

УДК 532.526

М. Луниц

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРУБЕ С НАПРАВЛЕННЫМ РАВНОМЕРНЫМ ОТСОСОМ (ВДУВОМ)

*Рассмотрено турбулентное течение в трубе с направленным равномерным массообменом через пористую стенку. Предложенный ранее Кинни и Спэрроу подход обобщается автором на случае отсоса и вдува по направлению, отличному от нормали к основному потоку. Для замыкания уравнений сохранения используется модель турбулентной вязкости Мовчана и решение выполняется численным методом. Наряду с результатами для нормального массообмена представлены расчетные данные о влиянии угла направления отсоса (вдува) на профили скорости и коэффициент трения.*

При решении различных технических задач для разных целей используется отсос или вдув жидкости (газа) через стенку трубы, в которой имеется турбулентное течение (например, при разделении на компоненты потока газовой смеси, в случае конденсации пара на холодной стенке трубы, в процессах массообмена на границе раздела фаз потока). В авиационной и космической технике отсос и вдув встречаются в камерах сгорания, в сверхзвуковых соплах и воздухозаборниках, на лопатках турбины, на вдуваемых защитных покрытиях поверхностей космических аппаратов и т.д. Обычно отсос и вдув выполняют функции теплозащиты нагретых материалов, обтекаемых поверхностей и управления течением (пограничным слоем) и т.п. В литературе можно найти много подходов к решению этой задачи. Однако они в основном основаны на интегральных методах и эмпирических зависимостях, позволяющих лишь оценить общие характеристики течения, и поэтому являются весьма приближенными. Кинни и Спэрроу в работе [1] впервые разработали глубокое аналитическое исследование нормального отсоса (вдува), в котором уравнения сохранения решаются численным методом для случаев с локально автомодельными профилями скорости. При этом для коэффициента турбулентной кинематической вязкости применена алгебраическая модель типа Шлихтинга с модификацией демпфирующего коэффициента Ван-Дрифта для учета эффекта проницаемости стенки трубы. В дальнейшем при помощи более удачной модификации принятой ими модели турбулентности Доши и Джилл [2] достигли некоторого улучшения полученных результатов. Вопросы направленного (под углом наклона) массообмена мало изучены и в литературе можно встретить лишь некоторые работы, посвященные исследованию данной проблемы в основном для случаев ламинарного течения в пограничном слое [3]. В этой связи следует отметить важность работы [3], в которой разрабатывался приближенный метод анализа направленного массообмена в турбулентном пограничном слое.

В данной работе предлагается рассматривать задачу турбулентного течения в трубе при наличии направленного массообмена. Для этой цели применяется метод, изложенный в работе [1] как наиболее приемлемый на наш взгляд, и модель турбулентности Мовчана [4]. Отсос (вдув) производится под углом не равным  $90^\circ$  относительно вектора скорости основного потока. Как показано на рис.1, угол наклона расположен так, чтобы продольная составляющая скорости отсоса (вдува) совпала с направлением основного потока:

$$U_w = W_w \sin \alpha ; V_w = W_w \cos \alpha ;$$

$W_w > 0$  - отсос, нормальный при  $\alpha = 0$  и при  $\alpha > 0$ ;

$W_w < 0$  - вдув, нормальный при  $\alpha = 0$  и при  $\alpha < 0$ .

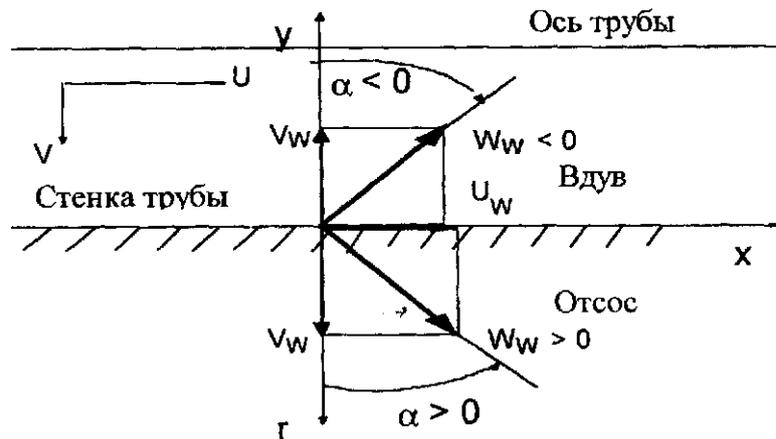


Рис. 1. Схема задачи

Угол отсоса (вдува) приводит к изменению граничного условия на стенке трубы, где продольная скорость не нулевая, а равна продольной составляющей скорости отсоса (вдува)  $U_w$ . Уравнения сохранения запишем в виде:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rv) + \frac{\partial}{\partial x}(ru) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left( r \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r}(ruv) \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial r}(r\tau) \quad (2)$$

