

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТРОЛОГІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАСОБУ ВИМІРЮВАННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ РОТОРІВ ЕЛЕКТРОМОТОРІВ

Міністерство освіти і науки України
просп. Перемоги, 10, Київ, Україна, 01135
E-mail: wasilevskiy@mail.ru

Досліджено статичні метрологічні характеристики засобу вимірювання моменту інерції роторів електромоторів на основі отриманих розкладанням у ряд Тейлора функції перетворення аналітичних виразів, що описують чутливість, номінальну функцію перетворення, функції коефіцієнтів впливу впливових величин та швидкостей їх зміни, адитивну і мультиплікативну похибки. Отримано аналітичні вирази основних статичних характеристик, які дозволяють синтезувати засоби вимірювання моменту інерції з нормованими метрологічними характеристиками.

Ключові слова: адитивна похибка; момент інерції; мультиплікативна похибка; статична характеристика; чутливість.

Постановка проблеми

Під час випробувань електромоторів (ЕМ) на відповідність нормативним документам одним з головних обертальних параметрів є момент інерції. На основі значення моменту інерції розраховуються багато інших обертальних параметрів ЕМ. До найважливіших з них належать динамічний момент, момент опору тощо [1].

Розроблення засобів вимірювання (ЗВ) та дослідження їх метрологічних характеристик є актуальною науковою проблемою кожного точного вимірювання (випробування), особливо під час випробувань ЕМ і дослідження їх якості роботи. У зв'язку з цим виникає потреба в розробленні якісно нових ЗВ моменту інерції, що відповідають сучасному розвитку науки і технологій, а також дослідження їх основних метрологічних характеристик для синтезу певного типу ЗВ з нормованими метрологічними характеристиками.

Аналіз досліджень і публікацій

Ураховуючи відомий аналітичний вираз для знаходження моменту інерції, що наведений у літературних джерелах [1; 2], запишемо рівняння перетворення ЗВ моменту інерції у вигляді

$$N_J = \frac{2 \ln \left(\frac{M_k l \xi h^3}{e r^4 C \Delta \delta} \right)}{P T_0} J, \quad (1)$$

де N_J – кількість імпульсів, що надходять на вхід таймера-лічильника ЗВ моменту інерції за проміжок часу вільних коливань ротора ЕМ (вихідна величина);

M_k – обертальний момент при ковзанні $S = 1$, що описується формулою Клосса [1];

l – довжина вимірювального важеля;

ξ – модуль пружності мембрани сенсора зусилля (СЗ);

h – товщина мембрани СЗ;

$e = 0,17$;

r – радіус мембрани СЗ;

C – коефіцієнт жорсткості СЗ;

$\Delta \delta$ – нормоване значення абсолютної похибки вимірювального перетворювача (зокрема значення похибки СЗ);

J – момент вимірюваної інерції (вихідна величина);

P – коефіцієнт заспокоєння;

T_0 – період зразкових імпульсів, якими заповнюється проміжок часу вимірювання моменту інерції після завершення перехідного процесу (у разі знеструмлення ЕМ і зменшення обертального моменту від значення M_k до нуля).

Метою роботи є створення метрологічних моделей основних статичних характеристик ЗВ моменту інерції та дослідження на їх основі метрологічних характеристик, що дозволять виявляти причини підвищених похибок, коригувати їх шляхом врахування досліджених відхилень та синтезувати ЗВ моменту інерції з нормованими метрологічними характеристиками.

Метрологічні моделі основних статичних характеристик

У робочих умовах ЗВ моменту інерції здійснює функціональне перетворення інформативного параметра J (моменту інерції) у кількість імпульсів, що підраховуються лічильником за проміжок часу вільних коливань ротора ЕМ N_J . Крім інформативного сигналу, на нього діють впливові величини, до яких належать всі інші параметри, що мають безпосередній зв'язок з вихідною

величиною і спричиняють виникнення неінформативної складової перетворення. З рівняння перетворення (1) видно, що на процес перетворення інформативного параметра J у вихідний сигнал впливає велика кількість впливових величин. Але у зв'язку з тим, що майже всі величини є незмінними, а вимірювання проводяться під час знеструмлення ЕМ, коли значення обертального моменту змінюється від величини M_k до нуля, то доцільно досліджувати саме вплив обертального моменту як впливову величину на результати вимірювання моменту інерції (інформативного параметра).

