УДК 681.515.8 (045)

¹**А.А. Тунік,** д.т.н., проф. ²**О.П. Басанець,** асп.

СИНТЕЗ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ З НЕЧІТКИМ ПІД-РЕГУЛЯТОРОМ ТИПУ 2

Національний авіаційний університет ¹E-mail: aatunik@mail.ru ²E-mail: o_basanets@ukr.net

Розглянуто метод синтезу нечіткого ПІД-регулятора типу 2 для керування процесом наведення обертового твердого тіла. Особливість запропонованого методу полягає в застосуванні функцій належності типу 2, які складаються з зовнішньої та внутрішньої функцій належності типу 1. Порівняно роботи синтезованого нечіткого ПІД-регулятора з ПІД-регулятором, який отримано методом лінійних матричних нерівностей. Результати моделювання демонструють високу ефективність запропонованого нечіткого регулятора.

Ключові слова: нечіткий регулятор, ПІД-регулятор, система керування.

Постановка проблеми

Пропорційно-інтегрально-диференціюючі (ПІД) регулятори – загальноприйняті лінійні регулятори, які використовуються для різноманітних промислових задач [1].

Пропорційно-інтегруючі (ПІ), пропорційно-диференціюючі (ПД) та ПІД-регулятори добре відомі своїми властивостями покращення якості перехідних процесів та слідкування, тому такі структури часто використовуються при синтезі нечітких регуляторів.

У роботі [2] показано, що нечіткі регулятори та нечіткі ПІД-регулятори забезпечують значне підвищення якості системи порівняно з ПІД-регуляторами або класичними регуляторами, особливо у випадку, коли в об'єкті є різного роду нелінійності.

Аналіз останніх публікацій

Розглянуті в літературі методи синтезу нечітких регуляторів переважно описують нечіткі системи типу 1 (HCT1) [3; 4], які запропонував і розвив у своїх роботах Л. Заде [5].

У роботах [6; 7] запропоновано метод синтезу нечіткої системи типу 2 (НСТ2) і показано, що такі системи переважають за динамічними характеристиками свій прототип – НСТ1. Нечітка система типу 2 являє собою лінійну комбінацію множини зовнішньої й внутрішньої функцій приналежності, які формують область невизначеності. Тому такі системи забезпечують більш високу якість функціонування систем із невизначеностями [8; 9].

Постановка задачі

Для багатьох нелінійних систем із невизначеностями та нелінійностями, якості, що забезпечується нечіткими регуляторами типу 1 (T1), може бути недостатньо. Тому розглянемо задачу синтезу нечіткого ПІДрегулятора типу 2, який об'єднує в собі переваги лінійного регулятора завдяки своїй простоті, а також робастності відносно невизначеностей у системі завдяки своєму механізму обробки інформації (нечіткий логічний вивід). Для синтезу регулятора використовують модель Такаги-Сугено-Канга (TCK).

Загальна структура ТСК моделі має такий вигляд (*i*-е правило): якщо

$$x_1 \in F_1^i \text{ ta } x_2 \in F_2^i \dots x_n \in F_n^i, \tag{1}$$

то

$$y_i = a_0^i + a_1^i x_1 + a_2^i x_2 + \dots + a_n^i x_n,$$

де $i=1,...,M, x_1,...,x_n$ – вхідні величини; М – кількість правил; $F_i^{\ j}$ – нечітка множина типу 2 *j*-ї вхідної величини в *i*-му правилі;

у_i – вихід *і*-го правила;

aⁱ – коефіцієнти вихідного полінома для *i*-го правила.

Таким чином, в НСТ2 вхідні функції належності є функціями типу 2, а виходом системи є лінійна комбінація вхідних сигналів з фіксованими множниками. Вигляд функцій належності типу 2 показано на рис. 1.



Рис. 1. Функції належності вхідних змінних у нечіткій системі типу 2

Наведені правила (1) дозволяють моделювати невизначеності у вхідних величинах [8], наприклад, неточність вимірювальних сигналів або шум вимірювань.