с граничными условиями: при  $r=0$   $\partial u / \partial r = 0$  ( $\tau = 0$ ), при  $r=R$   $u = U_w$ ,  $v = V_w$ , где  $x$  - продольная координата,  $r = R - y$  - поперечная координата,  $u$ ,  $v$  - компоненты скорости основного потока,  $\rho$  - плотность жидкости,  $p$  - давление,  $\tau$  - полное напряжение трения,  $R$  - радиус трубы, индекс  $W$  относится к параметрам на стенке трубы.

Используем условие о локальной автомодельности профиля скорости основного потока, при помощи которого получаем приближенное выражение для продольного градиента скорости  $\partial u / \partial x = (-2V_w / R)\bar{u}$ , что в свою очередь позволяет упростить решение уравнений сохранения, не ухудшая при этом точность. После несложных преобразований уравнений (1) и (2) при заданных граничных условиях получаем уравнения, выражающие относительное касательное напряжение, профиль поперечной скорости и градиента давления в данном сечении течения:

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_w} = (1 - \bar{y}) - \bar{V}_w \frac{u^+}{R^+ - y^+} \left( \frac{\text{Re}_d^2}{2} - \frac{2}{R^+} \int_0^{y^+} (R^+ - y^+) u^+ dy^+ \right) + \frac{4\bar{V}_w}{R^+ (R^+ - y^+)} \left( \left( 1 - (1 - \bar{y})^2 \right) \frac{\text{Re}_d^2}{8} F - \int_0^{y^+} (R^+ - y^+) u^{+2} dy^+ \right) + \left( (1 - \bar{y}) - \frac{2}{1 - \bar{y}} \right) U_w^+ V_w^+, \quad (3)$$

$$\bar{v} = \frac{v}{V_w} = \frac{1}{1 - \bar{y}} \left( 1 - \frac{2}{R^{+2} U_m^2} \int_0^{y^+} (R^+ - y^+) u^+ dy^+ \right), \quad (4)$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R} (1 + U_w^+ V_w^+) + \frac{4\rho U_m^2 \bar{V}_w}{R} F, \quad (5)$$

где  $F = \frac{8}{\text{Re}_d^2} \int_0^{R^+} (R^+ - y^+) u^{+2} dy^+$  - неизвестная постоянная величина;  $y^+ = \frac{y v_*}{\nu}$ ,  $R^+ = \frac{R v_*}{\nu}$ ,  
 $u^+ = \frac{u}{v_*}$ ,  $v^+ = \frac{v}{v_*}$  - безразмерные параметры в координатах закона стенки;  $\bar{y} = y/R$ ,  $\bar{u} = u/U_m$ ,  
 $\bar{W}_w = W_w/U_m$ ,  $\bar{U}_w = U_w/U_m$ ,  $\bar{V}_w = V_w/U_m$  - относительные параметры;  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости;  $v_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$  - скорость трения;  $U_m$  - среднemasсовая скорость потока;  $\text{Re}_d = U_m 2R/\nu$  - число Рейнольдса.

Градиент давления согласно (5) представим в виде безразмерного параметра  $p^+$  и коэффициента Федяевского  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{R}{\tau_w} \frac{dp}{dx} = -2(1 + U_w^+ V_w^+) + 4U_m^2 \bar{V}_w F; \quad p^+ = \frac{\nu}{\rho} \frac{dp}{dx} \frac{1}{v_*^3} = \frac{\Phi}{R^+}.$$

Пользуясь законом Ньютона и гипотезой Буссинекса, профиль скорости можно выразить интегральным уравнением

$$u^+ = \int_0^{y^+} \frac{\bar{\tau}}{1 + (\varepsilon_m/\nu)} dy^+ + U_w^+, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_m$  - коэффициент кинематической турбулентной вязкости, который задаем алгебраической моделью [4], представленной в виде единой формулы для всего течения и проверенной при моделировании различных турбулентных пристенных течений [4-6]:

