

**СУЧАСНІ АВІАЦІЙНО-КОСМІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ**

УДК 621.3.038.61(045)

<sup>1</sup>**В.Т. Чемерис**, к.т.н., с.н.с., доц.  
<sup>2</sup>**І.О. Бородій**, асист.**УРАХУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФЕРОМАГНЕТИКА  
ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ПАРАМЕТРІВ АНІЗОТРОПНОЇ МОДЕЛІ  
БАГАТОШАРОВОГО ОСЕРДЯ**

Національний авіаційний університет

<sup>1</sup>E-mail: vchemer@voliacable.com<sup>2</sup>E-mail: miko2010@ukr.net

*Досліджено дифузію електромагнітного поля за допомогою математичного моделювання в одновимірному наближенні з урахуванням кривої намагнічування феромагнетика. Виведено умови подібності для моделювання пакетів, шихтованих пластинами мікронної товщини за допомогою числових моделей, значно збільшених за розмірами. Виконано моделювання процесу намагнічування осердя лінійно зростаючим струмом намагнічування. Показано, що при невідповідності між тривалістю імпульсного струму, з одного боку, та швидкістю дифузії поля та розмірами осердя, з іншого боку, розподіл магнітного потоку в перерізі осердя може бути суттєво нерівномірним.*

**Ключові слова:** аморфний феромагнетик, анізотропна модель, багатошарове осердя індуктора, дифузія імпульсного електромагнітного поля, еквівалентні параметри, зміна товщини шарів, крива намагнічування, математичне моделювання, розподіл магнітного поля, тривалість імпульсу, умови подібності, швидкість дифузії.

**Постановка проблеми**

У роботі [1] визначення еквівалентних параметрів коефіцієнтів електропровідності та магнітної проникності для анізотропної моделі багатошарового осердя виконано в лінійному наближенні на основі метода еквівалентних потоків для електричного струму та магнітного поля відповідно.

Причиною анізотропії електромагнітних властивостей пакета є виключно чергування шарів феромагнітного і немагнітного матеріалів. Для еквівалентного коефіцієнта дифузії імпульсного поля за відомими значеннями власних параметрів шарів отримано аналітичний вираз і співвідношення товщин феромагнетика та немагнітного прошарку.

Для врахування нелінійних властивостей феромагнетика при визначенні еквівалентних параметрів анізотропної моделі, яка заміняє реальне осердя, застосовуються методи числового моделювання.

Динамічна крива намагнічування аморфного матеріалу типу Metglas 2605CO [2], яка наведена в інформації від фірми-виробника, була введена в програму Elcut v.5.7 для числової реалізації метода еквівалентних потоків.

**Визначення еквівалентних параметрів осердя за допомогою нелінійної моделі**

Аналітичний метод визначення еквівалентних параметрів  $\mu$ ,  $\sigma$  осердя був перевірений і доповнений урахуванням кривої намагнічування феромагнетика у ході моделювання поля у програмі Elcut v.5.7.

Для цього використовувалася розрахункова модель багатошарового середовища з довжиною перерізу  $b$ , що утворений чергуванням шарів феромагнетика  $a_f$  та шарів полімерної плівки  $a_{ins}$  (рис. 1).

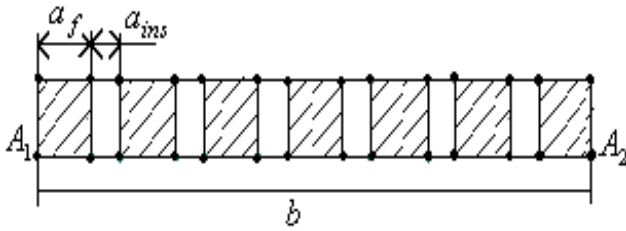


Рис. 1. Модель пакету

Інтегрування поля здійснювалося до встановлення рівномірного розподілу індукції вздовж координати  $x$ .

