

УДК 629.735.015

А.О. Антонова

## УЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ОБТЕКАНИЯ КРЫЛА И ОПЕРЕНИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ДИНАМИКУ ПОЛЕТА САМОЛЕТА

*Проведено сравнение результатов расчетов вертикальной перегрузки, числа пересечений нулевого уровня перегрузки и запаздывания момента оперения относительно момента крыла самолета под воздействием случайных порывов ветра, вызванных турбулентностью атмосферы, для различных способов учета нестационарности обтекания. Предложена аппроксимационная формула для подъемной силы крыла при синусоидальном порыве.*

Случайные порывы ветра в турбулентной атмосфере оказывают существенное воздействие на динамику полета самолета. Они создают случайные силы и моменты сил, возмущающие движение самолета. Поэтому при исследовании нагрузок самолета, вызванных порывами воздуха, широко применяются статистические методы, которые используют представление о турбулентной атмосфере как о случайном стационарном процессе. Это дает возможность оценить вклад порывов ветра в накопление усталостных повреждений, на процесс управления самолетом в неспокойном воздухе и пр.

Из-за того, что спектр турбулентных порывов ветра содержит довольно высокие частоты, приходится принимать во внимание нестационарный характер обтекания крыла. Для учета вклада этого эффекта в величину случайной подъемной силы, вызванной порывами ветра, достаточно рассмотреть нестационарный процесс при синусоидальном изменении угла атаки. Как показано в книге [1], в потоке несжимаемого воздуха между комплексной амплитудой подъемной силы крыла  $\Delta Y$  и амплитудой приращения угла атаки  $\Delta\alpha$  существует связь:

$$\Delta Y(\omega) = q C_y^\alpha S \Phi(k) \Delta\alpha(\omega),$$

где  $q$  - скоростной напор;  $C_y^\alpha$  - производная коэффициента подъемной силы по углу атаки;  $S$  - площадь крыла;  $\Phi(k)$  - функция Сирса;  $k = 0,5\omega b_a / V$ ;  $\omega$  - частота;  $b_a$  - хорда крыла;  $V$  - скорость самолета.

Аналитическое выражение для  $\Phi(k)$  является достаточно громоздким [1]:

$$\Phi(k) = \frac{K_1(ik) [J_0(k) - iJ_1(k)] + iJ_1(k)}{K_0(ik) + K_1(ik)},$$

где  $J_0, J_1, K_0, K_1$  - функции Бесселя нулевого и первого порядка;  $i$  - мнимая единица;  $i^2 = -1$ .

Более сложный вид имеет квадрат модуля  $|\Phi|^2$ , который используется при оценках влияния атмосферной турбулентности на полет самолета. Можно показать, что  $|\Phi|^2$  является монотонно убывающей функцией частоты, причем эта функция обладает следующими свойствами:

$$|\Phi(k)|^2 \rightarrow 1, \quad k \rightarrow 0; \quad k|\Phi(k)|^2 \rightarrow \frac{1}{2\pi}, \quad k \rightarrow \infty.$$

Поэтому в работе [2] было предложено простое приближенное выражение для функции  $|\Phi(k)|^2$ :

$$|\Phi|_{app}^2(k) = \frac{1}{1+2\pi k}. \quad (1)$$

Выражение (1) удобно использовать при аналитических исследованиях движения самолета в турбулентной атмосфере [2-4].

При помощи численных расчетов нетрудно убедиться, что при всех  $k > 0$  приближенная функция  $|\Phi|_{app}^2$  меньше точной  $|\Phi|^2$ . Наибольшая погрешность имеет место в области значений  $k \approx 0-1,5$  и составляет 10-15%. При возрастании  $k$  отличие указанных функций становится все меньше и для  $k \approx 10$  погрешность составляет около 1,5%. Поэтому следует ожидать, что при использовании в расчетах формулы (1) будет занижаться влияние атмосферной турбулентности на динамику полета самолета.