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = \chi \Delta_1 R^+ \gamma(\bar{y}) \text{th} \frac{\bar{\ell} \sqrt{\tau^+}}{\chi \Delta_1}, \quad \bar{\ell} = k y^+ \text{th} \frac{\text{sh}^2(\chi_1 y^+) \text{th} [\text{sh}^2(\chi_2 y^+)]}{k y^+ \sqrt{\tau^+}}, \quad (7)$$

где  $\Delta_1 = \Delta/R$  - относительный параметр длины Клаузера;  $\gamma(\bar{y})$  - функция перемежаемости;  $\tau^+$  - безразмерное напряжение трения на стенке;  $\chi, k, \chi_1, \chi_2$  - эмпирические коэффициенты модели.

В итоге решение задачи сводится к численному решению новой системы уравнений (3), (6) и (7), принцип которого основан на методе итерационных приближений по искомой функции  $u^+$ . Поскольку переменные  $R^+$  и  $F$  неизвестны, то они задаются методом пристрелки.

С целью проверки расчетной схемы и модели турбулентного переноса произведены расчеты турбулентного течения с нормальным отсосом по условиям опытов Вейсберга и Бермана [1]. Приведенные на рис.2 профили скорости в сравнении с экспериментальными данными свидетельствуют об эффективности данного метода и выбранной модели турбулентности. Следует отметить, что результаты достигнуты без какой-либо модификации модели турбулентности для учета проницаемости стенки трубы.

При различных режимах течения получены зависимости профилей скоростей и характеристик турбулентного течения от относительной скорости нормального отсоса и вдува вещества через стенку трубы. На рис.3 и 4 показано влияние относительной скорости нормального отсоса и вдува на профиль скорости, представленный в координатах закона стенки.

Отсос приводит к увеличению коэффициента сопротивления трубы  $f$ , а вдув - к более интенсивному его падению, что наглядно показано соответственно на рис. 4 и 5 в отношении к коэффициенту сопротивления гладкой непроницаемой трубы  $f_0$ . Влияние массообмена на

стенке трубы возрастает с увеличением режима течения ( $Re_d$ ). Интенсификация отсоса при некоторых режимах турбулентного течения в трубе может привести к реламинизации потока. Профиль напряжения трения существенно отличается от линейной зависимости, которая имеет место при непроницаемости стенки, а профиль поперечной скорости мало зависит от интенсивности отсоса или вдува (рис. 6 и 7).

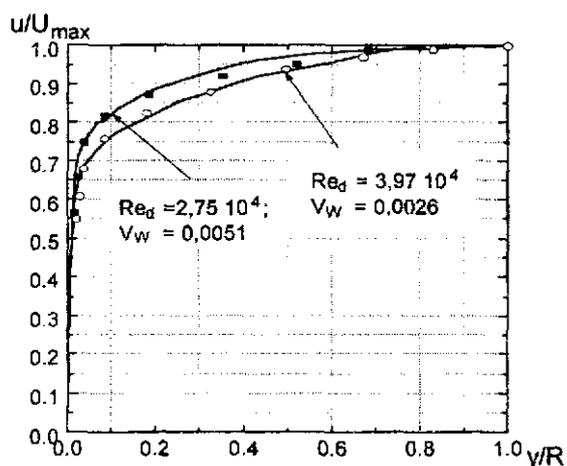


Рис.2. Профили скорости: линии - расчеты, символы - опыты [1]