Різниця потенціалів ( $A_2 - A_1$ ) визначає магнітний потік крізь осердя в напрямку осі  $z$  і дозволяє визначити індукцію як

$$B_{\text{сер}} = \frac{\Delta A}{b};$$

$$\Delta A = A_2 - A_1.$$

Уважаючи, що потоком крізь немагнітні прошарки можна знехтувати, співставимо середню індукцію за результатами числового моделювання з індукцією в шарах феромагнетика:

$$B_f = \mu_f H_f.$$

Оскільки

$$B_{\text{сер}} = \mu_{\text{eff}} H;$$

$$H = H_f,$$

то отримаємо вираз для обчислення еквівалентної магнітної проникності  $\mu_{\text{eff}}$  в нелінійному наближенні:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_f \frac{B_{\text{сер}}}{B_f}. \quad (1)$$

Розглядалися матеріали з різними значеннями початкової магнітної проникності при різних рівнях максимальної індукції в осерді.

Для розрахункової моделі, показаної на рис. 1, коефіцієнт заповнення дорівнював

$$k_f = 0,7,$$

оскільки

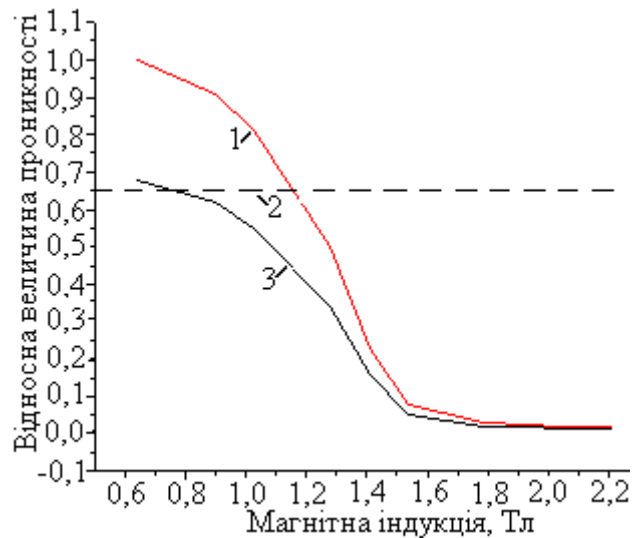
$$\frac{a_f}{a_{\text{ins}}} = 2;$$

$$a_{\text{ins}}$$

$$n = 7.$$

Початкова відносна проникність матеріалу феромагнетика в цьому прикладі становила 420260 (матеріал Metglas).

За результатами числового моделювання величина еквівалентної магнітної проникності  $\mu_{\text{eff}}$  була визначена для різних рівнів індукції  $B_{\text{сер}}$  в межах від 0,6 до 2,5 Тл (рис. 2).

Рис. 2. Залежність відносної магнітної проникності  $\mu_{\text{eff}}$  ( $B$ ) від рівня максимальної індукції:

- 1 – для шарів феромагнетика;
- 2 – в лінійному наближенні;
- 3 – для пакету в цілому

Рівень проникності визначений в лінійному наближенні.

Якщо індукція  $B_{\text{сер}}$  не виходить за межі лінійної ділянки кривої намагнічування (0,8 Тл), значення еквівалентної магнітної проникності  $\mu_{\text{eff}}$  не відрізняється від знайденого аналітично для анізотропної моделі багат шарового осердя [1]:

$$\mu_{\text{eff}} = k_f \mu_f,$$

де  $k_f$  – коефіцієнт заповнення пакету:

$$k_f = \frac{a_f n}{a_f n + a_{\text{ins}} (n-1)};$$

$a_f$  – товщина феромагнітного шару;

$n$  – кількість шарів феромагнетика;

$a_{ins}$  – товщина ізоляційного шару.

Найбільший практичний інтерес являє діапазон індукції від 1,0 до 1,5 Тл, бо саме в цьому інтервалі найчастіше вибирають робочу індукцію для індукторів прискорювача.

