

УДК 532.526

В.І. Мамчук, В.Т. Мовчан., Є.О. Шквар

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ВЗАЄМОДІЇ ПРИМЕЖЕВОГО ШАРУ ЗІ СЛІДАМИ ТІЛ РІЗНОЇ ФОРМИ

*Наведено результати математичного моделювання взаємодії примежевого шару на плоскій поверхні зі слідами тіл різної форми (обтічного та погано обтічного). Розрахунки виконано за запропонованим і розробленим скінченно-різницевою методом. Розрахункові параметри порівняно з відомими експериментальними даними Е.Г. Тулапуркара, В.Рамжи, Р.Раджасекара*

Сліди, які утворюються за окремими елементами крила, взаємодіють з примежевим шаром на його поверхні. Математичне моделювання такої взаємодії сліду з примежевим шаром необхідне для оптимізації форми перерізу крила, передкрилка та закрилка. Дослідження механізмів взаємодії має важливе значення для поглибленого розуміння природи турбулентності.

Метою даної статті є висвітлення результатів з математичного моделювання в'язкої течії в сліді за тілом (рис. 1, тіло 1), яке розташоване в безпосередній близькості від обтічної поверхні іншого тіла (тіло 2), тобто в області формування примежевого шару над останнім.

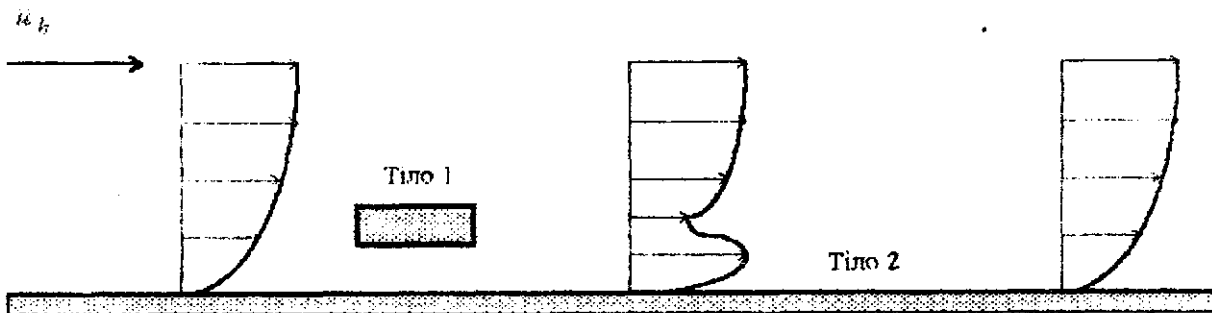


Рис. 1. Схема досліджуваної течії

Для математичного моделювання взаємодії примежевого шару зі слідами тіл різної форми бралися рівняння, які описують рух рідини у примежевому шарі, і які після безрозмірювання набувають вигляду:

рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{u} \frac{1}{u_h} \frac{\partial u_h}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

рівняння кількості руху в проекції на вісь  $x$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{1}{u_h} \frac{\partial u_h}{\partial x} - \frac{\bar{u}^2}{u_h} \frac{\partial u_h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{\tau}_t \right), \quad (2)$$

де  $x$ ,  $y$  - відповідно поздовжня та нормальна осі ортогональної системи координат, зв'язані з обтічною поверхнею;  $u$ ,  $v$  - проекції вектора швидкості на напрямки  $x$  і  $y$  відповідно;

$\tau$  - напруження тертя;  $\bar{u} = u/u_h$ ;  $\bar{v} = v/v_h$ ;  $\bar{\tau} = \tau/(\rho u_h^2)$ ;  $\rho$  - густина;  $\bar{x} = x/L$ ;  $\bar{y} = y/L$ ;  $L$  - характерний розмір; індекс  $t$  - турбулентний; індекс  $h$  - значення на зовнішній межі примежевого шару;  $Re$  - число Рейнольдса.

Високоєфективний безітераційний метод розрахунку системи рівнянь (1), (2), який базується на основі різницевої схеми з підвищеними стабілізуючими властивостями, описаний в роботі [1]. У статті проводяться дослідження з адаптації цього методу на розглядуваний розрахунковий випадок.

