УДК 621.396.621(045)

[1]**С.О. Шматок**, д.т.н., проф.
[2]**О.С. Шматок**, к.т.н., доц.
[3]**А.Б. Петренко**, к.т.н., асист.

АНАЛІЗ ЗАХОПЛЮВАННЯ РАДІОСИГНАЛУ ДИСКРЕТНИМ СТЕЖНИМ ВИМІРЮВАЧЕМ З ФІЛЬТРОМ ОЦІНЮВАННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

[1]Національний технічний університет «Київський політехнічний інститут»
[2,3]Національний авіаційний університет
E-mail: pab.05@mail.ru

Досліджено режим захоплювання радіосигналу на автоматичне супроводження при дії випадкових збурень та завад у нелінійних стохастичних дискретних стежних вимірювачах із фільтрами оцінювання другого порядку. Вимірювач описано двома стохастичними різницевими рівняннями. Математичну модель у координатах математичне сподівання та дисперсія похибки оцінювання параметрів радіосигналів складено з п'яти осереднених різницевих рівнянь. Отримано переріз фазового портрету системи. Розраховано області, які дозволяють визначити умови виникнення зриву стеження за корисним сигналом.

Ключові слова: неенергетичні параметри радіосигналу, нелінійний дискретний стежний вимірювач, область захоплення, процес захоплення, похибка оцінювання, фазова площина.

Постановка проблеми

У радіолокації та зв'язку для передачі та прийому інформації використовують високочастотні коливання. Наприклад, у радіоприймному обладнанні доплерівських систем вимірювання швидкості (частоти) використовують нелінійні дискретні стежні вимірювачі (ДСВ) неенергетичних параметрів радіосигналів. Їх призначення – відслідковувати (оцінювати) з відповідною точністю поточну частоту сигналу, який приймається і має доплерівський зсув частоти, що, в свою чергу, пропорційний радіальній швидкості об'єкта стеження.

У режимі захоплення та автоматичного супроводження на нелінійні ДСВ впливають випадкові шуми та завади. Із появою таких сигналів робота ДСВ супроводжується збільшенням похибки вимірювача, що можливо призведе до зриву процесу супроводження або захоплення. При дії випадкових збуджень процес захоплення стає випадковим процесом.

Захоплення відбулося, якщо в стежній системі завершились перехідні процеси для перших моментних функцій будь-якого процесу в системі.

Стан системи характеризується за допомогою моментних функцій (математичне сподівання та дисперсія) випадкового сигналу похибки системи.

Задача визначення наявності та стійкості станів рівноваги системи стеження за моментними функціями вже вирішувалась у роботах [1; 2; 3].

Мета роботи – дослідження режиму захоплення нелінійним дискретним стежним вимірювачем із фільтром оцінювання другого порядку.

Модель нелінійного стохастичного дискретного слідкуючого вимірювача

Будемо характеризувати ДСВ із фільтром оцінювання другого порядку аналогічно ДСВ із фільтром оцінювання першого порядку за допомогою областей захоплювання [4; 5; 7; 8].

© С.О. Шматок, О.С. Шматок, А.Б. Петренко, 2011

Під областю захоплювання дискретної системи розуміємо область фазового простору моментних функцій, знаходячись в якій, у початковий момент часу всі рішення системи осереднених рівнянь асимтотично сходяться до стійкого стану рівноваги системи стеження.

При використанні статистичної лінеаризації статичної характеристики частотного дискримінатора (ЧД) напругу сигналу похибки на виході ЧД або на вході лінійної еквівалентної неперервної частини системи запишемо:

$$u_{чд,n}\left(\varepsilon_n, u_{ш,\mathrm{n}}\right) = k_1\varepsilon_n^0 + k_0 m_{\varepsilon,n} + k_2\xi_n, \qquad (1)$$

де k_0, k_1, k_2 – коефіцієнти статистичної лінеаризації дискретної та флуктуаційної характеристик;

ε_n^0 – центрована випадкова складова дискретного значення сигналу похибки;

$m_{\varepsilon,n}$ – математичне сподівання дискретного значення сигналу похибки.