Оскільки можливості графічного редактора програми Elcut v.5.7 не зображують шари з товщиною, що вимірюється десятком мікронів, виникає задача встановлення відповідності між картиною поля, що може бути розрахована за найбільшого збільшення зображення для шарів з мінімальною товщиною в кілька міліметрів або сантиметрів, та картиною поля в багат шаровому пакеті, набраному з листів мікронної товщини.

### Умови подібності електромагнітних процесів

За одновимірного процесу рівняння дифузії вздовж осі  $x$  можна записати в такому вигляді:

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = D_{\text{екв}} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2},$$

де  $D_{\text{екв}}$  – еквівалентний коефіцієнт дифузії поля для «гомогенізованого» багат шарового середовища [3]:

$$D_{\text{екв}} = \frac{1}{\mu_{\text{екв}} \sigma_{\text{екв}}}.$$

Систему відносних одиниць уведемо через використання базових величин:

– часу інтегрування або тривалості імпульсу  $T_{\text{баз}}$ ;

– характерного розміру перерізу пакету  $X_{\text{баз}}$ ;

– індукції  $B_{\text{баз}}$ .

Тоді, позначаючи знаком  $\sim$  безрозмірні величини, можна записати:

$$\tilde{B}_z = \frac{B_z}{B_{\text{баз}}};$$

$$\tilde{t} = \frac{t}{T_{\text{баз}}};$$

$$\tilde{x} = \frac{x}{X_{\text{баз}}}.$$

Із використанням відносних величин рівняння магнітної індукції набирає безрозмірного вигляду:

$$\frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tilde{t}} = D_{\text{екв}} \frac{T_{\text{баз}}}{X_{\text{баз}}^2} \frac{\partial^2 \tilde{B}}{\partial \tilde{x}^2},$$

в якому комбінованим критерієм подібності є величина

$$S = D_{\text{екв}} \frac{T_{\text{баз}}}{X_{\text{баз}}^2}.$$

При порівнянні дифузії поля в пакетах із різними характерними розмірами на основі безрозмірного рівняння дифузії можливо розглянути два різних підходи:

– якщо еквівалентні коефіцієнти дифузії поля для «гомогенізованих» багат шарових середовищ у порівнюваних моделях однакові ( $D_{1\text{екв}} = D_{2\text{екв}}$ ), то умова подібності набуває вигляду

$$\frac{T_{1\text{баз}}}{T_{2\text{баз}}} = \left( \frac{X_{1\text{баз}}}{X_{2\text{баз}}} \right)^2; \quad (2)$$

– якщо співвідношення тривалості процесів  $\frac{T_{1\text{баз}}}{T_{2\text{баз}}}$  задане незалежно від співвідношен-

ня відповідних розмірів  $\frac{X_{1\text{баз}}}{X_{2\text{баз}}}$ , то подібність

процесів дифузії досягається при нерівних еквівалентних коефіцієнтах дифузії багат шарового середовища і умова подібності має вигляд

$$\frac{D_{1\text{екв}}}{D_{2\text{екв}}} = \frac{T_{2\text{баз}}}{T_{1\text{баз}}} \left( \frac{X_{1\text{баз}}}{X_{2\text{баз}}} \right)^2. \quad (3)$$

Розглянемо детальніше умови виконання співвідношення (3). Уведемо поняття швидкості дифузії поля у феромагнітний шар:

$$v_D = \frac{D_f}{\delta} = \frac{1}{\mu_f \sigma_f \delta},$$

де  $\delta$  – глибина скін-шару (глибина проникнення поля).

Глибина скін-шару залежить від коефіцієнта дифузії  $D_f$  та часу інтегрування.

Концепція полягає в закладенні умови різних глибин скін-шару в моделях різного масштабу.

Для подібності процесу дифузії співвідношення цих скінових глибин має бути пропорційним відношенню масштабів моделі ( $X_{1\text{баз}}/X_{2\text{баз}}$ ).

