

УДК 629.735.05

А.П. Кривоносенко, А.Н. Юрченко

## ЗАДАЧА СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

*Решена многомерная задача синтеза оптимальной системы стабилизации гиросtabilизатора (ГС) с учетом действующих в полете реальных возмущающих факторов. На примере синтеза оптимальной структуры системы коррекции одноосного ГС показана эффективность оптимальной системы в сравнении с существующей.*

Точность работы современных инерциальных навигационных систем, во многом зависит от точности стабилизации их чувствительных элементов, например, с помощью ГС. Стабилизация измерительных устройств состоит в удержании некоторого направления оси (визирной линии оптического прибора, оси симметрии диаграммы направленности антенны, блока акселерометров) в неизменном положении относительно ориентира или некоторой инерциальной системы координат. Для этого используют ГС, с помощью которых устраняют вращение приборной системы координат относительно инерциальной. Гиросtabilизатор позволяет ослабить вредное влияние на точность работы бортовых навигационных систем таких динамических возмущающих факторов, как угловые движения летательного аппарата вокруг центра масс, его линейные перегрузки и перемещения.

Широкое применение ГС объясняется тем, что измерительное устройство, устанавливаемое на платформе ГС, обладает повышенной сопротивляемостью к моментам внешних сил и более точно сохраняет направление чувствительных осей неизменными в пространстве.

Бортовые стабилизирующие устройства, содержащие разгрузочные устройства, которые используются для удержания главной оси гироскопа в заданном направлении, в том числе ГС, возможно рассматривать как многомерную многоконтурную автоматическую систему (разновидность управляемой по скорости системы слежения).

Поскольку воздействия на ГС и помехи измерителей носят случайный характер, возникает необходимость в решении задач стохастического оптимального управления.

Для эффективного решения таких задач необходимо знать динамические характеристики возмущающих факторов, механизмы их влияния на бортовые измерительные системы различного назначения, современные алгоритмы анализа точности и синтеза оптимальных структур стабилизирующих систем. Следует отметить, что задачи стохастической стабилизации решаются как при проектировании новых, так и модернизации существующих систем измерений.

Основными возмущающими факторами [1], вызывающими уход ГС, являются моменты сил сопротивления вращению в опорах гироскопа, моменты сил трения и вибрация основания. Действие средних моментов трения можно устранять, вводя соответствующие корректирующие моменты в гиросистему. Действие же случайных моментов компенсации не подлежит.

Известные [2] результаты экспериментальных исследований показывают, что трение в опорах подшипников ГС содержит среднюю регулярную и случайные составляющие моментов сил. Знание динамических характеристик моментов сил трения в опорах ГС необходимо для проведения анализа точности его работы и выбора оптимальной системы коррекции, обеспечивающей наилучшее подавление влияния этого возмущения.

Экспериментальная спектральная плотность моментов сил трения подшипника при случайной качке основания  $S_M$  и пространственной вибрации  $S_\omega$  содержит низкочастотную и высокочастотную составляющие моментов (рис. 1).

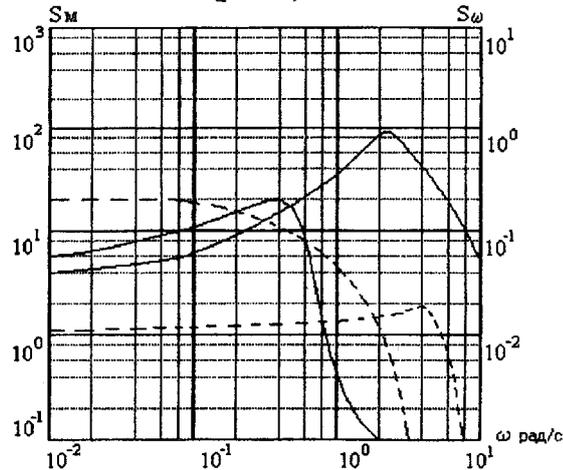


Рис. 1. Экспериментальные спектральные плотности моментов сил трения подшипника

Спектральная плотность [2] может быть описана моделью вида

$$S_{MM}(s) = \frac{K_H - |-T_H s^2 + 1|^2}{|T_H^2 s^2 + 2\zeta_H T_H s + 1|^2} + \frac{K_B}{|T_B^2 s^2 + 2\zeta_D T_B s + 1|^2} \quad (1)$$