Нехай $x = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ – вектор стану об'єкта. Тоді вихід ТСК-моделі в НСТ2, згідно з роботою [8], визначається таким чином:

$$Y_{TCK} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} \int_{f_1}^{f_2} f^i(x) y_i dy}{\int_{f_2} \int_{f_2}^{f_2} \int_{f_2}^{f_2} f^i(x) dy}.$$
 (2)

У роботах [9; 10] наведено механізм логічного виводу, відповідно до якого вихід системи (2) записується у вигляді:

$$Y_{TSK} = m \frac{\sum_{i=1}^{M} \underline{f}^{i}(x) y_{i}}{\sum_{i=1}^{M} \underline{f}^{i}(x)} + n \frac{\sum_{i=1}^{M} \overline{f}^{i}(x) y_{i}}{\sum_{i=1}^{M} \overline{f}^{i}(x)},$$
(3)

якщо

M = 1: m + n = 1,

де $\underline{f}^{i}(x)$ та $\overline{f}^{i}(x)$ (рис. 1) визначаються виразами:

$$\underline{f}^{i}(x) = \underline{\mu}_{F_{1}^{i}}(x_{1}) * \dots * \underline{\mu}_{F_{n}^{i}}(x_{n}),$$

$$\overline{f}^{i}(x) = \overline{\mu}_{F_{1}^{i}}(x_{1}) * \dots * \overline{\mu}_{F_{n}^{i}}(x_{n}),$$

де "*" – оператор ймовірнісного добутку.

Для налаштування параметрів моделі використовуються коефіцієнти *m* та *n*.

Якщо

$$\underline{f}^{i}(x) = \overline{f}^{i}(x) \,,$$

рівняння (3) переходить у рівняння системи типу 1.

Для синтезуванння системи з нечітким регулятором типу 2, потрібно скласти базу правил, вибрати функції приналежності й механізм логічного виводу.

База правил є однією з основних складових будь-якої нечіткої системи. Розробка придатної бази правил є ключовою й не дуже простою задачею. Через те, що зазвичай потрібні декілька параметрів для описання нечіткої системи, не існує загального й систематичного підходу для ефективного визначення правил. Розробники, як правило, використовують знання експертів для визначення бази правил для конкретної моделі.

У роботі поставлена задача синтезу нечіткого ПІД-регулятора. Наявність трьох вхідних сигналів зробить базу правил дуже громіздкою. Наприклад, якщо кожному вхідному сигналу буде відповідати три функції приналежності, база правил складатиметься з 27 правил, що незручно при експлуатації.

Для спрощення синтезу пропонується використати такий закон керування, в який будуть входити дві «нечіткі» змінні й одна «чітка».

Однією з «нечітких» змінних вибирається помилка регулювання. Вибір другої змінної для фазифікації можна здійснити оцінюванням H_{∞} -норм функцій чутливості системи за параметрами інтегратора й диференціатора регулятора. Фазифікуватися буде та змінна, H_{∞} -норма функції чутливості за параметром якої буде більша.

Як об'єкт керування в цій задачі розглядається обертове тверде тіло, систему керування одним каналом якого можна подати у вигляді системи з несучою частотою (рис. 2), що визначається кутовою швидкістю обертання навколо повздовжньої осі.

Обертання твердого тіла навколо поздовжньої осі можна розглядати як процес амплітудної модуляції, що показано на рис. 2 модулятором М (множним пристроєм). Другий множний пристрій ДМ на виході об'єкта керування є демодулятором і реалізується синусно-косинусним перетворювачем [11].

Демодуляція сигналу несучої частоти необхідна для того, щоб виділити керуючі сигнали.

Виділення корисних складових керуючих сигналів здійснюється визначенням синфазної та квадратурної складової сигналу на виході демодулятора [12]. Крім того, в роботі [12] показано, що для таких систем можна знехтувати квадратурною складовою, тому що вона незначно впливає на роботу системи.

Модель динаміки обертового твердого тіла наведена в роботі [12]. Відповідно до неї передавальні функції номінальної (для швидкості V = 377,7 м/с) та параметрично збуреної (для швидкості V = 256 м/с) моделей об'єкта керування мають вигляд

$$W_n = \frac{0,097\,p + 113800}{p^3 + 14,33\,p^2 + 241200\,p};$$

$$W_p = \frac{0,062\,p + 23710}{p^3 + 6,887\,p^2 + 91970\,p}.$$

Функції чутливості системи за параметрами регулятора визначалися обчисленням частинних похідних за відповідними параметрами диференціального рівняння замкненої системи. У результаті були отримані такі вирази:





ДМ – другий модулятор;

М – модулятор;

 Γ – генератор частоти Ω , у ролі якого виступає тіло, що обертається;