Час проходження полем інтервалів товщиною  $a_f$  ( $a_{f1} \neq a_{f2}$ ) у першій та другій моделях буде дорівнювати відповідно:

$$t_1 = \frac{a_{f1}}{\nu_{D_1}};$$

$$t_2 = \frac{a_{f2}}{\nu_{D_2}},$$

швидкість дифузії поля:

$$\nu_{D_1} = \frac{1}{\mu_{f1} \sigma_{f1} \delta_1},$$

$$\nu_{D_2} = \frac{1}{\mu_{f2} \sigma_{f2} \delta_2}.$$

Якщо  $\delta_1 \ll \delta_2$ , можна очікувати  $\nu_{D_1} \gg \nu_{D_2}$ .

Для повної подібності виконаємо умову рівності швидкостей дифузії ( $\nu_{D_1} \approx \nu_{D_2}$ ), яку забезпечимо шляхом штучної зміни коефіцієнта дифузії при збільшенні просторового масштабу моделі. Із цієї рівності випливає співвідношення, яке необхідно задавати для коефіцієнтів дифузії поля в шар феромагнетика першої і другої (за масштабами) моделі для досягнення умов подібності картини поля:

$$\frac{D_{f1}}{D_{f2}} = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{X_{1\text{баз}}}{X_{2\text{баз}}}. \quad (4)$$

Якщо у процесі моделювання покласти

$$\sigma_{f2} = \sigma_{f1},$$

то рівняння (4) спрощується до вигляду

$$\frac{\mu_{f1}}{\mu_{f2}} = \frac{X_{1\text{баз}}}{X_{2\text{баз}}}. \quad (5)$$

Це співвідношення стає головною умовою, що визначає ліву частину рівняння (3) і забезпечує подібність розподілу поля за неоднакових коефіцієнтів дифузії моделей.

Для дослідження проникнення електромагнітного поля в шихтований пакет використано моделюючу програму Elcut [3] та розглянуто дві числові моделі:

$$X_{1\text{баз}} = 100 \text{ см} (a_f = 10 \text{ см}, a_{ins} = 5 \text{ см});$$

$$X_{2\text{баз}} = 100 \text{ мкм} (a_f = 10 \text{ мкм}, a_{ins} = 5 \text{ мкм}).$$

Згідно з формулою (5) для досягнення умов подібності необхідно прийняти

$$\frac{\mu_{f2}}{\mu_{f1}} = 10^4$$

і скористатися співвідношенням

$$\left( \frac{T_{2\text{баз}}}{T_{1\text{баз}}} \right) \left( \frac{X_{1\text{баз}}}{X_{2\text{баз}}} \right)^2 = 10^4,$$

з якого для

$$T_{2\text{баз}} = 10^{-7}$$

маємо

$$T_{1\text{баз}} = 10^{-3} \text{ с}.$$

Якщо вважаємо за оригінал шар феромагнетика, магнітна проникність якого лежить у межах

$$\mu_{f2} \approx (4000 \dots 400000) \mu_0,$$

то у ході моделювання числової моделі розміром  $X_{1\text{баз}} = 1 \text{ м}$  потрібно брати значення магнітної проникності в таких межах:

$$\mu_{f1} = \frac{\mu_{f2}}{10^4} = (4 \dots 40) \mu_0.$$

Випадок порівняння двох моделей з однаковими значеннями еквівалентних коефіцієнтів дифузії поля значно легший для вибору засобів досягнення подібності картин розподілу магнітного поля.

На основі попереднього теоретичного розгляду виразів для еквівалентних коефіцієнтів дифузії [1] можна стверджувати, що рівність коефіцієнтів  $D_{1\text{екв}}$  та  $D_{2\text{екв}}$  досягається за однакових електромагнітних параметрів феромагнетика в моделях, що розглядаються ( $\mu_{f1} = \mu_{f2}$ ), та при структурній подібності багаточарових середовищ одної та другої моделей:

$$k_{f1} = k_{f2};$$

$$\frac{a_{ms1}}{a_{f1}} = \frac{a_{ms2}}{a_{f2}};$$

$$\frac{\sigma_{ins1}}{\sigma_{f1}} = \frac{\sigma_{ins2}}{\sigma_{f2}}.$$

За таких умов для моделювання розподілу поля в пакетах, набраних із шарів мікронних товщин, достатньо побудувати збільшену модель і згідно з виразом (2) збільшити час інтегрування імпульсного процесу пропорційно до квадрату масштабу збільшення геометричних розмірів моделі.