Оскільки профіль осередненої швидкості для течії, яка вивчається, має складну форму (рис. 1), подібну до профілів пристінних струменів, то для описування коефіцієнта турбулентної в'язкості  $\mu_t$  для кожної з ділянок використовувалися співвідношення з робіт [2, 4]:

для початкової ділянки

$$\mu_t = \chi \rho \delta u_h \gamma t h \frac{\ell \sqrt{\bar{\tau}}}{\chi \delta u_h / v_*}, \quad (3)$$

$$\ell = k y t h \frac{\text{sh}^2(\chi_1 y^+) t h(\text{sh}^2(\chi_2 y^+))}{k y \sqrt{\bar{\tau}}}, \quad (4)$$

для струменевої і слідної ділянок

$$\mu_t = \begin{cases} \rho \chi_- \delta_- (u_{\max} - u_{\min}) \gamma, & \text{при } \delta_{\max} \leq y \leq \delta_1, \\ \rho \chi_- \delta_- (u_{\min} - u_h) \gamma, & \text{при } \delta_1 < y \leq \delta, \end{cases} \quad (5)$$

де  $k, \chi, \chi_1, \chi_2$  - коефіцієнти моделі;  $v_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  - динамічна швидкість;  $\ell$  - довжина ділянки змішування;  $\tau_w$  - значення дотичного напруження тертя на поверхні;  $\bar{\tau}$  - безрозмірне напруження тертя в околі стінки:

$$\bar{\tau} = \begin{cases} 1 + \Phi_1 \eta, & \text{при } \Phi_1 \geq 0, \\ 1/(1 - \Phi_1 \eta), & \text{при } \Phi_1 < 0, \end{cases}$$

$\delta$  - товщина примежевого шару або пристінного струменя;  $\eta = y/\delta$ ;  $\Phi_1 = \frac{\delta}{\tau_w} \frac{dp}{dx}$  - формпараметр К.К.Федяєвського;  $p$  - тиск;  $y^+ = y v_* \rho / \mu$ ;  $\gamma = \sqrt{1 - \eta}$  - функція, яка враховує переміжність течії;  $\delta_{e,t}$  і  $\delta_{e,n}$  - товщини струменевої та слідної ділянок відповідно;  $\chi_{e,t}, \chi_{e,n}$  - емпіричні сталі моделі.

Характер взаємодії сліду з примежевим шаром, обумовлений структурою турбулентності сліду, залежить також і від таких факторів, як відстань між задньою кромкою слідоутворювального тіла і примежевим шаром та від характерних особливостей сліду.

Для тестування розробленої методики використані матеріали експериментальної роботи [3]. Дослідження [3] проводилися в умовах, коли слідоутворювальні тіла розміщалися так, що нижня межа сліду знаходилася на однаковій висоті від поверхні, на якій розвивається примежевий шар, а розміри слідоутворювальних тіл підбиралися таким чином, щоб аеродинамічні опори тіл були однакові.

Виконання останньої умови дозволило авторам роботи [3] простежити залежність інтенсивності взаємодії сліду з примежевим шаром від форми слідоутворювального тіла.

Експериментальні дані роботи [3] наведено для двох випадків взаємодії сліду з примежевим шаром для порівняння: у першому випадку слід є результатом злиття примежевих шарів, які утворилися на верхній і нижній поверхнях обтічного тіла, а у другому випадку -

результат зриву потоку із задньої частини погано обтічного тіла. Як обтічне тіло в експериментальній роботі [3] використовувався симетричний профіль NASA 0012 (довжина хорди 100 мм), встановлений під нульовим кутом атаки. Як погано обтічне тіло був вибраний циліндр з прямокутним поперечним перерізом розмірами  $2.5 \times 8$  мм, який забезпечував майже таку ж втрату імпульсу, як і профіль.

В обох експериментах слідоутворювальний профіль розміщувався на відстані 20 мм від поверхні нижньої стінки робочої частини аеродинамічної труби. При  $x = 20$  мм нижня межа сліду знаходилася на відстані 12 мм від стінки. Для запезпечення такої ж відстані між нижньою межею сліду і стінкою центр погано обтічного тіла знаходився на відстані 15 мм від стінки.

