

УДК 625.70

І.П. Гамеляк, д.т.н., проф.  
 О.Л. Петрашевський, д.т.н., проф.  
 М.А. Цимбал, інж.

## ФУНКЦІЇ НАЛЕЖНОСТІ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ДЛЯ КЕРУВАННЯ БЕЗПЕКОЮ ДОРОЖНЬОГО РУХУ

Національний транспортний університет  
 E-mail: gip65@mail.ru

*Запропоновано метод установаження функцій належності нечіткої і лінгвістичної змінних. Аналітично встановлено основні функції належності параметрів, які впливають на безпеку дорожнього руху.*

**Ключові слова:** безпека дорожнього руху, нечітка логіка, функції належності.

### Постановка проблеми

Для аналізу та керування безпекою руху методи нечіткої логіки розроблені недостатньо.

З'являються пакети програм для побудови нечітких експертних систем, а області застосування нечіткої логіки помітно розширюються.

Нечіткі експертні системи для підтримки ухвалення рішень застосовують у медицині, економіці, автомобільній, аерокосмічній і транспортній промисловості, в процесі виробництва побутової техніки, фінансового аналізу [1–7].

**Мета** роботи – побудова математичного апарату і створення функцій належності для аналізу і керування безпекою дорожнього руху.

### Теоретичні передумови

Характеристикою нечіткої множини виступає функція належності (Membership Function). Позначимо через  $MF_c(x)$  ступінь належності до нечіткої множини  $C$ , яка є узагальненням поняття характеристичної функції звичайної множини. Тоді нечіткою множиною  $C$  називається безліч упорядкованих пар вигляду

$$C = \{MF_c(x)/x\}, MF_c(x) [0,1],$$

де  $MF_c(x)=0$  – відсутність належності до множини;

1 – повна належність.

Для опису нечітких множин вводяться поняття нечіткої і лінгвістичної змінних [1–3].

Нечітка змінна описується набором  $(N, X, A)$ , де  $N$  – назва змінної,  $X$  – універсальна множина (область міркувань),  $A$  – нечітка множина на  $X$ .

Значеннями лінгвістичної змінної можуть бути нечіткі змінні, тобто лінгвістична змінна знаходиться на більш високому рівні, ніж нечітка змінна. Кожна лінгвістична змінна складається з таких елементів:

- назви;
- безлічі своїх значень, яка також називається базовою терм-множиною  $T$ ;
- універсальної множини  $X$ ;
- синтаксичного правила  $G$ , за яким генеруються нові терми з застосуванням слів природної або формальної мови;
- семантичного правила  $P$ , яке кожному значенню лінгвістичної змінної ставить у відповідність нечітку підмножину множини  $X$ .

Елементи базової терм-множини є назвами нечітких змінних. Кількість термів у лінгвістичній змінній рідко перевищує 7. Для задання функцій належності існує понад десяток типових форм кривих [3–7].

Найбільше розповсюдження отримали функції належності:

- трикутна;
- трапецеїдальна;
- гауссіва.

Трикутна функція належності визначається трійкою чисел  $(a, b, c)$ , і її значення у точці  $x$  обчислюється згідно з виразом

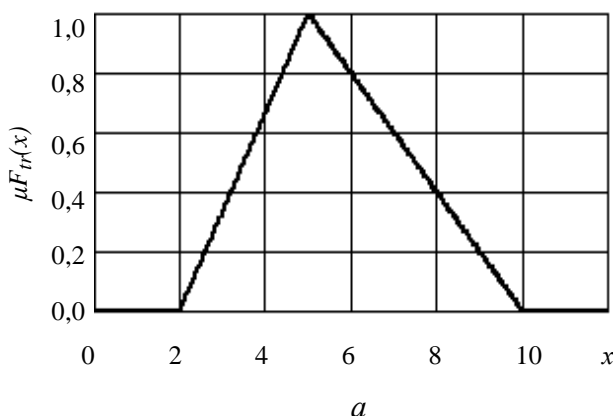
$$\mu_{F_{tr}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{b-x}{b-a}, & \text{якщо } (a \leq x < b); \\ 1 - \frac{x-b}{c-b}, & \text{якщо } (b \leq x < c); \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$

Якщо  $(b-a)=(c-b)$ , маємо випадок симетричної трикутної функції належності, яка може бути однозначно заданою двома параметрами з трійки  $(a, b, c)$  (рис. 1, а).

Аналогічно для завдання трапецеїдальної функції належності необхідна четвірка чисел  $(a, b, c, d)$  (рис. 1, б).