### Динаміка встановлення магнітного поля

Специфічні особливості процесів дифузії магнітного поля в багат шарове середовище значною мірою обумовлені тим, що в технічних пристроях (в імпульсних трансформаторах або індукторах лінійних прискорювачів електронів) збудження магнітного поля здійснюється струмом котушки індуктора, що лінійно зростає в часі.

У процесі намагнічування осердя, шихтованого пластинами мікронних товщин, розподіл магнітної індукції нерівномірний.

Установлення магнітного потоку починається з приграничних ділянок осердя і поступово досягає його серцевини.

Згідно з описаним методом установлення подібності між пакетами, набраними з феромагнітних пластин різної товщини, виконано моделювання процесів намагнічування осердь лінійно зростаючим струмом для пакетів у збільшеному масштабі (з розміром перерізу 11,5 см) для кривої намагнічування, що відрізнялася значною початковою величиною магнітної проникності

$$\mu_r = \frac{\mu_f}{\mu_0} \geq 4 \cdot 10^5.$$

Збільшення магнітного потоку крізь переріз осердя відповідно до зростання струму намагнічування моделюється збільшенням значень векторного потенціалу поля на границях перерізу.

На рис. 3 показано результати розподілу магнітної індукції при дифузії поля в пакети, складені із пластин збільшеної товщини.

У ході одержання даних рис. 3 використано значення, що наведені в таблиці.

Розриви кривих розподілу індукції на рис. 3 відповідають розташуванню немагнітних шарів.

Товщина пластин феромагнетика в моделі становила 10 мм, коефіцієнт заповнення пакету феромагнетиком 0,667, тобто

$$\frac{a_f}{a_{ins}} = 2.$$

Згідно з принципом подібності ці результати можна перенести на пакети, складені з пластин мікронної товщини. За незмінної величини коефіцієнта дифузії при збільшенні товщини пластин феромагнетика умови подібності перехідного процесу виконуються завдяки збільшенню базового часу або тривалості імпульсу  $T$ .

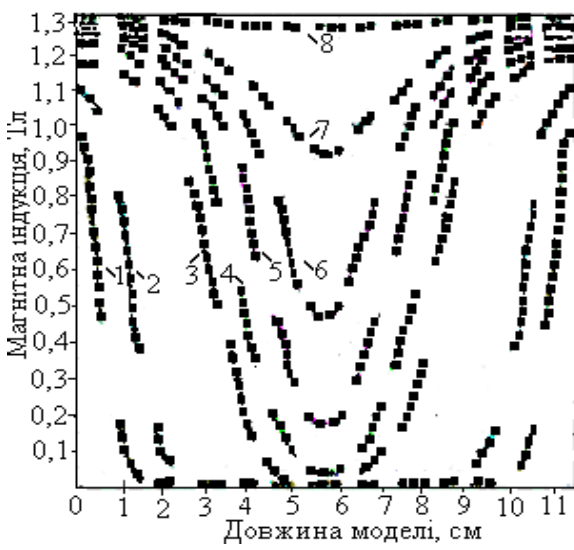
Результати моделювання свідчать про те, що для рівномірного заповнення перерізу осердя магнітним потоком потрібен певний час. Якщо тривалість імпульсу менша, ніж потрібно, процес намагнічування закінчується тим, що індукція в середній частині перерізу осердя не встигає піднятися вище нуля як на рис. 3, б, а її зростання відбувається лише в приграничних зонах.