Отримані авторами роботи [3] результати засвідчили, що примежевий шар на нижній стінці робочої частини аеродинамічної труби є повністю турбулентним. Течія в сліді за погано обтічним тілом розвивається повільніше, ніж течія в сліді за профілем. Характеристики двох розглянутих слідів стають майже однаковими лише на відстані 300 мм від слідоутворювальних тіл.

З порівняння розподілів швидкості видно, що в перерізі  $x = 20$  мм слід за погано обтічним тілом практично не впливає на товщину примежевого шару.

Як зазначалося, результати експериментального дослідження взаємодії слідів за тілами різної форми з примежевим шаром показали, що при однаковому аеродинамічному опорі тіл слід за погано обтічним тілом інтенсивніше взаємодіє з примежевим шаром, ніж у випадку обтічного тіла (під інтенсивністю взаємодії розуміють швидкість вирівнювання профіля осередненої швидкості в сліді). Спостережуване явище обумовлене більш високими значеннями турбулентних пульсацій швидкості в сліді за погано обтічним тілом. Вирівнювання профіля осередненої швидкості в сліді приводить до зменшення градієнта швидкості в шарі змішування, через що інтенсивність турбулентних пульсацій швидкості за погано обтічним тілом зменшується швидше. Після завершення взаємодії сліда з примежевим шаром значення характерних параметрів досліджуваної течії, які відповідають слідам тіл різної форми, стають майже однаковими.

На рис.2-4 показано результати числових розрахунків взаємодії примежевого шару зі слідами тіл різної форми згідно з роботою [3]. На рис.2 порівнюються результати розрахунків швидкості (лінії) в сліді за профілем NASA 0012 і в області взаємодії сліду з примежевим шаром (кола - експериментальні дані роботи [3]), на рис.3 - в сліді за погано обтічним тілом прямокутного перерізу і на рис.4 - дотичного напруження в області взаємодії сліда профіля NASA 0012 з примежевим шаром.

Порівнювання розрахункових даних з експериментальними здійснено за профілями позовжньої складової швидкості і дотичним напруженням в декількох перерізах течії, яка моделюється (рис.2-4) згідно з роботою [3], тобто для  $x = 20, 50, 100, 150, 200, 300, 400$  мм.

З рисунків видно, що отримано досить точну відповідність між розрахунками та експериментами, не зважаючи на те, що розрахунки виконано зі сталими значеннями коефіцієнтів турбулентності (що особливо важливо). Деякі систематичні відхилення розрахункових значень від експериментальних можна пояснити чутливістю коефіцієнтів моделі турбулентності до параметрів, що характеризують розвиток течії. Дослідження цього припущення та спроби поліпшити запропоновану модель і є метою подальших розробок та чисельних експериментів.