Запишемо Z-зображення рівняння в скінченних різницях для нелінійного ДСВ із фільтром оцінювання другого порядку:

$$W_{\text{ЛЕНЧ}}(z)\cdot Z\left\{u_{чд,n}\right\} = Z\left\{-\varepsilon_n + y_n\right\}, \qquad (2)$$

де

$$W_{\text{ЛЕНЧ}}(z) = \left(1 - z^{-1}\right) Z\left\{\frac{k_w}{p^3} + \frac{k_w}{p^2}\right\} = \frac{z(\alpha+\beta)+\beta-\alpha}{(z-1)^2}.$$

Підставивши в рівняння (2) дискретну передавальну функцію, отримаємо рівняння дискретної моделі відносно сигналу похибки ДСВ:

$$Z\left\{\varepsilon_n\right\} = z^{-1}\Big[\left(2 - b_1^*\right) Z\left\{u_{чд,n}\right\} -$$

$$-z^{-1}\left(Z\left\{\varepsilon_n\right\} + b_0^* Z\left\{u_{чд,n}\right\}\right)\Big], \qquad (3)$$

де

$$b_0^* = (\beta - \alpha);$$

$$b_1^* = (\beta + \alpha).$$

Виразу (3) відповідає структурна схема дискретної моделі (рис. 1).

Відповідно до схеми (рис. 1) запишемо рівняння для ДСВ у скінченних різницях:

$$\begin{cases} x_{1,(n+1)} = \left(2 - b_1^*\right) u_{чд,n} - x_{2,n}; \\ x_{2,(n+1)} = x_{1,(n+1)} + b_0^* u_{чд,n}. \end{cases} \qquad (4)$$

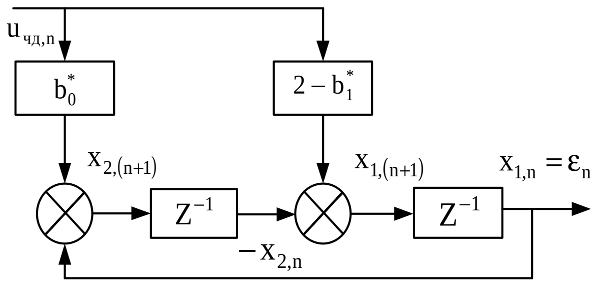

Рис. 1. Структурна схема ДСВ з фільтром оцінювання другого порядку

Використовуючи рівняння (1) та систему рівнянь (4), виведемо рівняння для центрованого значення напруги:

$$\begin{cases} x_{1,(n+1)}^0 = \left(2 - b_1^*\right) k_1 x_{1,n}^0 - x_{2,n}^0 + k_2\xi_{1,n}; \\ x_{2,(n+1)}^0 = x_{1,n}^0 + b_0^* k_1 x_{2,n}^0 + b_0^* k_2 \xi_{2,n}, \end{cases} \qquad (5)$$

де введені компоненти вектора адитивної завади, які маскують координату (доплерівську частоту) та швидкість її зміни (скінченну різницю):

$$\xi_n = \left(\xi_{1,n}, \xi_{2,n}\right)^T.$$

Матриця інтенсивності цих шумів має розмірність (2×2) та може бути записана:

$$Q(t) = \begin{vmatrix} M\left[\xi_{1,n}^2\right] & M\left[\xi_{1,n}\xi_{2,n}\right] \\ M\left[\xi_{1,n}\xi_{2,n}\right] & M\left[\xi_{2,n}^2\right] \end{vmatrix}, \qquad (6)$$

де $M[...]$ – позначення операції статистичного усереднення функції.

За допомогою системи рівнянь у скінченних різницях (5) виведемо систему рівнянь для кореляційної функції похибки доплерівської частоти.