Зі збільшенням тривалості імпульсу струму намагнічування відбувається поступове заповнення серцевини осердя магнітним полем аж до повного вирівнювання розподілу індукції, як на рис. 3, а, в.

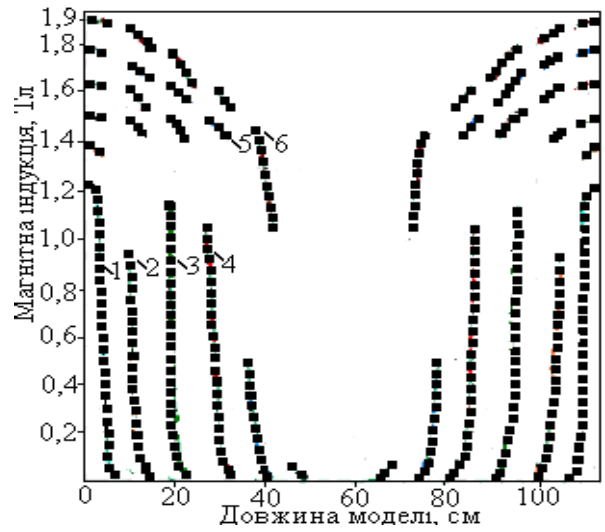
Процес намагнічування осердя (рис. 3, а) характерний тим, що індукція не перевищує індукції насичення феромагнітного матеріалу.

Заповнення перерізу осердя за час тривалості імпульсу досягається збільшенням тривалості імпульсу (для рис. 3, а маємо  $T_{\max} = 0,3$  с).

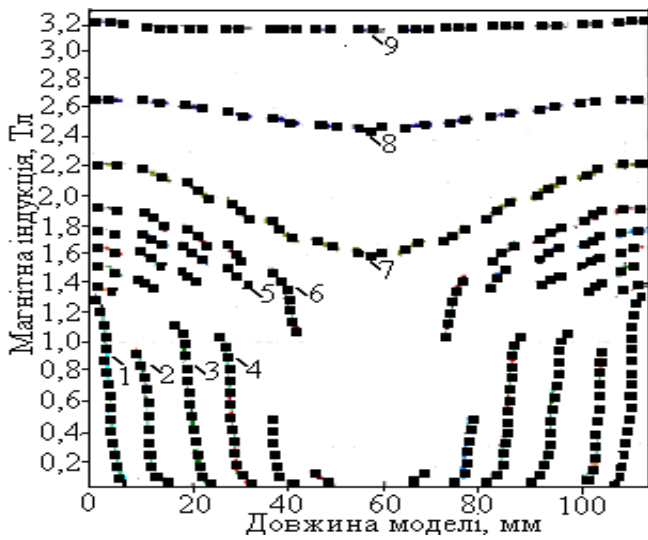
Підвищення початкової магнітної проникності матеріалу (рис. 3, б) веде до зростання нерівномірності розподілу поля. Якщо до того ж імпульс струму намагнічування є занадто коротким ( $T_{\max} = 0,1$  с), як на рис. 3, б, то зі зростанням струму індукція у приграничних зонах перевищує індукцію насичення.



а



б



в

Рис. 3. Динаміка встановлення магнітного поля у перерізі осердя:

а – для  $V_{max}$  до 1,3 Тл;

б – для  $V_{max}$  до 1,9 Тл;

в – для  $V_{max}$  до 3,2 Тл;

1–9 – криві розподілу магнітної індукції (див. таблиця)

**Час інтегрування  $T$  та граничний векторний потенціал  $\Delta A$**

Параметр	Номер лінії								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Рис. 3, а									
$T$ , мс	0,03	0,06	0,12	0,18	0,21	0,24	0,27	0,3	–
$\Delta A$ , Вб/м	0,01	0,02	0,04	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	–
Рис. 3, б, в									
$T$ , мс	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25
$\Delta A$ , Вб/м	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25

Для вирівнювання розподілу магнітної індукції за тих самих умов необхідно збільшити тривалість імпульсу лінійно зростаючого в часі струму намагнічування до  $T_{\max} = 0,25$  с, як на рис. 3, в.