Р – регулятор;

 δ – кут відхилення рулів;

 $W_{\text{ЛA}}(p)$ – передавальна функція об'єкта керування;

у₃, z₃ - задане положення літального апарата

$$S^{I}(p) = \frac{N^{I}(p)}{D^{I}(p)};$$

$$S^{d}(p) = \frac{N^{d}(p)}{D^{d}(p)};$$

$$N^{I}(p) = -n_{1}p - n_{0};$$

$$N^{d}(p) = -n_{1}p^{3} - n_{0}p^{2};$$

$$D^{I}(p) = d_{6}p^{6} + d_{5}p^{5} + d_{4}p^{4} + (d_{3} + n_{1}K_{d})p^{3} + (d_{2} + n_{0}K_{d})p^{2} + (d_{1} + n_{1}(K_{i} + \Delta K_{i}))p + (d_{1} + n_{0}(K_{i} + \Delta K_{i});)p + (d_{1} + n_{1}(K_{d} + \Delta K_{d})p^{3} + (d_{2} + n_{0}(K_{d} + \Delta K_{d}))p^{2} + (d_{1} + n_{1}K_{i})p + n_{0}K_{i}.$$

Коефіціенти підсилення ПІД-регулятора для розрахунку H_{∞} -норм отримано в результаті синтезу ПІД-регулятора за допомогою теорії лінійних матричних нерівностей:

 $K_p = 3,1608;$ $K_d = 2,0523;$ $K_I = 0,0101.$

Приріст коефіціентів взято в розмірі 10%.

Значення H_{∞} -норм функцій чутливості системи за параметрами регулятора для номінальної та параметрично збуреної моделей становлять:

$$\begin{split} \left\| S_n^d \right\|_{\infty} &= 0,5773 , \quad \left\| S_p^d \right\|_{\infty} &= 0,3157 , \\ \left\| S_n^I \right\|_{\infty} &= 90,0938 , \quad \left\| S_p^I \right\|_{\infty} &= 90,0325 . \end{split}$$

Отже, як керуючий сигнал доцільно використати комбінацію з «чіткого» диференціала від вхідного сигналу з нечітким ПІ-регулятором, одержавши так званий нечіткий ПІ+Д регулятор [1]. Систему керування з таким регулятором показано на рис. 3.

Маштабуючі коефіціенти γ_e та γ_{eI} використовуються для того, щоб значення вхідних сигналів у нечіткий регулятор лежали в інтервалі [–1, 1].

Отже, для системи з нечітким ПІ+Д регулятором закон керування запишемо так:

$$u(k) = u_{PI}(k) + u_D(k),$$

$$u_D(k) = K_d(1 - z^{-1})e(k),$$

де *u*_{*PI*} – сигнал на виході нечіткого ПІ-регулятора.

Структура правил (1) для нечіткого ПІ-регулятора типу 2 матиме вигляд:

якщо

$$e \in F_1^i$$
 the $e_I \in F_2^i$,

тоді

$$u_{PIi} = a_1^i e + a_2^i e_I$$

де $e - похибка:$
 $e = r - y_c$,
 $r - бажаний сигнал;$
 $y_c - вихід системи;$
 $e_I - інтеграл від похибки:$
 $e_I = \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} e$.

Рис. 3. Структурна схема системи керування з нечітким ПІ+Д регулятором

Визначимо вектор похибок як

 $e_0 = [e, e_I]^T$.

Тоді сигнал керування, що потрапляє на виконавчий механізм, визначимо за формулою:

$$u(k) = m \frac{\sum_{i=1}^{M} f^{i}(e_{0}(k))u_{i}(k)}{\sum_{i=1}^{M} f^{i}(e_{0}(k))} + \sum_{i=1}^{M} f^{i}(e_{0}(k))u_{i}(k) + n \frac{\sum_{i=1}^{M} f^{i}(e_{0}(k))u_{i}(k)}{\sum_{i=1}^{M} f^{i}(e_{0})} + K_{d}(1 - z^{-1})e(k).$$
(4)

У загальному випадку база правил, яка використовує величини похибки та інтеграла від похибки для визначення керуючого сигналу, наведено в табл. 1 [10].

