружение. В нашем случае множество X целесообразно определять следующими параметрами:

- географической конфигурацией зоны УВД, требующей радиолокационного покрытия с заданным интегральным ПК РЛИП;
- максимальными радиусами создаваемого РЛИП заданного качества для данных типов РЛК;
- кратностью радиолокационного покрытия;
- стоимостью используемых РЛК и расходами на их эксплуатацию.

Ограниченным значением средств Y может быть количество РЛК разных типов либо стоимость реализуемого проекта создания радиолокационного контроля необходимого

качества в рассматриваемом объеме воздушного пространства, из расчета которой в итоге определяется совокупность размещаемых РЛК.

В данном методе переменная Y является однородной, т.е. можно говорить только об одном из типов РЛК. Это ограничение позволит в дальнейшем сравнивать эффективность использования и экономии средств при применении различных типов РЛК.

Функцию выигрыша находят из следующего выражения:

$$F(y, x) = p(x)dx P(y, x), \quad (14)$$

где $p(x)dx$ – вероятность наличия расстановки РЛК, при которой значения параметров лежат в интервале $(x, x + dx)$; $P(y, x)$ – вероятность расстановки РЛК соответствующей группой параметров x при достоверном наличии такой расстановки в случае распределения средств по закону $y = y(x)$.

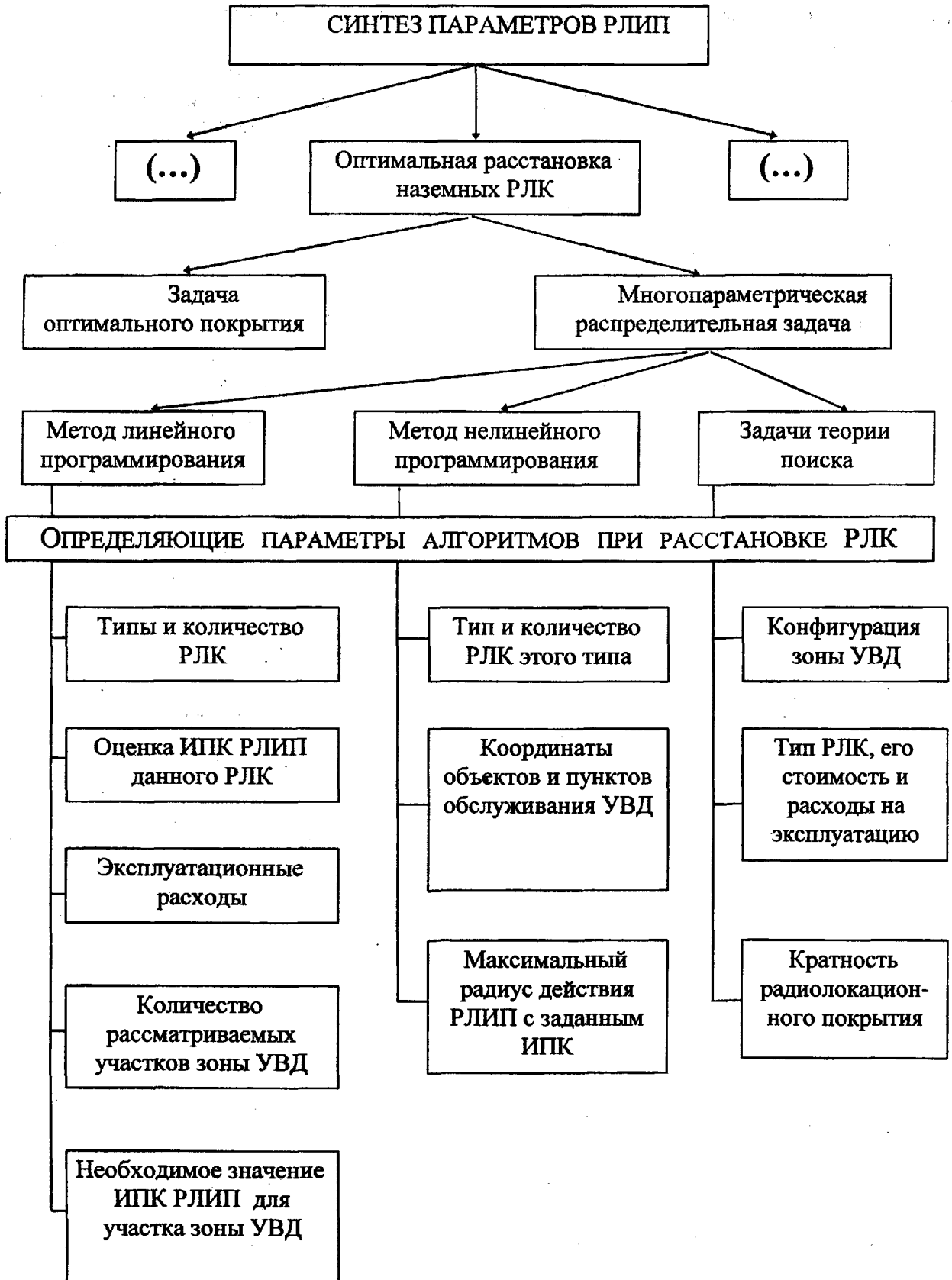
Средний выигрыш (10) при наличии единственной оптимальной расстановки РЛК совпадает с ее вероятностью $P(y, x)$. Если $F(y, x)$ является растущей функцией y , то максимум (10) находится при условии (11), а в общем случае – при условии (12).