Графіки рис. 3, в відображають процес намагнічування осердя до індукції, що перевищує індукцію насичення феромагнетика.

У процесі моделювання перехідних процесів, результати яких показані на рис. 3, варіювалися тривалість імпульсу струму та граничні значення векторного потенціалу  $\Delta A$ , що визначають величину магнітного потоку крізь осердя.

Коли індукція в феромагнітних шарах наближається до індукції насичення, реальний коефіцієнт заповнення пакету змінюється і набуває значення

$$k_{f\alpha} = \frac{k_{f_0}}{k_{f_0} + \alpha(1 - k_{f_0})},$$

де  $k_{f_0}$  – коефіцієнт заповнення, визначений у нехтуванні потоком крізь немагнітні шари:

$$k_{f_0} = \frac{a_f}{a_f + a_{ins}};$$

$\alpha$  – відношення індукції в немагнітних шарах до індукції в шарах феромагнетика:

$$\alpha = \frac{B_{ins}}{B_f}.$$

Відповідно середнє значення індукції в перерізі пакета в формулі (1) можна визначити як

$$B_{\text{осер}} = B_f (k_{f_0} + \alpha(1 - k_{f_0})),$$

що є справедливим у кінці процесу намагнічування, коли розподіл індукції стає рівномірним.

Моделювання цього процесу на числовій моделі в програмі Elcut підтверджує, що еквівалентні параметри пакета при насиченні феромагнетика можна визначити на основі аналітичних формул для  $\mu_{\text{eff}}$  з поправкою на врахування потоку крізь немагнітні прошарки.

## Висновки

Виконано уточнення еквівалентних параметрів багатошарового середовища феромагнітного осердя індуктора за імпульсного намагнічування з врахуванням нелінійності кривої намагнічування.

Результати моделювання за допомогою програми Elcut свідчать про те, що еквівалентна магнітна проникність феромагнітних шарів і шихтованого пакета в цілому внаслідок нелінійних властивостей магнетика суттєво зменшується порівняно з лінійним наближенням при значеннях індукції вище 0,8 – 1,0 Тл. Розроблено метод моделювання осердь, шихтованих пластинами мікронної товщини, з використанням загальних умов подібності розподілу магнітного поля при дифузії в пакет, що складається з пластин мікронної товщини, і в пакет, набраний з пластин товщиною до 1 см або більше. Це дозволяє краще використати можливості моделюючих програм, зокрема програми Elcut, в яких роздільна здатність графічного редактора обмежена кількома міліметрами.

Результати моделювання процесів дифузії імпульсного магнітного поля в багатошарові осердя при лінійному зростанні струму котушки намагнічування свідчать про суттєво неоднорідний розподіл магнітної індукції в процесі встановлення магнітного потоку в осерді. У разі недостатньої тривалості імпульсу струму магнітне поле не встигає досягнути серцевини осердя. Для повного використання об'єму матеріалу в технічних пристроях розміри пакетів і тривалість імпульсу повинні узгоджуватися з дифузійними характеристиками багатошарових середовищ.

Проведені дослідження дозволили розширити уявлення про нелінійну дифузію електромагнітного поля в багатошарове середовище шихтованого пакету при дуже малих товщинах листів феромагнетика.

## Література

1. Chemerys V.T. Diffusion of Electromagnetic Field Into the Core of Inductor at Induction Accelerator of Electrons / V.T. Chemerys, I.O. Borodiy // Proceedings of NAU. – 2008. – № 2. – Р. 44–51.
2. Властивості сплавів Metglas. – Режим доступу: <http://www.metglas.com>.
3. Чапля Є.Я. Математичне моделювання дифузійних процесів у випадкових і регулярних структурах / Є.Я. Чапля, О.Ю. Чернуха. – К.: Наук. думка, 2009. – 302 с.

Стаття надійшла до редакції 11.04.2011.