В выражении (1)  $K_H, \zeta_H, T_H$  - коэффициент передачи, коэффициент демпфирования, постоянная времени - характеризуют низкочастотную часть спектра, а  $K_B, \zeta_D, T_B$  - коэффициент передачи, коэффициент демпфирования, постоянная времени - характеризуют высокочастотную часть спектра.

Как известно, например [1], в одноосном ГС, изображенном на рис.2, действие моментов внешних сил  $M_B$  приводит к прецессии (угол  $\beta$ ) гироскопа вокруг оси  $Ox$ , под действием гироскопического момента  $M_r$ . Этот момент уравнивается моментом  $M_p$ , развиваемым разгрузочным двигателем 3, управляемым на основе информации с измерителя 2 текущего углового положения осей ГС. Сигнал ошибки стабилизации измеряемый датчиком угла поворота 1 (угол  $\alpha$ ) через усилитель 5 подается на корректирующий двигатель 4.

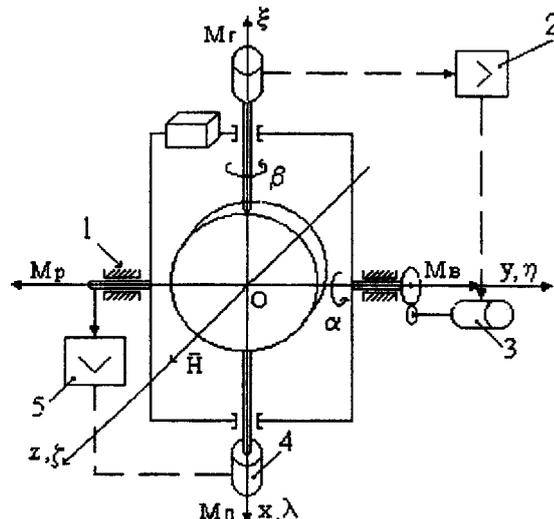


Рис.2. Схема одноосного гиросtabilизатора

Учитывая сказанное выше, рассмотрим ГС как двухконтурную динамическую систему, имеющую несколько входов и несколько выходов, а именно, содержащую внутренний контур, выполняющий роль стабилизирующего, и внешний контур, выполняющий роль управляющего. Структурная схема такого ГС, как и многих бортовых измерительных систем (большинство разновидностей стабилизированных платформ, систем стабилизации астронавигационных, радиотехнических устройств, оптических визиров и т.п.) имеет вид, проиллюстрированный на рис.3.