Для выяснения влияния этой погрешности на результаты моделирования движения самолета в неспокойном воздухе были выполнены расчеты вертикальной перегрузки  $\sigma_{n_y}$ , вызванной случайными порывами ветра, а также числа пересечений нулевого уровня перегрузки  $N_o$  для драйденовской модели атмосферной турбулентности с использованием точной и приближенной формул для квадрата модуля функции Сирса. Расчеты величин  $\sigma_{n_y}$  и  $N_o$  проводились по формулам, предложенным в книге [3]:

$$\sigma_{n_y} = \sigma_\omega \sqrt{\int_0^\infty |W_{n_y}(\omega)|^2 \cdot |\Phi(\omega)|^2 S_\omega(\omega) d\omega}; \quad (2)$$

$$N_o = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{M_2}}{\sigma_{n_y}}; \quad (3)$$

$$M_2 = \sigma_\omega^2 \int_0^\infty |W_{n_y}(\omega)|^2 \cdot |\Phi(\omega)|^2 S_\omega(\omega) \omega^2 d\omega, \quad (4)$$

где  $W_{n_y}(\omega)$  - проводимость по ускорению при синусоидальной подъемной силе;  $S_\omega(\omega)$  - нормированная спектральная плотность ветра драйденовского вида:

$$S_\omega(\omega) = \frac{\sigma_w^2 L}{\pi V} \frac{1 + 3\omega^2 L^2 / V^2}{(1 + \omega^2 L^2 / V^2)^2},$$

$L$  - масштаб турбулентности;  $\sigma_w^2$  - дисперсия порывов ветра.

Расчеты показали, что величины дисперсии вертикальной перегрузки, рассчитанные по точной и приближенной формулам для функции Сирса, отличаются не более чем на 10-15%. При выполнении вычислений для функции  $|W_{n_y}(\omega)|^2$  использовалось выражение, приведенное в работе [2].

Следует иметь в виду, что для драйденовского вида спектральной плотности вертикальных порывов ветра интеграл, входящий в формулу (4), логарифмически расходится при

высоких частотах [6]. Для обеспечения конечного значения величины второго момента  $M_2$  следует вместо  $S_\omega(\omega)$  использовать усредненную по размаху крыла спектральную плотность вертикальных порывов ветра [3; 6]. Усредняющее действие размаха приводит к тому, что спектральная плотность резко убывает в области высоких частот. Это обеспечивает конечность числа пересечений нулевого уровня перегрузки. Если проводить расчеты  $N_0$  с учетом усредняющего действия размаха, то можно показать, что отличия в величине  $N_0$ , вычисленные по точной и приближенной формулам для квадрата модуля функции Сирса, составляют порядка 15 %. Были проведены также расчеты влияния запаздывания момента оперения относительно момента крыла на основе методики, изложенной в работе [3]. Оценку роли атмосферной турбулентности в этом случае удобно производить путем нахождения интеграла

$$B = \sqrt{\int_0^{\infty} \left( 1 + r^2 + 2r \cos\left(\frac{\omega L_0}{V}\right) \right) \cdot |\Phi(\omega)|^2 S_\omega(\omega) d\omega}, \quad (5)$$

где  $r$  - коэффициент, зависящий от компоновки самолета ( $|r| \leq 1$ );  $L_0$  - плечо горизонтального оперения. Особенностью формулы (5) является то, что она содержит осциллирующую функцию частоты и заранее нельзя сделать вывод о том, как будут отличаться значения  $B$  для точной и приближенной функций  $|\Phi(\omega)|^2$ . Численные расчеты показали, что при различных значениях параметра  $r$  и разумных соотношениях между значениями  $L$ ,  $L_0$ ,  $b_a$  эти отличия не превышают 15 %.

Таким образом, сравнение результатов расчетов показывают, что относительные ошибки, вызванные использованием модельного выражения для квадрата модуля функции Сирса  $|\Phi(\omega)|^2$ , невелики.