Вектор похибки вимірювання

$$X_n^0 = \left(x_{1,n}^0, x_{1,n}^0\right)^T$$

складається з двох складових. Отже, кореляційна матриця похибки буде мати розмірність (2×2):

$$\theta = \begin{vmatrix} \theta_1 & \theta_{21} \\ \theta_{12} & \theta_2 \end{vmatrix}, \tag{7}$$

де

$$\theta_{1,n} = M\left[\left(x_{1,n}^0\right)^2\right];$$

$$\theta_{2,n} = M\left[\left(x_{2,n}^0\right)^2\right];$$

$$\theta_{12,n} = \theta_{21,n} = M\left[x_{1,n}^0 x_{2,n}^0\right].$$

Для виведення усереднених різницевих рівнянь, використовуємо подання системи рівнянь (5) у просторі станів. Подамо систему стохастичних різницевих рівнянь (5) у векторно-матричній формі:

$$\left.\begin{array}{l} F = \begin{vmatrix} \left(2-b_1^*\right)k_1 & -1 \\ 1 & b_0^* k_1 \end{vmatrix}; G = \begin{vmatrix} \left(2-b_1^*\right)k_2 \\ b_0^* k_2 \end{vmatrix}; \\ H = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}; \qquad J = 0. \end{array}\right\}, \tag{8}$$

де F – матриця динаміки дискретної системи;

G – матриця управління (збурення);

M – матриця відображення;

J – матриця компенсації.

Розрахунок області захоплення нелінійного стохастичного дискретного стежного вимірювача

З урахуванням рівняння (8) та системи рівнянь (5) можна записати векторно-матричне рівняння в скінченних різницях (рівняння для дисперсії похибки оцінювання вектора стану об'єкта спостереження):

$$\theta_{n+1} = M\left[X_{n+1}X_{n+1}^T\right] = FM\left[X_n X_n^T\right]F^T + \\ +GM\left[\xi_n \xi_n^T\right]G^T = F\theta_{x,n}F^T + G\theta_{\xi,n}G^T, \tag{9}$$

де, $\theta_{x,n}$ та $\theta_{\xi,n}$ – матриці, які задані формулами (6), (7).

Проведемо розрахунок математичного сподівання скалярного добутку векторів:

$$M\left[\begin{vmatrix} x_{1,n}^0 \\ x_{2,n}^0 \end{vmatrix}\left(x_{1,n}^0, x_{2,n}^0\right)\right] = \begin{vmatrix} \theta_{1,n} & \theta_{12,n} \\ \theta_{21,n} & \theta_{2,n} \end{vmatrix}. \tag{10}$$

Запишемо рівняння (9) в розгорнутому вигляді, підставивши матрицю (10).

Після перемноження отримуємо три усереднених рівняння (взаємні дисперсії однакові) скінченних різниць для розрахунку дисперсії похибки оцінювання:

$$\left.\begin{array}{l} \theta_{1,(n+1)} = \left[\left(2-b_1^*\right)k_1\right]^2\theta_{1,n} - \left(2-b_1^*\right)k_1\theta_{12,n} + \\ +\left[\left(2-b_1^*\right)k_2\right]^2\theta_{\xi,n}; \\ \theta_{12,(n+1)} = \left(2-b_1^*\right)k_1\theta_{1,n} + \left[b_0^*\left(2-b_1^*\right)k_1^2 - 1\right]\times \\ \times\theta_{12,n} - b_0^* k_1\theta_{2,n}; \\ \theta_{2,(n+1)} = \theta_{1,n} + 2b_0^* k_1\theta_{12,n} + \left(b_0^* k_1\right)^2\theta_{2,n} + \\ +\left(b_0^* k_2\right)^2\theta_{\xi,n}. \end{array}\right\} \tag{11}$$

Усереднені рівняння (11) можливо отримати, якщо скласти вираз для відповідних дисперсій похибки оцінювання на базі скінченно-різницевих рівнянь для центрованих значень похибок оцінювання.