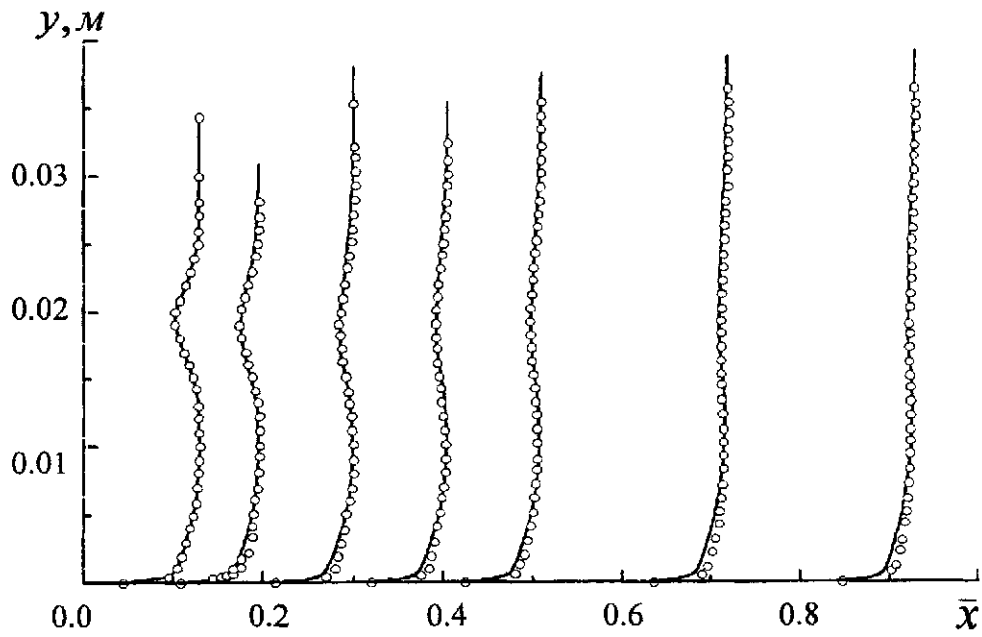


Рис. 2. Розподіл швидкості  $\bar{u}$  в сліді за профілем NASA 0012 і в області взаємодії сліду з примежевим шаром: лінії - розрахунки; кола - експериментальні дані роботи [3]

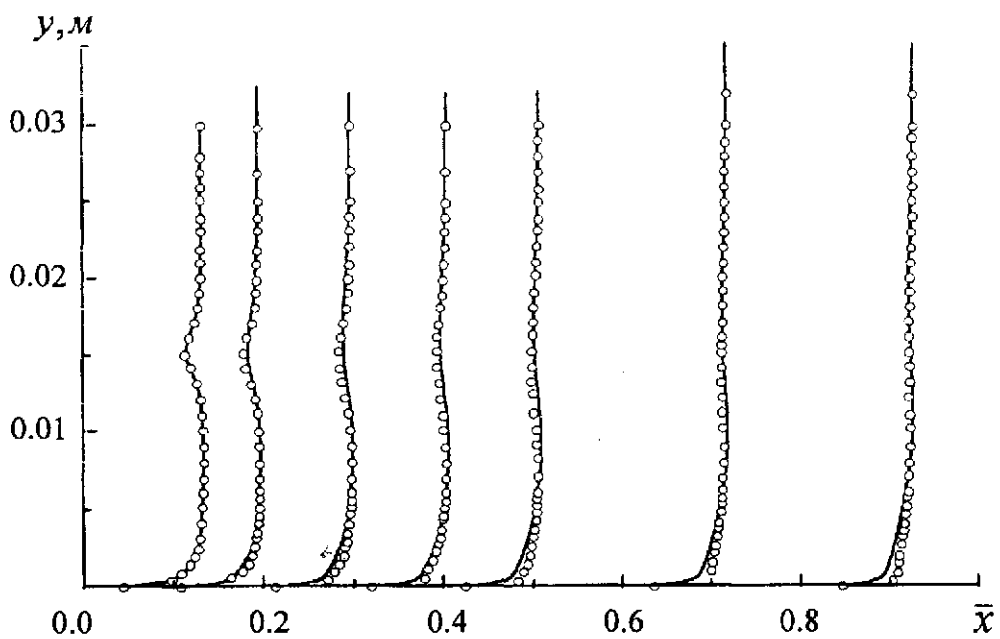


Рис. 3. Розподіл швидкості  $\bar{u}$  в сліді за погано обтічним тілом і в області взаємодії сліду з примежевим шаром: лінії - розрахунки; кола - експериментальні дані роботи [3]