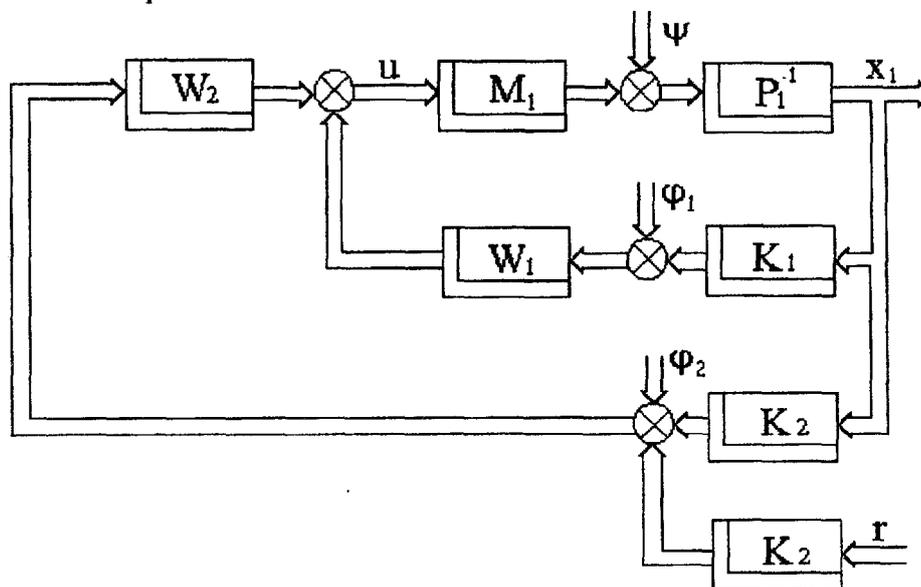


Рис.3. Структурная схема бортового гиросtabilизируемого устройства

Движение неуправляемого гироскопа описывается уравнением вида

$$P_1 x_1 = M_1 u + \psi, \quad (2)$$

где  $P_1$  и  $M_1$  - полиномиальные матрицы размерностей  $n \times n$  и  $n \times m$  соответственно, элементы которых операторные полиномы;  $x_1$  -  $n$ -мерный вектор выходных реакций гиросистемы;  $u$  -  $m$ -мерный вектор управляющих сигналов;  $\psi$  - вектор случайных возмущений в гиросистеме.

На рис. 3  $K_1$  и  $K_2$  - матрицы передаточных функций системы измерителей вектора  $x_1$  и отклонения от программы, формируемые из коэффициентов передачи сельсинов и датчиков отклонения от вертикали (жидкостного маятникового переключателя),  $\phi_1$  и  $\phi_2$  - векторы помех измерений, а  $W_1$  и  $W_2$  - матрицы передаточных функций частей системы коррекции, выбираемые в процессе оптимального синтеза и расположенные во внутреннем (стабилизирующем) и внешнем (управляющем) контурах системы коррекции ГС.

Учитывая, что вектор программного движения  $\gamma$  гиросистемы (например суточное вращение Земли, собственное движение объекта) детерминированный, можно составить уравнение движения объекта так, чтобы в выходные реакции входили только отклонения от программы.

Рассмотрим многомерную задачу синтеза системы стабилизации при внешних возмущениях  $\psi$  и управляющих воздействиях  $u$ , которая состоит в разработке технических предложений по созданию оптимальной структуры системы коррекции ГС с учетом действующих в полете реальных возмущающих факторов.

Для синтеза должны быть известны динамика объекта стабилизации, системы измерения его выходных реакций и программных сигналов, динамические характеристики программных воздействий, возмущений и помех измерений.

Поскольку объект имеет входные и выходные сигналы и при этом их несколько, то появятся так называемые перекрестные связи (связь между первым входом и вторым выходом и т.д.).

Решение поставленной задачи возможно с помощью известных современных спектральных алгоритмов оптимального синтеза. Существенно повысить эффективность решения задач синтеза позволяет применение основных положений теоремы разделения к стохастической постановке задачи синтеза управления сложными объектами и соответствующее использование разработанных алгоритмов оценивания стохастического состояния сложного линейного объекта.

Для составления алгоритма синтеза оптимальной системы коррекции и ГС воспользуемся известными [3] алгоритмами синтеза динамических систем. Для этого преобразуем структуру двухконтурной системы стабилизации ГС (рис.3) к соответствующей системе стабилизации с двухканальным измерением, а затем сведем ее к обычной многомерной системе стабилизации. Для этого выполним структурные преобразования, аналогичные проведенным в работе [4].

За критерий качества системы, например [3], примем функционал, представляющий собой сумму определенным образом взвешенных дисперсий компонент векторов ошибки стабилизации платформы и сигналов управления, подаваемых на датчики моментов и двигателя силовой разгрузки

$$e = \langle x_1' R_1 x_1 \rangle + \langle u' C u \rangle = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} (S'_{x_1 x_1} R_1 + S'_{uu} C) ds, \quad (3)$$

где  $R$  и  $C$  - весовые положительно неотрицательно-определенные симметричные матрицы, в общем случае полиномиальные,  $\text{tr}$  - след матрицы;  $S'_{x_1 x_1}$  и  $S'_{uu}$  - транспонированные матрицы спектральных плотностей векторов ошибки стабилизации и сигналов управления.