Таблиця 1

База правил нечіткого ПІ-регулятора

e/e _I	NB	ZE	PB
NB	NB	NB	ZE
ZE	NB	ZE	PB
PB	ZE	PB	PB

Кількість функцій приналежності, що описують кожну вхідну змінну, дорівнює трьом (рис. 1). Лінгвістичні змінні «NB», «ZE», «PB» означають «негативний», «нульовий», «позитивний» відповідно.

Для визначення a_1^i та a_2^i розглядається умова, за якою e_n та e_{ln} відповідно до лінгвістичних терм визначають базу правил, наведено в табл. 1 (NE, ZE, PB).

Якщо $e \in NB$ $(e \to -1)$, тоді: – правило 1: якщо $e_I \in NB$, $e_I \to -1$: $u_1 = -a_1^1 - a_2^1 \to -1$; – правило 2: якщо $e_I \in ZE$, $e_I \to 0$: $u_2 = -a_1^2 \to -1$; - правило 3: якщо $e_I \in PB$, $e_I \rightarrow 1$: $u_3 = -a_1^3 + a_2^3 \rightarrow 0$. Якщо $e \in \mathbb{ZE}$ ($e \to 0$), тоді: - правило 4: якщо $e_I \in \text{NB}, e_I \rightarrow -1$: $u_4 = -a_2^4 \rightarrow -1;$ - правило 5: якщо $e_I \in \mathbb{ZE}$, $e_I \to 0$: $u_5 \rightarrow 0$; - правило 6: якщо $e_I \in \text{PB}$, $e_I \rightarrow 1$: $u_6 = a_2^6 \rightarrow 1$. Якщо $e \in PB$ ($e \rightarrow 1$), тоді: - правило 7: якщо $e_I \in NB$, $e_I \rightarrow -1$: $u_7 = a_1^7 - a_2^7 \to 0;$ - правило 8: якщо $e_I \in ZE$, $e_I \rightarrow 0$: $u_{\circ} = a_{1}^{8} \rightarrow 1;$ - правило 9: якщо $e_I \in \text{PB}, e_I \rightarrow 1$: $u_1 = a_1^9 + a_2^9 \to 1$.

Значення a_1^i та a_2^i , які використовувались при синтезі регулятора, наведено в табл. 2.

Згідно з роботою [9], для настроювання параметрів регулятора m і n рекомендується вибирати початкові значення так, що m > 0, $n \le 1$, і збільшувати їхні значення в разі необхідності.

Якщо синтезований регулятор не задовольняє поставлені вимоги, коефіцієнти mта n можуть приймати значення більше, ніж 1 або менше, ніж 0.

Таким чином, у процесі синтезу не потрібно змінювати й настроювати параметри ТСК-моделі.

Таблиця 2

ТСК-параметри нечіткого виводу для дев'яти правил

a_1^1	a_2^1	a_1^2	a_{2}^{2}	a_1^3	a_{2}^{3}	a_1^4	a_{2}^{4}	a_1^5	a_{2}^{5}	a_1^{6}	a_{2}^{6}	a_1^7	a_{2}^{7}	a_1^8	a_{2}^{8}	a_1^9	a_{2}^{9}
0.1	0.9	1	0.01	0.5	0.5	0.5	1	0.3	0	0.2	1	0.9	0.9	1	0.01	0.8	0.2

Необхідна якість керування досягається за рахунок зміни параметрів m та n у рівнянні (4) і вибору ширини функцій належності.

Коефіцієнт *К_D* вибирається з вимог до якості перехідних процесів системи.

Приклад

Розглянемо роботу повздовжнього каналу обертового твердого тіла з такими параметрами [11]:

- маса m = 14, 26 кг;
- момент інерції $Iz = 0,827 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- площа крил *S* = 0,00769 м²;
- -довжина L = 0,896 м.

Чисельне моделювання роботи системи керування проводилося для режиму стабілізації обертового твердого тіла на траєкторії. Для сім'ї моделей об'єкта керування синтезовано нечіткий регулятор, коефіцієнти mі n якого становлять: m = 3,68, n = 0,14 для номінальної й параметрично збуреної моделей. Проводиться порівняння роботи синтезованого нечіткого ПІ+Д-регулятора з ПІДрегулятором, який отримано методом лінійних матричних нерівностей.

Результати моделювання системи наведення з чітким ПІД-регулятором і нечітким ПІ+Д регулятором при дії зовнішніх неструктурованих збурень показано на рис. 4.