У системі MathCad вираз для трапецеїдальної функції належності має вигляд

$$\mu_{F_{tr}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{b-x}{b-a}, & \text{якщо } (a \leq x < b); \\ 1, & \text{якщо } (b \leq x < c); \\ 1 - \frac{x-c}{d-c}, & \text{якщо } (c \leq x < d); \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$



Якщо  $(b-a)=(d-c)$ , трапецеїдальна функція належності набуває симетричного вигляду.

Функція належності гауссівого типу описується формулою

$$\mu_{F_{\sigma}}(t) = e^{-1 \left[ \frac{(t-c)}{\sigma} \right]^2}$$

і оперує двома параметрами.

Параметр  $c$  позначає центр нечіткої множини, а параметр  $\sigma$  відповідає за крутість функції.

Приклад нормальної (гауссівої) кривої, якщо  $c=5$ ,  $\sigma=2$ , показано на рис. 2.

Різниця двох сигмоїдальних функцій задається формулою

$$\mu_{F_{2\sigma}}(t) = \frac{1}{1 + \exp[-a_1(t-c_1)]} - \frac{1}{1 + \exp[-a_2(t-c_2)]}$$

і залежить від чотирьох параметрів  $a_1$ ,  $a_2$  і  $c_1$ ,  $c_2$ .

Параметри  $a_1$  та  $a_2$  позначають центри нечіткої множини, а параметри  $c_1$  та  $c_2$  відповідають за крутість функції (рис. 3).

Функція узагальненого дзвоноподібного типу описується формулою

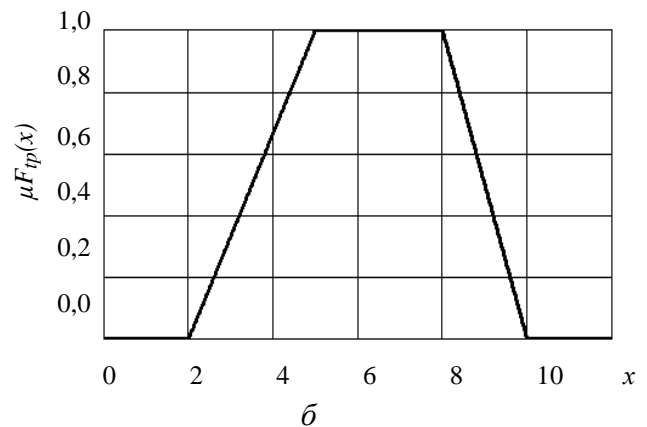


Рис. 1. Типові кусково-лінійні функції:

а – трикутна, якщо  $a=2$ ,  $c=10$ ,  $b=5$ ;

б – трапецеїдальна, якщо  $a=2$ ,  $b=5$ ,  $c=8$ ,  $d=10$

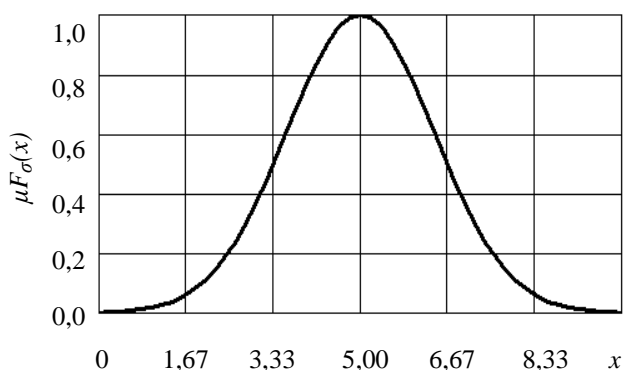


Рис. 2. Гауссiва функцiя

$$\mu_{bell}(x, \alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{(x - \gamma)}{\alpha} \right]^{2\beta}}$$

і оперує трьома параметрами.

Параметр  $\gamma$  позначає центр нечіткої множини, а параметри  $\alpha$  і  $\beta$  відповідають за зміщення і кругість функції.