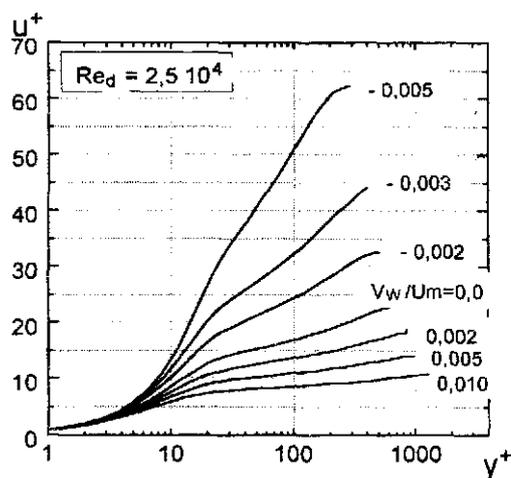


Рис.3. Влияние отсоса и вдува на профили скорости

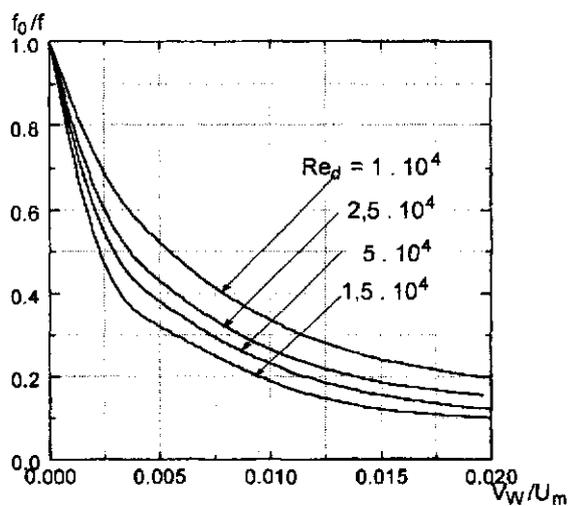


Рис.4. Влияние отсоса на коэффициент сопротивления трения

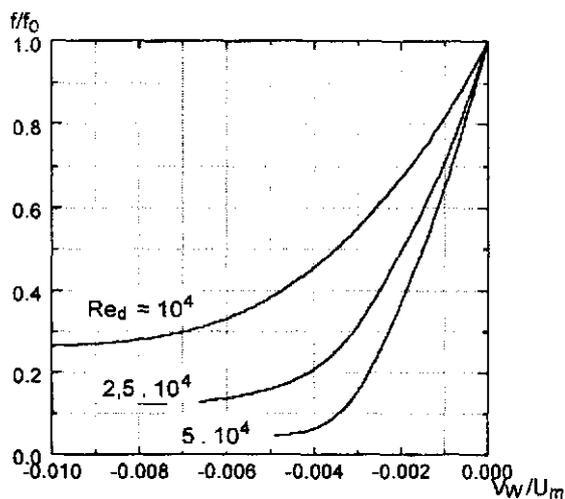


Рис.5. Влияние вдува на коэффициент сопротивления

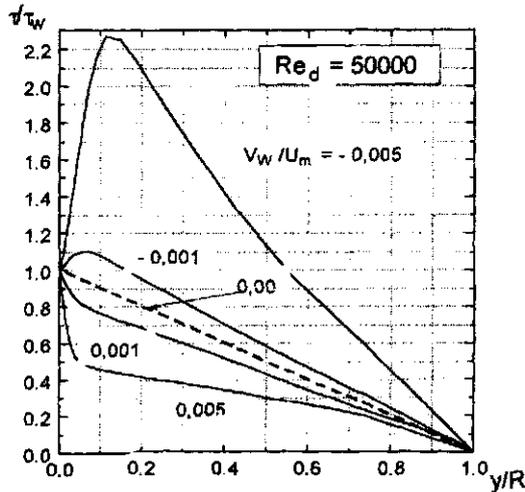


Рис.6. Профиль напряжения трения

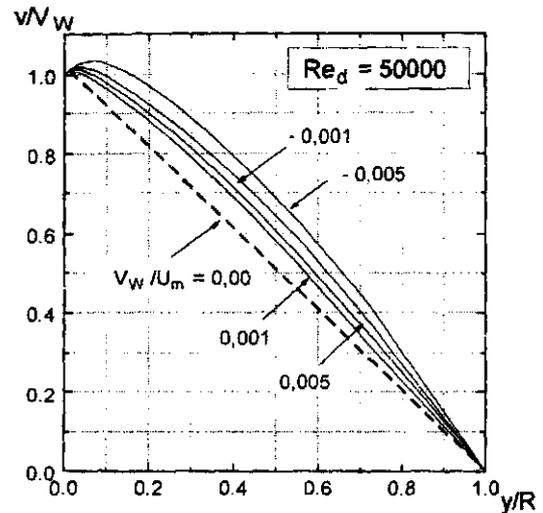


Рис.7. Профиль поперечной скорости по [4]