Під зовнішніми неструктурованими збуреннями розуміється турбулентний вітер. Як імітаційну модель турбулентного вітру використовують формуючий фільтр Драйдена.

Значення середньоквадратичних відхилень параметрів системи з чітким (1) та нечітким (2) ПІД-регуляторами наведено у табл. 3.





Рис. 4. Робота системи з «чітким» ПІД-регулятором (1) та нечітким ПІ+Д регулятором (2):

а, в – висота та швидкість зміни висоти номінальної моделі;

б, г – висота та швидкість зміни висоти параметрично збуреної моделі

Таблиця 3

	редпвоквадрати чит	ыдхиления парамет	рів системи керуваї	шл		
Параметри	Номіналь	на модель	Параметрично збурена модель			
системи	ПІД (1)	ПІД (2)	ПІД (1)	ПІД (2)		
Висота, м	0,0186	0,0124	0,0199	0,0096		
Швидкість зміни						
висоти, м/с	0,0459	0,0299	0,0384	0,0273		
Відхилення рулів,						
град	0.0791	0.0500	0.0733	0,0276		

Середньоквадратичні відхилення параметрів системи керування

Із рис. 4 видно, що, нечіткий ПІ+Д регулятор забезпечує більш високу якість керування, оскільки зменшується коливальність системи та чутливість до зовнішніх збурень.

Крім того, порівнюючи значення середньоквадратичні відхилення параметрів системи, за даними табл. З отримуємо, що нечіткий регулятор дає більш точні результати.

Висновки

Розглянуто методику синтезу нечіткого регулятора типу 2 на прикладі керування процесом наведення обертового твердого тіла. Визначено оптимальну структуру керуючого сигналу, що складається з чіткого диференціала від вхідного сигналу й нечіткого ПІ-регулятора. Результати моделювання підтверджують високу ефективність запропонованого методу синтезу нечіткого ПІД-регулятора.

Література

1. Johnson M.A. PID Control. New Identification and Design Methods / M.A. Johnson, M.H. Moradi // Springer-Verlag London Limited, 2005. – 543 p.

2. *Ying H.* Fuzzy Control and Modeling: Analytical Foundations and Applications / H. Ying. – 1st ed // IEEE press. –2000. – 342 p.

3. *Jantzen J*. Foundations of Fuzzy Control / J. Jonh. – Wiley&Sons, 2007. – 209 p.

4. *Michels K.* Fuzzy Control. Fundamentals, Stability and Design of Fuzzy Controllers / K. Michels, F.Klawonn, R. Kruse, A. Nurnberger. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. – 416 p. 5. Zadeh L. Fuzzy sets / L. Zadeh // Information and Control. – 1965. – N. 8. – P. 338–353.

6. *Mendel J. M.* Advances in type-2 fuzzy sets and systems / J.M. Mendel // Information Sciences. – 2007. – Vol. 177, N. 1. – P. 84–110.

7. *Sepulveda R*. Experimental study of intelligent controllers under uncertainty using type-1 and type-2 fuzzy logic / R. Sepulveda, O. Castillo, P. Melin, A. Rodriguez-Diaz, O. Montiel // Inf. Sci. – 2007. – Vol. 177, N. 10. – P. 2023–2048.

8. *Mendel J.M.* Type-2 Fuzzy Sets Made Simple / J.M. Mendel, R.I.B. John // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – April 2002. – Vol.10, N 2. – P.117–127.

9. *Mendel J. M.* Stability analysis of type-2 fuzzy systems / M. Biglarbegian, W. W. Melek, J. M. Mendel // Proc. IEEE World Congress on Computational Intelligence (WCCI'08). Hong Kong. – June 2008. – P. 1305–1310.

10. *Mendel J.M.* A Practical Approach for Design of PD and PI Like Interval Type-2 TSK Fuzzy Controllers / J.M. Mendel, M. Biglarbegian, W.W. Melek // Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. San Antonio, TX, USA. – October 2009. – P. 255–261.

11. *Теоретические* основы проектирования ствольных управляемых ракет / под ред. О.П. Коростелева. – К.: Defense Express Library, 2007. – 455 с.

12. Басанец О.П. Моделирование процесса наведения по лучу вращающегося твердого тела / О.П. Басанец, А.А. Туник // Електроніка та системи управління. – 2010. – № 4. – С.148–155.

Стаття надійшла до редакції 02.06.2011.