Алгоритм установлення (генерація) функції належності в системі MathCad складається з таких операцій:

1) за даними експертів у табличному вигляді подається характеристикf  $\mu_h = (i, j)$ , де  $i$  – значення характеристики за відповідної ймовірності  $j$  (кількість оцінок  $n$  може змінюватися від 3 до 7 і більше);

2) вводиться перше наближення  $A_1$  та  $B_1$ ;

3) за допомогою вбудованих функцій Given та Minerr

$$\text{Given } \sum_{i=0}^{n_h-1} \left( \mu_{h_{1,i}} - \mu(\mu_{h_{0,i}}, A_1, B_1) \right)^2 = 0;$$

$$\begin{pmatrix} A_h \\ B_h \end{pmatrix} = \text{Minerr}(A_1, B_1).$$

методом найменших квадратів знаходяться параметри розподілу  $A_h$  та  $B_h$ ;

4) записується функція належності в аналітичному вигляді:

$$\mu(x) = \mu(x, A_h, B_h);$$

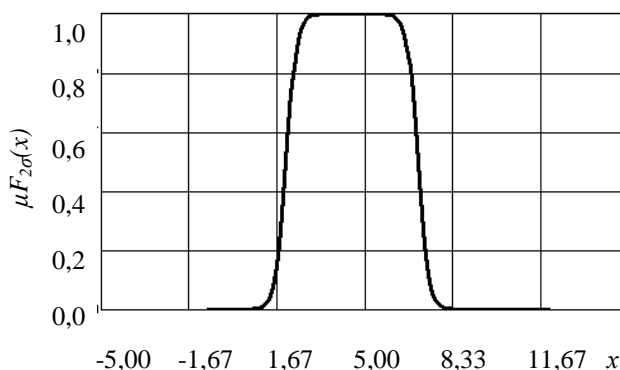


Рис. 3. Функцiя належності різниці належності ( $\sigma = 5, \sigma = 2$ ) двох сигмоїдальних функцій ( $a_1 = 5, a_2 = 5, c_1 = 2, c_2 = 7$ )

5) на одному графіку будується експертна оцінка та апроксимуюча функція належності та встановлюється похибка апроксимації.

При незадовільній точності експертна оцінка повторюється з іншим екпертом.

Функції належності подібні до функцій розподілу [8; 9], які використовуються в теорії ймовірності та можуть бути встановлені на їх основі. Наприклад, розглянемо встановлення нечіткої множини для поняття «час реакції водія».

Експертна функція розподілу може виглядати таким чином для середнього значення:

$$C = \{0/0; 0/0,2; 0/0,4; 0,0/0,6; 0,01/0,8; 0,05/1,0; 0,40/1,20; 0,85/1,4; 0,97/1,6; 1/1,8; 1/2,0\}.$$

Результати обробки даних часу реакції водіїв при аварійному гальмуванні за даними роботи [10] наведено в табл. 1.

Диференційну та інтегральну криві розподілу часу реакції водіїв показано на рис. 4 [10].

Таблиця 1

**Час реакції водіїв у разі аварійного гальмування**

Гальмування	Час		
	Мінімальний	Середній	Максимальний
Середнє	0,95	1,24	1,7
Стандартне	0,22	0,16	0,12
Коефіцієнт варіації	23,2	12,5	7,06

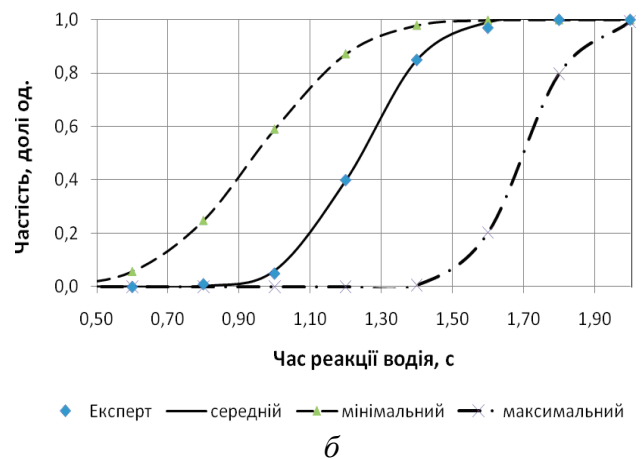
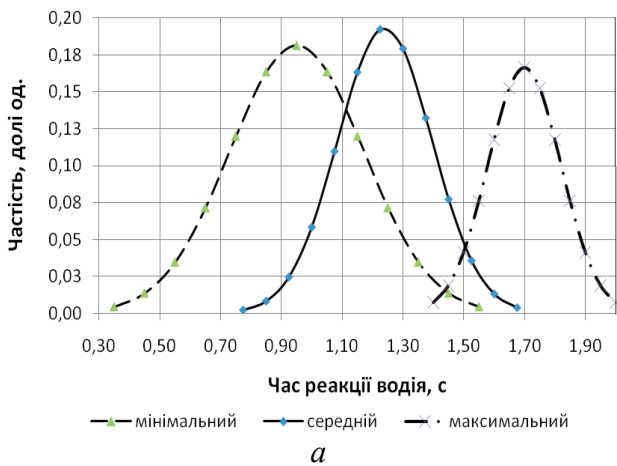