Задача состоит в том, чтобы выбором оптимальных структур (рис.3)  $W_1$  и  $W_2$  частей системы стабилизации, расположенных во внутреннем и внешнем контурах, доставить минимум заданному функционалу качества (3) и одновременно обеспечить устойчивость замкнутой системы.

Решим задачу синтеза оптимальной структуры регулятора системы стабилизации по аналогии с известным методом [3]. Результат решения задачи представляет собой условие тождественного равенства нулю первой вариации функционала

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr} \left\{ F_{u_0}^{\psi_0} \left[ M_{0*} P_{0*}^{-1} \begin{pmatrix} k_*^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} R (k^{-1}, O_n) P_0^{-1} M_0 + M_0 P_0^{-1} (k^{-1}, O_n) R \begin{pmatrix} k_*^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} P_{0*}^{-1} M_{0*} \right] \times \right. \\ \times F_{u_0}^{\psi_0} \begin{pmatrix} E_{2n} \\ P_{0*} \end{pmatrix} + (k^{-1}, O_n) P_0^{-1} M_0 F_{u_0}^{\psi_0} (E_{2n}, P_0) \left[ S'_{\psi_0 \psi_0} P_{0*}^{-1} \begin{pmatrix} k_{1*}^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} + R (k_1^{-1}, O_n) P_0^{-1} S'_{\xi_0 \psi_0} \right] \times \\ \left. \times F_{u_0}^{\psi_0} M P_{0*}^{-1} \begin{pmatrix} k_{1*}^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} + \Sigma_0 \right\} ds, \quad (4)$$

где  $F_{x_0}^{\psi_0}$  и  $F_{u_0}^{\psi_0}$  - передаточные функции замкнутой системы между векторами  $x_0$  и  $u_0$

обобщенном внешнем воздействии  $\psi$ , а  $\Sigma_0 = (k_1^{-1}, O_n) P_0^{-1} S'_{\psi_0 \psi_0} P_{0*}^{-1} \begin{pmatrix} k_{1*}^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} R$ .

При учете физической реализуемости передаточная функция замкнутой системы по управлению  $F_{u_0}^{\psi_0}$  имеет вид

$$F_{u_0}^{\psi_0} = -\Gamma_0^{-1}(N_0 + N_+)D_0^{-1}, \quad (5)$$

где

$$\Gamma_0 = \left[ M_{0*} P_{0*}^{-1} \begin{pmatrix} k_1^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} R(k_1^{-1}, O_n) P_0^{-1} M_{0*} + C \right]^+; \quad (6)$$

$$D_0 = \left[ (E_{n+\nu}, P_0) S'_{\xi_0 \xi_0} \begin{pmatrix} E_{n+\nu} \\ P_{0*} \end{pmatrix} \right]^+; \quad (7)$$

$$N_0 + N_+ + N_- = \Gamma_0^{-1} M_{0*} P_{0*}^{-1} \begin{pmatrix} k_1^{-1} \\ O_n \end{pmatrix} R(k_1^{-1}, O_n) P_0^{-1} (E_{n+\nu}, O_{n+\nu}) S'_{\xi_0 \xi_0} \begin{pmatrix} E_{n+\nu} \\ P_{0*} \end{pmatrix} P_{0*}. \quad (8)$$

Алгоритм (5) при учете выражений (4), (6)÷(8) позволяет на основе исходной информации задачи непосредственно отыскивать оптимальную структуру передаточной функции  $F_{u_0}^{\psi_0}$  замкнутой системы стабилизации. В выражениях (6) и (7) матрицы  $\Gamma_0$  и  $D_0$  имеют особенности только в левой полуплоскости (ЛПП), а матрица  $(N_0 + N_+)$  - результат сепарации матрицы (8), имеет полюса также в ЛПП.

Определив оптимальную  $F_{u_0}^{\psi_0}$ , затем на основании уравнений связи найдем матрицы оптимальных передаточных функций замкнутой системы стабилизации и искомого регулятора. Минимальное значение показателя качества системы в данном случае получим, подставив в выражение (3) матрицу оптимальных передаточных функций (10).