Часто точные значения функции $F(y, x)$ неизвестны [3], но известен характер зависимости (например, с точностью до постоянной составляющей или постоянного коэффициента, либо известны свойства типа выпуклости, вогнутости и т.п.). При этом можно качественно оценить вид оптимального распределения того или иного количества средств.

Особенности применения описанных алгоритмов решения распределительной задачи при синтезе РЛИП показаны на рисунке и приведены в табл. 2.

Таблица 2

Метод решения распределительной задачи	Достоинства	Недостатки
Алгоритмы линейного программирования	Возможность совместной расстановки различных типов РЛК; учет эксплуатационных расходов; возможность сравнения созданного РЛК и требуемого заданием ИПК РЛИП; относительная простота реализуемых алгоритмов	Отсутствие прямого учета географических особенностей контролируемой зоны УВД; необходимость предварительного разбиения зоны УВД на участки
Алгоритмы нелинейного программирования	Возможность прямого учета географических координат объектов обслуживания и позиций РЛК; удобство применения алгоритмов для задач создания РЛИП с более высоким ПК (для аэроузловых пунктов)	Невозможность прямого расчета при радиолокационном покрытии выше однократного; при решении задачи учитывается только один из существующих типов РЛК



Окончание табл. 2

Метод решения распределительной задачи	Достоинства	Недостатки
Задачи теории поиска	Возможность учета географической конфигурации заданной зоны УВД; использование данных о стоимости РЛК и расходов на их эксплуатацию; возможность качественно оценить вид оптимального распределения того или иного количества средств	Сложность реализуемых алгоритмов; при решении задачи учитывается только один из существующих типов РЛК

Список литературы

1. Малков У.Х. Алгоритм решения распределительной задачи // Вычислительная математика и математическая физика. –1962. – № 2. – Т. 2. – С. 358–366.
2. Бриккер В.И., Хворостов В.А. Алгоритм оптимального размещения пунктов обслуживания // Изв. АН СССР: Техническая кибернетика. –1969. – № 6. – С. 44–51.
3. Кузнецов И.Н. Задачи оптимального распределения ограниченных средств // Изв. АН СССР: Техническая кибернетика. –1966. – № 5. – С. 33–39.

Стаття надійшла до редакції 15 жовтня 1998 року.

Андрій Володимирович Нестеров (1974) закінчив Київський міжнародний університет цивільної авіації (1997). Аспірант кафедри "Експлуатація і ремонт засобів радіотехнічного забезпечення польотів і керування повітряним рухом" Київського міжнародного університету цивільної авіації. Напрямок досліджень – аналіз і синтез параметрів радіолокаційних інформаційних польотів. Опублікував дві статті.

Andriy V. Nesterov (b. 1974) graduated from Kyiv International University of Civil Aviation (1997). Aspirant of the Department of Maintenance and Repair Means for Radiotechnical Security of Flight and Air Traffic Control of Kyiv International University of Civil Aviation. Specializes in analysis and synthesis of parameters of radar information fields. Author of two publications.