Рис. 4. Розподіл часу реакції водіїв:  
 а – диференційний;  
 б – інтегральний

Експертні оцінки часу реакції показано в табличному вигляді. Відповідні аналітичні залежності отримано за наведеним алгоритмом:

– мінімальний

$$\mu_{\min}(t) = \text{if}(t < B_{\min}, 1, \mu(t, A_{\min}, B_{\min})):$$

$$\mu_{\min} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 1.1 & 1.3 & 1.4 \\ 1 & 1 & 0.67 & 0.34 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

– середній

$$\mu_{\text{cp}}(t) = \mu(t, A_{\text{cp}}, B_{\text{cp}}):$$

$$\mu_{\text{cp}} = \begin{pmatrix} 0.75 & 1.02 & 1.10 & 1.24 & 1.38 & 1.48 & 1.70 \\ 0 & 0.33 & 0.67 & 1 & 0.67 & 0.33 & 0 \end{pmatrix};$$

– максимальний

$$\mu_{\max}(t) = \text{if}(t < B_{\max}, 0, 1 - \mu(t, A_{\max}, B_{\max})):$$

$$\mu_{\max} = \begin{pmatrix} 0.8 & 1.2 & 1.5 & 1.7 & 2.0 & 2.1 & 2.2 \\ 0 & 0 & 0.34 & 0.67 & 0.95 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{де } \mu(x, A, B) = e^{[A \cdot (B-x)^2]}.$$

Функції належності часу реакції водія під час гальмування показано на рис. 5.

Установлено, що на тяжкість дорожньо-транспортних подій впливає вік водія і його стаж [10].

Для прикладу формалізуємо нечітке поняття «вік водія». Це і буде назва відповідної лінгвістичної змінної.

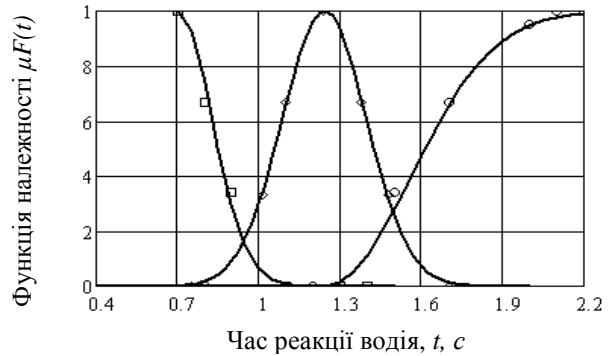


Рис. 5. Функція належності нечіткої множини «час реакції водія»:

□ – мінімальний (швидка реакція);  
 ◇ – середній;  
 ○ – максимальний

Задамо для неї область визначення (роки)  $T = [14; 75]$  і лінгвістичні терми – юний, молодий, середній, старший, похилий. Значення лінгвістичного терма наведено в табл. 2. Відповідні функції належності побудовано на рис. 6.

Основним показником, який характеризує стан покриття і від якого напряму залежить безпека дорожнього руху, є коефіцієнт зчеплення  $K_{зч}$  (табл. 3), який характеризує лінгвістичну змінну.

Функції належності коефіцієнта зчеплення у вигляді кусково-лінійної трапецієдальної та трикутної функцій показано на рис. 7.

Таблиця 2

Лінгвістичні змінні поняття «вік водія»

Функція	Юний вік, рік			Молодий вік, рік				Середній вік, рік				Старший/Похилий вік, рік		
	14	20	28	22	26	30	33	28	35	45	50	42	53/55	65/75
$\mu F(T)$	1,0	1,0	0	0	1,0	1,0	0	0	1,0	1,0	0	0	1,0/0	1,0/1,0

Таблиця 3

Експертна оцінка лінгвістичної змінної коефіцієнта зчеплення

Параметр	Стан покриття											
	Незадовільний			Задовільний			Середній			Хороший		
$K_{зч}$	0,25	0,4	0,45	0,4	0,45	0,55	0,5	0,55	0,65	0,6	0,7	0,8
$F(K_{зч})$	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1