Для анализа влияния угла направленного отсоса и вдува на характеристики турбулентного течения в трубе выполнены многочисленные расчеты при различных режимах течения и интенсивностях массообмена. Как показано на рис.8 и 9, при увеличении угла профили скорости в координатах закона стенки претерпевают некоторое смещение в сторону возрастания при отсосе и уменьшения при вдуве. При этом форма профиля скорости остается без существенных изменений. Интересная картина наблюдается в отношении коэффициента сопротивления трения трубы, графики зависимостей которого от угла массообмена показаны на рис. 10 при изменении скорости массообмена и на рис. 11 при изменении режима течения: при отсосе увеличение угла  $\alpha$  приводит к уменьшению коэффициента сопротивления, причем при  $\alpha < 45^\circ$   $f > f_0$  и при  $\alpha > 45^\circ$  (приблизительно)  $f < f_0$ . Интенсивность этого изменения растет с увеличением относительной скорости отсоса и числа Рейнольдса. При вдуве увеличение угла приводит к уменьшению, а затем к увеличению коэффициента сопротивления после достижения минимального значения при  $\alpha \approx -45^\circ$ . Интенсивность этого изменения становится сильнее при высоких скоростях вдува и режимах течения.

В заключение можно отметить, что при турбулентном течении жидкости в трубе с проницаемой стенкой можно организовать отсос без дополнительных потерь энергии на трение, даже сокращая их, и вдув с минимальным сопротивлением трения, придавая вектору скорости массообмена через стенку наклон относительно поперечной оси трубы. Оптимальный угол, который незначительно зависит от числа  $Re_d$  и скорости  $\overline{W}_w$ , примерно ра-

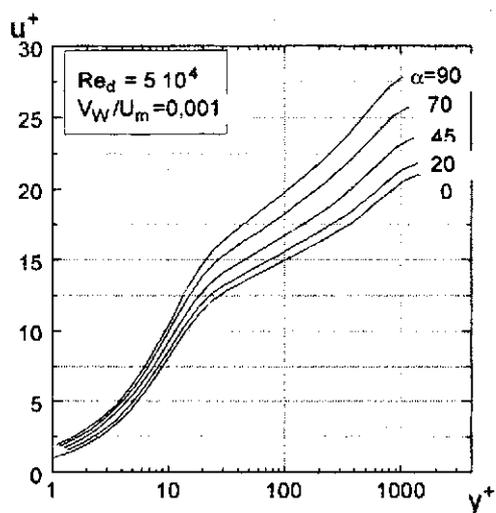


Рис.8. Влияние угла отсоса на профиль скорости

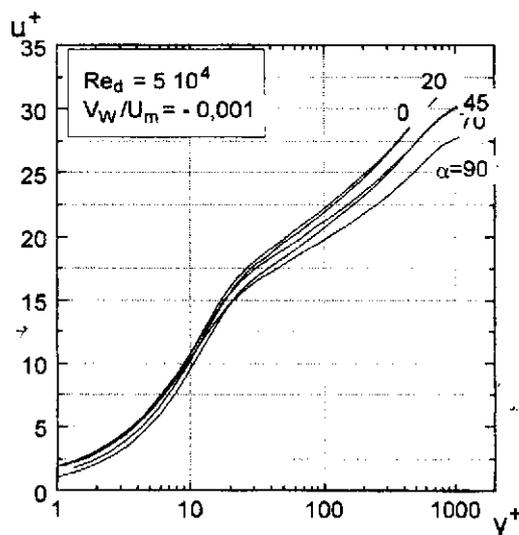


Рис.9. Влияние угла вдува на профиль скорости

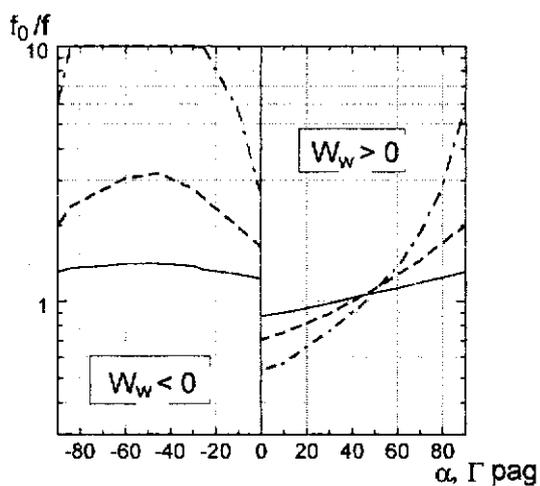


Рис.10. Влияние угла отсоса (вдува) на коэффициент сопротивления при  $Re_d = 10^4$ :  $\overline{W}_w = 0,001$  —,  $0,0025$  - - - ,  $0,005$  - · - · - .