Система рівнянь (5) матиме вигляд:

$$\left.\begin{array}{l} x_{1,(n+1)}^0 = a_{11}x_{1,n}^0 + a_{12}x_{2,n}^0 + a_{13}\xi_{1,n}; \\ x_{2,(n+1)}^0 = a_{21}x_{1,n}^0 + a_{22}x_{2,n}^0 + a_{23}\xi_{2,n}. \end{array}\right\}$$

Складемо вираз для усереднено кінцево-різницевих рівнянь:

$$\theta_{1,(n+1)} = M\left[\left(x_{1,(n+1)}^0\right)^2\right] = \\ = a_{11}^2\theta_{1,n} + 2a_{11}a_{12}\theta_{12,n} + a_{12}^2\theta_{2,n} + a_{13}^2\theta_{\xi,n}; \tag{12}$$

$$\theta_{12,(n+1)} = M\left[x_{1,(n+1)}^0 x_{2,(n+1)}^0\right] = \\ = a_{11}a_{21}\theta_{1,n} + \left(a_{12}a_{21} + a_{11}a_{22}\right)\theta_{12,n} + \\ +a_{12}a_{22}\theta_{2,n}; \tag{13}$$

$$\theta_{2,(n+1)} = M\left[\left(a_{21}x_{1,n}^{0} + a_{22}x_{2,n}^{0} + a_{23}\xi_{2,n}\right)^{2}\right] =$$
$$= a_{21}^{2}\theta_{1,n} + 2a_{11}a_{12}\theta_{12,n} + a_{22}^{2}\theta_{2,n} + a_{23}^{2}\theta_{\xi_{2},n}. \tag{14}$$

При складанні рівнянь (12), (13), (14) було прийнято, що випадкові збурення некорельовані з компонентами вектора похибки оцінювання.

Таким чином, ДСВ із фільтром оцінювання другого порядку в просторі двох моментних функцій подано математичною моделлю у вигляді п'яти усереднених рівнянь у скінченних різницях:

$$\begin{cases} m_{1,(n+1)} = \left[2-(\beta+\alpha)\right]k_0 m_{1,n} - m_{2,n}; \\ m_{2,(n+1)} = m_{1,n} + (\beta-\alpha)k_0 - m_{2,n}; \\ \theta_{1,(n+1)} = \left[2-(\beta+\alpha)\right]^{2} k_1^{2}\theta_{1,n} - 2\left[2-(\beta+\alpha)\right]\times \\ k_1\theta_{12} - (\beta-\alpha)^{2} k_1^{2}\theta_{2,n} + \left[2-(\beta+\alpha)\right]^{2} k_2^{2}\theta_{\xi,n}; \\ \theta_{12,(n+1)} = \left[2-(\beta+\alpha)\right]\theta_{1,n} - \{1-(\beta-\alpha)\times \\ \times\left[2-(\beta+\alpha)\right]\}\times k_1^{2}\theta_{12,n} - (\beta-\alpha)\theta_{2,n}; \\ \theta_{2,(n+1)} = \theta_{1,n} + 2(\beta-\alpha)k_1\theta_{12,n} + (\beta-\alpha)^{2} k_1^{2}\theta_{2,n} + \\ +(\beta-\alpha)^{2} k_2^{2}\theta_{\xi,n}. \end{cases}$$

Якщо дискримінаційна характеристика ДСВ апроксимована функцією вигляду:

$$\varphi(\varepsilon_n) = \varepsilon_n \exp\left(-\frac{b}{2}\varepsilon_n^{2}\right),$$