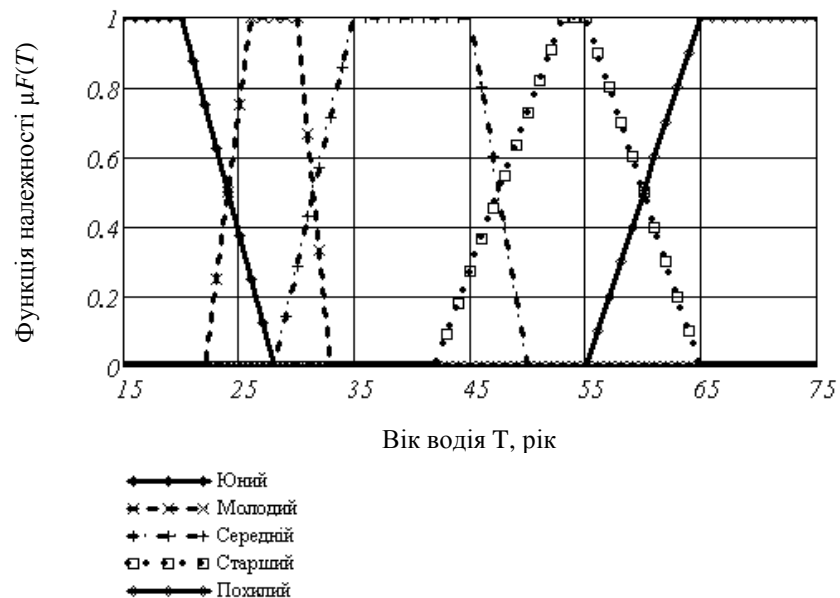


Рис. 6. Функції належності віку водія

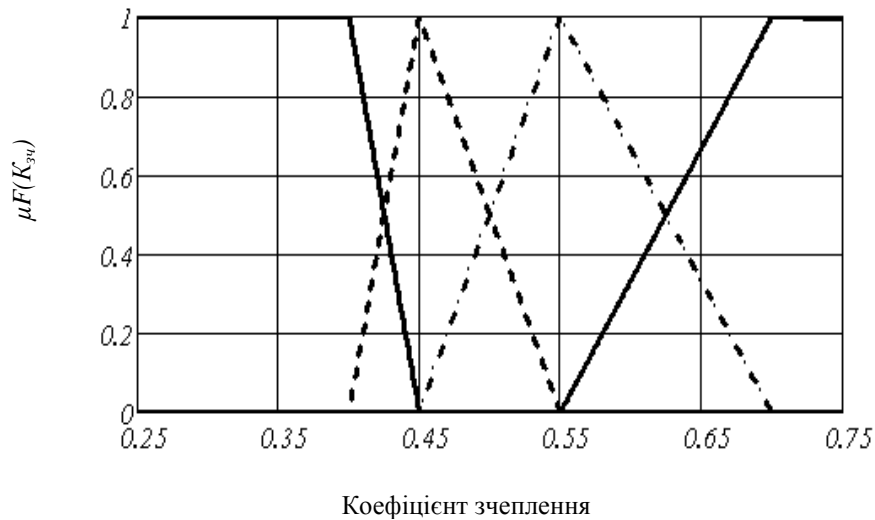


Рис. 7. Функції належності коефіцієнта зчеплення

### Висновки

У результаті проведених досліджень запропоновані методи встановлення функцій належності параметрів, які впливають на безпеку дорожнього руху. Отримані дані можна використовувати у ході розроблення моделей керування та організації руху на основі нечіткої логіки.

### Література

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 319 с.

2. Круглов В.В. Интеллектуальные информационные системы: компьютерная поддержка систем нечеткой логики и нечеткого вывода / В.В. Круглов, М.И. Дли. – М.: Физматлит, 2002. – 238 с.

3. Леоленков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоленков. – СПб.: ИнформТех, 2003. – 460 с.

4. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – М.: Информатика, 2004. – 380 с.

5. Масалович А. Нечеткая логика в бизнесе и финансах / А. Масалович. – Режим доступа: [www.tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy-htm](http://www.tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy-htm).

6. Kosko B. Fuzzy systems as universal approximators / B. Kosko // IEEE Transactions on Computers. – Vol. 43, No. 11, November 1994. – P. 1329–1333.

7. Cordon O. A General study on genetic fuzzy systems / O. Cordon, F. Herrera // Genetic Algorithms in engineering and computer science, 1995. – P. 33–57.

8. Поліщук В.П. Теорія транспортного потоку: методи та моделі організації дорожнього руху / В.П. Поліщук, О.П. Дзюба. – К.: Знання України, 2008. – 175 с.

9. Гамеляк І.П. Надійність встановлення розрахункових параметрів навантаження на конструкції дорожніх одягів / І.П. Гамеляк // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – К.: НТУ, 2009. – № 76. – С. 3–13.

10. Ротенберг Р.В. Основы надежности системы водитель – автомобиль – дорога – среда / Р.В. Ротенберг. – М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.