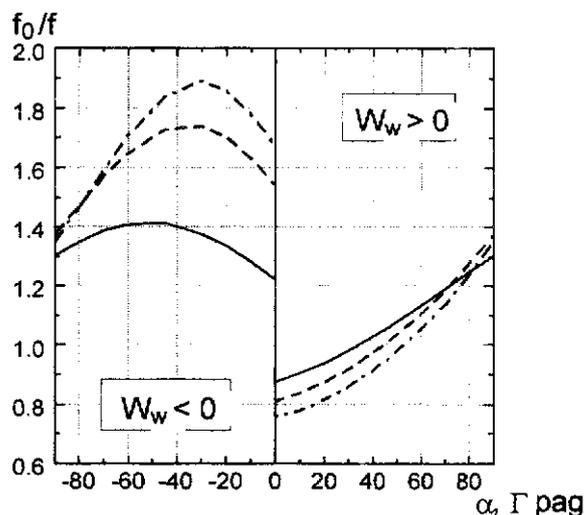


Рис.11. Влияние угла отсоса (вдува) на коэффициент сопротивления при  $\overline{W}_w = 0,001$ :  $Re_d = 10^4$  - —;  $5 \cdot 10^4$  - - - ;  $10^5$  - · - · - .

вен  $45^\circ$ . Положительная продольная скорость на стенке ускоряет основной поток в трубе, компенсируя потери напора от отсоса или увеличивая рост напора от вдува вещества. При помощи направленного массообмена можно осуществлять управление течением и регулирование его параметров. Полученные результаты необходимо считать предварительными и но-

сящими лишь качественный характер, поскольку они нуждаются в экспериментальной проверке.

### Список литературы

1. Кинни Р.Б., Спэрроу Е.М. Турбулентное течение, тепло- и массообмен в трубе с поверхностным отсосом // Теплопередача, 1970. – № 2. – С. 121–131.
2. Доши М.Р., Джилл В.Н. Турбулентное течение в трубе с отсосом на стенке // Труды Америк. о-ва инж.-мех., сер.С, Теплопередача, 1974. – № 2. – С. 154–156.
3. Ермаков А.Л., Ерошенко В.М., Зайчик Л.И., Яновский Л.С. Влияние наклонного вдува на трение и теплообмен в турбулентном пограничном слое на проницаемой поверхности // Прикладная аэродинамика: Сб. науч.тр. – К.: КИИГА. – 1980. – С. 11–17.
4. Мовчан В.Т. Численное и приближенно-аналитическое моделирование несжимаемых турбулентных пограничных слоев: Дис. д-ра физ.-мат. наук. - К.: КИИГА, 1990. – 284 с.
5. Лунис М. Расчет турбулентного пограничного слоя с теплообменом на пластине численным методом // Прикладная аэродинамика: Сб. науч.тр. – К.: КМУГА. – 1997. – С 54-62
6. Лунис М. Конвективный теплообмен при полностью развитом турбулентном течении в трубах // Промышленная теплотехника, 1998. – Т. 20. – № 3. – С. 8–13.

Стаття надійшла до редакції 20 січня 1999 року.

**Маджид Лунис** (1963, Алжир) закінчив Київський інститут інженерів цивільної авіації в 1990 році. Інженер-механік. Аспірант кафедри вищої математики Київського міжнародного університету цивільної авіації. Спеціалізується в галузі математичного моделювання в'язких течій і теплообміну.

**Madjid Lounis** (b. 1963 Algeria) graduated from Kyiv Institute of Civil Aviation Engineers (1990). Mechanic-engineer. Post-graduate student of Higher Mathematics Department of Kyiv International University of Civil Aviation. Specializes in mathematical modeling of viscous flows and heat transfer.