при нормальному одномірному законі розподілу ε_n коефіцієнти статистичної лінеаризації визначаються виразом

$$\begin{cases} k_0\left(m_{1,n},\theta_{1,n}\right) = \left(1+b\theta_{1,n}\right)^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\dfrac{bm_{1,n}^{2}}{2(1+b\theta_{1,n})}\right]; \\ k_1\left(m_{1,n},\theta_{1,n}\right) = \left(1-bm_{1,n}^{2}/1+b\theta_{1,n}\right)k_0\left(m_{1,n},\theta_{1,n}\right). \end{cases} \tag{15}$$

Уведемо позначення:

$$\begin{aligned} & x_{1,n} = \sqrt{b}m_{1,n};\ x_{2,n} = \sqrt{b}m_{2,n};\ x_{3,n} = b\theta_{1,n}; \\ & x_{4,n} = b\theta_{12,n};\ x_{5,n} = b\theta_{2,n}; \\ & \lambda_1 = \left[2-(\beta+\alpha)\right]^{2} k_2^{2}\theta_{\xi_1,n}; \\ & \lambda_2 = (\beta-\alpha)^{2} k_2^{2}\theta_{\xi_2,n}. \end{aligned} \tag{16}$$

Перепишемо систему усереднених рівнянь (15) з урахуванням виразів (9), (16):

$$\begin{cases} x_{1,(n+1)} = \left[2-(\beta+\alpha)\right]\left(1+x_{3,n}\right)^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{3,n})}\right]\times \\ \times x_{1,n} - x_{2,n}; \\ x_{2,(n+1)} = x_{1,n} + (\beta-\alpha)\left(1+x_{3,n}\right)^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{3,n})}\right]\times \\ \times x_{2,n}; \\ x_{3,(n+1)} = \left[2-(\beta+\alpha)\right]^{2}\left(1+x_{3,n}\right)^{-3} \exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{1+x_{3,n}}\right]\times \\ \times x_{3,n} - \left[2-(\beta+\alpha)\right]\cdot\left(1-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{1+x_{3,n}}\right)\left(1+x_{3,n}\right)^{-\frac{3}{2}}\times \\ \times\exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{3,n})}\right]x_{4,n} + \lambda_1; \\ x_{4,(n+1)} = \left[2-(\beta+\alpha)\right]x_{3,n} - \left\{1-(\beta-\alpha)\left[2-(\beta+\alpha)\right]\right\}\times \\ \times\left(1-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{1+x_{4,n}}\right)^{2}\left(1+x_{4,n}\right)^{-3} \exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{3,n})}\right]x_{4,n}; \\ x_{5,(n+1)} = x_{3,n} + 2(\beta-\alpha)\left(1-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{3,n})}\right)\left(1+x_{3,n}\right)^{-\frac{3}{2}}\times \\ \times\exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{5,n})}\right]x_{4,n} + (\beta-\alpha)^{2}\left(1-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{2(1+x_{5,n})}\right)^{2}\times \\ \times\left(1+x_{3,n}\right)^{-3} \exp\left[-\dfrac{x_{1,n}^{2}}{1+x_{5,n}}\right]x_{5,n} + \lambda_2. \end{cases} \tag{17}$$

Систему усереднених рівнянь (17) розв'язуємо за допомогою програмного комплексу Matlab. Якщо вважати, що шуми починають впливати на ДСВ у момент його включення, задаючи різні початкові умови для $x_{1,n=0}$ та

$x_{2,n=0}$, за нульових початкових умов для $x_{3,0}, x_{4,0}, x_{5,0}$ можливо за ознакою збіжності розв'язку системи рівнянь (17) визначити область захоплення ДСВ із фільтром оцінювання другого порядку.

Результати розрахунку перерізу площиною області захоплення нелінійного стохастичного ДСВ для декількох значень параметрів системи та різних величин інтенсивності компонентів векторного шуму λ_1, λ_2 показано на рис. 2.