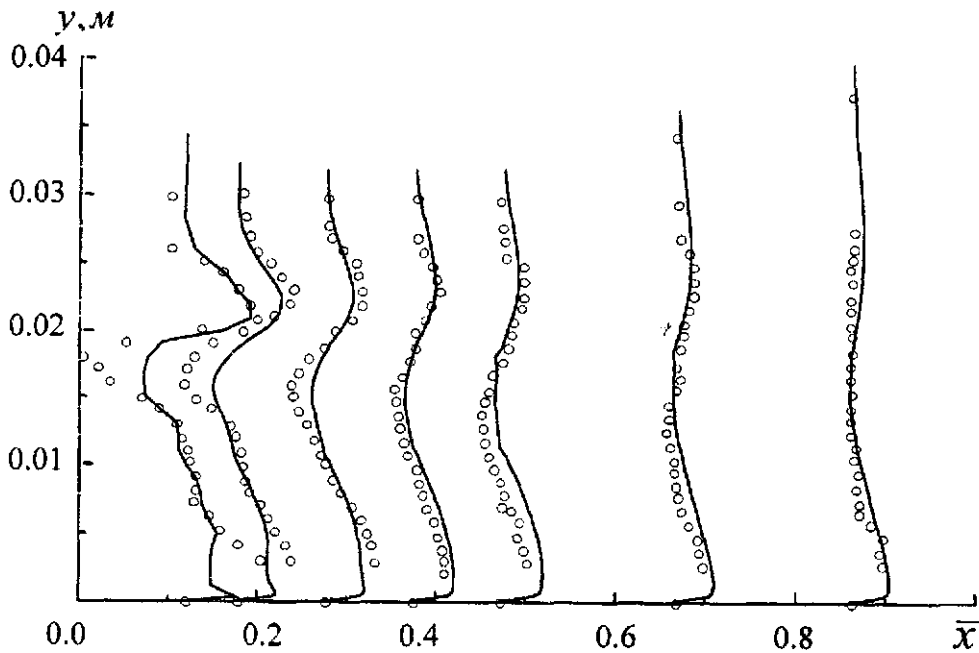


Рис. 4. Розподіл дотичного напруження  $\bar{\tau} \times 10^3$  в області взаємодії сліду профіля NACA 0012 з примежевим шаром: лінії - розрахунки; кола - експериментальні дані роботи [3]

Слід зазначити, що застосований метод якісно і фізично правильно дозволив змодельовувати розглядуваний вид течії. Підтвердженням цьому є відтворений розрахунком поступовий перехід від профіля швидкості характерного для пристінних струменів до монотонного профіля швидкості характерного примежевому шару (рис. 2-3).

### Список літератури

1. Мамчук В. І. Математичне моделювання турбулентних пристінних струменів та шарів // Прикладная аэродинамика: Сб. науч. тр. – К.: КМУГА, 1997. – С. 69–74.
2. Мамчук В. І. Модель турбулентності та результати розрахунків плоских турбулентних пристінних струменів // Вісник КМУЦА: Зб. наук. праць. – К.: КМУЦА, 1998. – № 1. – С. 291–294.
3. Тулапуркара Э.Г., Рамжи В., Раджасекар Р. Взаимодействие пограничного слоя со следами тел различной формы // Аэрокосмическая техника. – М. – 1990. – № 12. – С. 3–10.
4. Мовчан В.Т. Плоская пристенная турбулентная струя и её исследование // Гидромеханика. – 1982. – Вып. 46. – С. 73–80.

**Віталій Іванович Мамчук** (1951) закінчив Рівненський державний педагогічний інститут ім. Д.З. Мануїльського в 1972 році. Пошуковець кафедри вищої математики Київського міжнародного університету цивільної авіації. В галузі математичного моделювання турбулентних пристінних течій має понад 20 друкованих наукових робіт.

**Vitalyi I. Mamchuk** (b.1951) graduated from Rovno State Pedagogical Institute (1972). Post-graduate of Higher Mathematics Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Specializes in mathematical modeling of turbulent near-wall flows. Author of more than 20 publications.

**Володимир Тимофійович Мовчан** (1937) закінчив Київський державний університет ім. Т.Г. Шевченка в 1959 році. Доктор фізико-математичних наук, проф., спеціаліст з математичного моделювання та методів розрахунку процесів динаміки рідини і газу. Є автором понад 120 наукових та навчально-методичних робіт. Як науковий керівник та консультант підготував понад 10 кандидатів наук. Член двох спеціалізованих вчених рад із захисту докторських дисертацій.

**Volodymyr T. Movtchan** (b. 1937) graduated from T.G. Shevchenko Kyiv State University. DSc. of Phys.-Math. Sciences, professor. Specializes in the field of mathematical modeling and calculations methods of fluid&gas dynamics. Prepared more than 10 specialists with PhD Scientific Degree as a scientific adviser. An active member of two Scientific Councils awarding Doctor Degrees.

**Євген Олексійович Шквар** (1962) закінчив Київський інститут інженерів цивільної авіації в 1985 році. Доцент кафедри вищої математики Київського міжнародного університету цивільної авіації. Наукова спеціалізація – аеродинаміка та процеси теплообміну літальних апаратів.

**Ye. A. Shkvar** (b.1962) graduated from Kyiv Institute of Civil Aviation Engineers (1985). Ass. professor of Higher Mathematics Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Specializes in aerodynamics and heat transfer of flying vehicles.