Можно предложить новую аппроксимационную формулу, которая по простоте не уступает формуле (1) и практически совпадает с точной функцией для  $|\Phi(\omega)|^2$ . Эта формула имеет вид:

$$|\Phi|_{app.new}^2 = \frac{a+k}{a+2\pi k(a+k)}, \quad (6)$$

где  $a=0,4$ .

Формула (6) оказалась более точной, чем сходная по виду формула, предложенная в книге [1]. Различия в функциях Сирса, вычисленных по точной формуле (второй столбец), по формуле (1) – (третий столбец) и по формуле (6) – (четвертый столбец), показаны в таблице.

Таблица

| $k$  | $ \Phi(k) ^2$ | $ \Phi(k) _{app}^2$ | $ \Phi(k) _{app.new}^2$ |
|------|---------------|---------------------|-------------------------|
| 0,00 | 1,0000        | 1,0000              | 1,0000                  |
| 0,1  | 0,7012        | 0,6141              | 0,7001                  |
| 0,2  | 0,5177        | 0,4431              | 0,5199                  |
| 0,3  | 0,4045        | 0,3466              | 0,4071                  |
| 0,4  | 0,3297        | 0,2846              | 0,3319                  |
| 0,5  | 0,2772        | 0,2415              | 0,2789                  |
| 0,6  | 0,2385        | 0,2096              | 0,2398                  |
| 0,7  | 0,2090        | 0,1852              | 0,2100                  |
| 0,8  | 0,1858        | 0,1659              | 0,1866                  |

Окончание табл.

| $k$ | $ \Phi(k) ^2$ | $ \Phi(k) _{app}^2$ | $ \Phi(k) _{app.new}^2$ |
|-----|---------------|---------------------|-------------------------|
| 0,9 | 0,1671        | 0,1503              | 0,1677                  |
| 1,0 | 0,1518        | 0,1373              | 0,1522                  |
| 1,2 | 0,1281        | 0,1171              | 0,1284                  |
| 1,4 | 0,1107        | 0,1021              | 0,1109                  |
| 1,6 | 0,0974        | 0,0905              | 0,0975                  |
| 1,8 | 0,0869        | 0,0812              | 0,0870                  |
| 2,0 | 0,0785        | 0,0737              | 0,0785                  |

Из таблицы видно, что использование выражения (6) в расчетах интегральных величин типа (2), (3), (5) даст практически точный результат. Поэтому аппроксимационное выражение (6) для квадрата модуля функции Сирса можно использовать при изучении влияния атмосферной турбулентности на динамику полета самолета.

#### Список литературы

1. Фын Я.Ц. Введение в теорию аэроупругости. – М.: Физматгиз, 1959. – 578 с.
2. Fung Y.G. Statistical aspects of dynamic loads. JAS, № 5, 1953. – P.317.
3. Доброленский Ю.П. Динамика полета в неспокойной атмосфере. – М.: Машиностроение, 1969. – 256 с.
4. Гудков А.И., Лешаков П.С. Внешние нагрузки и прочность летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1968. – 470 с.
5. Lieberman, H.W. On the application of statistical concepts to the buffeting problem. JAS. – № 12, 1952. – P.793.
6. Антонова А.О. К вопросу о нахождении моментов от усредненной по размаху крыла спектральной плотности атмосферной турбулентности. – Киев, 1983, 8 с. – Деп. в УкрНИИНТИ, 13.04.83, № 306.

Стаття надійшла до редакції 16 лютого 1999 року.

**Ганна Олегівна Антонова** (1948) закінчила Московський фізико-технічний інститут у 1971 році. Кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики Київського міжнародного університету цивільної авіації, має понад 30 друкованих наукових праць.

**Hanna O. Antonova** (b. 1948) graduated from Moscow Physicotechnical Institute (1971), PhD (Eng), ass. professor of Higher Mathematics Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Author of more than 30 publications.