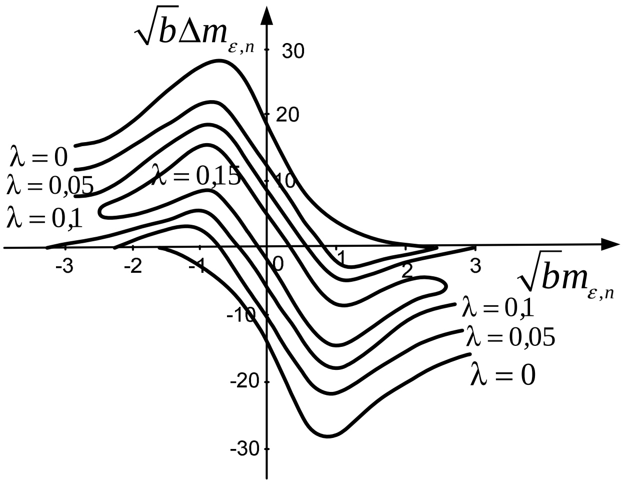

Рис. 2. Переріз площини області захоплювання ДСВ із фільтром оцінювання другого порядку

Зі збільшенням випадкових збурень область захоплення системи відносно математичного сподівання похибки звужується.

При значенні $\lambda \geq 0,17$ ця область захоплення стягується до нуля, це значення є граничним. У роботах [1; 3; 6; 8] це значення інтенсивності збурень взято за границю зриву спостереження.

У цьому випадку в нелінійному ДСВ перестає існувати стійкий стан рівноваги, виникає зрив стеження, захоплення неможливе при будь-яких початкових умовах.

Висновки

Проведено дослідження режиму захоплювання в ДСВ із фільтром оцінювання другого порядку. Побудовано фазовий портрет дискретної системи.

Розраховано області захоплювання, границі зриву стеження при впливі випадкових збурень із різним рівнем інтенсивності.

Література

1. *Шахгидьдян В.В.* Системы фазовой автоподстройки частоты. – 2-е изд., доп. / В.В. Шахгидьдян, А.А. Ляховкин. – М.: Связь, 1972. – 448 с.

2. *Ван Трис Г.* Теория нелинейной модуляции. Т. 2 / пер. с англ. / под ред. В.Т. Горяйнова. – М.: Сов. радио, 1975. – 344 с.

3. *Сигалов Г.Г.* Основы теории дискретных систем управления / Г.Г. Сигалов, Л.С. Мадорский / под ред. Г.Г. Сигалова. – Минск: «Вышэйшая школа»,1973.

4. *Шматок С.О.* Математична модель дискретної стохастичної нелінійної системи вимірювання частоти / С.О. Шматок, О.С. Шматок, А.Б. Петренко // Зб. наук. пр. – Житомир.: ЖВІ НАУ ім. С.П. Корольова. – 2007. – Вип. 12. – С. 18–26.

5. *Шматок С.О.* Область захоплення дискретної стохастичної радіоелектронної слідкуючої системи / С.О. Шматок, О.С. Шматок, А.Б. Петренко // Сучасні проблеми електроенерготехніки та автоматики: тез. доп. заг. унів. наук.-техн. конф. молодих учених, аспірантів і студентів. – К.: Політехніка, 2007. – С. 44–48.

6. *Баранов О.А.* Нелінійна стохастична динаміка фільтрів оцінювання: захоплення та розподіл сигналів / О.А. Баранов, І.П. Лісовий, С.О. Шматок. – К.: Радіоаматор, 2000. – 217с.

7. *Шматок С.О.* Області захоплення дискретних стохастичних слідкуючих вимірювачів неенергетичних параметрів радіосигналів / С.О. Шматок, О.С. Шматок, А.Б. Петренко // Вісник НАУ. – 2008. – № 3 (36). – С. 183–188.

8. *Шматок С.А.* ОАУ систем РЭС / С.А. Шматок. – Житомир: ЖВУРЭ, 1985. – 178 с.

Стаття надійшла до редакції 11.04.2011.