Итак, задача выбора оптимальной структуры двухконтурной системы стабилизации движения ГС решена, а выражения (4), (5)÷(8) определяют алгоритм синтеза оптимальной структуры искомой системы коррекции.

Используем приведенный алгоритм для решения задачи синтеза оптимальной структуры системы коррекции одноосного ГС, изображенного на рис.3.

Пусть система дифференциальных уравнений, описывающих динамические свойства одноосного ГС и учитывающих только прецессионное движение имеет вид

$$\begin{aligned} -H_s \beta &= k_1 u_1 + M_\eta, \\ H_s \alpha &= k_2 u_2 + M_\xi. \end{aligned} \quad (9)$$

Если переписать систему (9) в виде (2), то

$$\begin{aligned} P_1 &= \begin{bmatrix} 0 & -H_s \\ H_s & 0 \end{bmatrix}; \quad M_1 = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}; \\ \psi &= \begin{bmatrix} M_\eta \\ M_\xi \end{bmatrix}; \quad x_1 = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Спектральные плотности возмущений, действующих на оси стабилизации примем в виде (1), а функционал качества в виде (3). Матрицы весовых коэффициентов равны

$$R = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix}; \quad c = \lambda.$$

Передаточные функции датчиков углов равны

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}; \quad y = Kx_1.$$

Таким образом, вся исходная информация задана, а задача сведена к синтезу системы стабилизации.

Используя алгоритм (5) и выполняя операции факторизации матриц (6), (7) и сепарации (8) вычислим передаточные функции замкнутой системы по управлению и по возмущению соответственно

$$F_u^\psi = -\frac{1}{k} \frac{\begin{pmatrix} 0, & \frac{bk_1\sqrt{\mu_1}}{k_2} s+1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{\lambda} H k_2}{k_1\sqrt{\mu_1}} s+1 \end{pmatrix}} \quad \text{где } b = \frac{k_2 T_H}{k\sqrt{\mu_1}} - \frac{T_H^2}{\left(\sqrt{\lambda} H + \frac{k_1}{k_2} \sqrt{\mu_1} T_H\right)};$$

$$F_y^\psi = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\left(\frac{\sqrt{\lambda} H k_2}{k_1\sqrt{\mu_1}} - \frac{bk_1\sqrt{\mu_1}}{k_2}\right)}{H \left(\frac{\sqrt{\lambda} H k_1}{k_1\sqrt{\mu_1}} s+1\right)} \\ -\frac{1}{Hs} & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица передаточных функций оптимальной системы коррекции равна

$$W = F_u^\psi F_{y^\psi}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{H_s}{k_1} \frac{\left(\frac{bk_1\sqrt{\mu_1}}{k_2} s+1\right)}{\left(\frac{\sqrt{\lambda} H k_2}{k_1\sqrt{\mu_1}} - \frac{bk\sqrt{\mu_1}}{k_2}\right)}, & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Подставив последнее выражение в функционал качества (3), вычислим его минимальное значение. Аппаратурная реализация структуры синтезированной системы коррекции (11) средствами аналоговой или цифровой вычислительной техники не вызывает затруднений.

### Список литературы

1. Ривкин С.С. Теория гироскопических устройств. – Ч. I, II.–Л.: Судостроение, 1964. – 544 с.
2. Блохин Л.Н., Сапрыкин А.П. Исследование динамических моделей помех в навигационных системах, определяемых моментами сопротивления шарикоподшипников при качке и вибрации в основаниях. Депонент Укр. НИИТИ. №4, 1939-1980. Библ. указ ВИНТИ “Депонир. рукописи”. 1980. – № 6 (104).– С.107-108.
3. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации. - К: Техніка, 1982. – 144 с.
4. Блохин Л.Н., Кривоносенко О.П. Синтез оптимальных произвольной структуры двухконтурной системы стабилизации программного движения многомерного динамического объекта // Моделирование полета ВС гражданской авиации: Сб.науч.тр. – Киев: КИИГА, 1986. – С.80–84.