Для отримання метрологічних моделей основних статичних характеристик ЗВ моменту інерції розкладемо рівняння перетворення (1) у ряд Тейлора, який буде мати вигляд

$$N_J = N_{J0} + \left[\frac{\partial N_J}{\partial J} \right]_0 J + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 N_J}{\partial J^2} \right]_0 J^2 + \frac{1}{3!} \left[\frac{\partial^3 N_J}{\partial J^3} \right]_0 J^3 + \dots + \left[\frac{\partial^2 N_J}{\partial J \partial M_k} \right]_0 J \Delta M_k + \left[\frac{\partial N_J}{\partial M_k} \right]_0 \Delta M_k + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 N_J}{\partial M_k^2} \right]_0 \Delta M_k^2 + \dots, \quad (2)$$

де N_{J0} – вільний член розкладу, що дорівнює значенню вихідного сигналу за нульової вхідної величини ($N_{J0} = 0$ при $J = 0$);

$\frac{\partial N_J}{\partial J}$ – чутливість ЗВ моменту інерції S_J ;

$\frac{\partial^2 N_J}{\partial J^2}$ – зміна чутливості ЗВ моменту інерції

S_J' ;

$\frac{\partial^3 N_J}{\partial J^3}$ – швидкість зміни чутливості ЗВ мо-

менту інерції S_J'' ;

$\frac{\partial^2 N_J}{\partial J \partial M_k}$ – коефіцієнт сумісного впливу впли-

вової величини на номінальну чутливість α_{Mk} ;

ΔM_k – зміна (відхилення) впливової величини від нормованого (градуированого) значення обертального моменту M_k ;

$\frac{\partial N_J}{\partial M_k}$ – коефіцієнт впливу впливової величи-

ни на вихідний сигнал β_J ;

$\frac{\partial^2 N_J}{\partial M_k^2}$ – швидкість зміни коефіцієнта впливу

впливової величини на вихідний сигнал β_J' .

Аналітичний вираз для дослідження характеристики чутливості ЗВ моменту інерції має вигляд

$$S_J = \frac{\partial N_J}{\partial J} = \frac{2 \ln \left(\frac{M_k l \xi h^3}{er^4 C \Delta \delta} \right)}{PT_0}. \quad (3)$$

Коефіцієнти зміни та швидкості зміни чутливості ЗВ моменту інерції дорівнюватимуть нулю.

Аналітичний вираз для оцінювання коефіцієнта сумісного впливу інформативного параметра J та впливової величини M_k на номінальну чутливість ЗВ моменту інерції має вигляд

$$\alpha_{Mk} = \frac{\partial^2 N_J}{\partial J \partial M_k} = \frac{2}{M_k PT_0}. \quad (4)$$

Для дослідження коефіцієнта впливу впливової величини на вихідний сигнал та швидкості зміни коефіцієнта впливу впливової величини на вихідний сигнал використаємо аналітичні вирази частинних похідних з двох останніх доданків ряду Тейлора, що подані в рівнянні (2), які відповідають коефіцієнту впливу та швидкості зміни коефіцієнта впливу, відповідно:

$$\beta_J = \frac{\partial N_J}{\partial M_k} = \frac{2J}{M_k PT_0}, \quad (5)$$

$$\beta_J' = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 N_J}{\partial M_k^2} = -\frac{J}{M_k^2 PT_0}. \quad (6)$$

У рівнянні (2) другий, третій і четвертий доданки характеризують номінальну функцію перетворення ЗВ моменту інерції. Ураховуючи той факт, що друга і третя частинні похідні від рівняння перетворення (1) дорівнюють нулю, то аналітичний вираз для дослідження номінальної функції перетворення ЗВ моменту інерції матиме вигляд

$$N_{Jн} = \frac{2 \ln \left(\frac{M_k l \xi h^3}{er^4 C \Delta \delta} \right)}{PT_0} J. \quad (7)$$

Метрологічна модель адитивної похибки в умовах зміни впливової величини M_k на значення ΔM_k є сумою двох останніх доданків ряду Тейлора, що подані в рівнянні (2), та описується аналітичним виразом

$$\begin{aligned} \Delta N_{aMk} &= \beta_J \Delta M_k + \frac{1}{2} \beta_J' \Delta M_k^2 = \\ &= \frac{2J}{M_k P T_0} \Delta M_k - \frac{J}{M_k^2 P T_0} \Delta M_k^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Метрологічна модель мультиплікативної похибки в умовах зміни впливової величини M_k на значення (величину) ΔM_k є п'ятим доданком ряду Тейлора, що подані в рівнянні (2), та описується добутками коефіцієнта сумісного впливу (4) на відхилення впливової величини ΔM_k від нормованого значення і на вхідну величину (момент інерції J)

$$\Delta N_{mMk} = \alpha_{Mk} \Delta M_k J = \frac{2J}{M_k P T_0} \Delta M_k. \quad (9)$$

Дослідження характеристик зміни метрологічних моделей

На основі отриманих метрологічних моделей (1)–(9) основних статичних характеристик ЗВ моменту інерції досліджено їх характеристики (поверхні) зміни за номінальних значень впливових величин.

Як видно з рис. 1, статична характеристика ЗВ моменту інерції, що описується рівнянням (1), є лінійною в усьому діапазоні вимірювань. Кількість імпульсів N_J , що відповідають значенню моменту інерції в діапазоні вимірювань 10^{-5} – $0,02 \text{ Нм}^2$.

Чутливість ЗВ моменту інерції (рис. 2) є сталою величиною, а отже, шкала цього засобу є рівномірною.

Поверхню, що характеризує швидкість зміни коефіцієнта впливу M_k на вихідний сигнал (6) ЗВ моменту інерції, зображено на рис. 3, б.

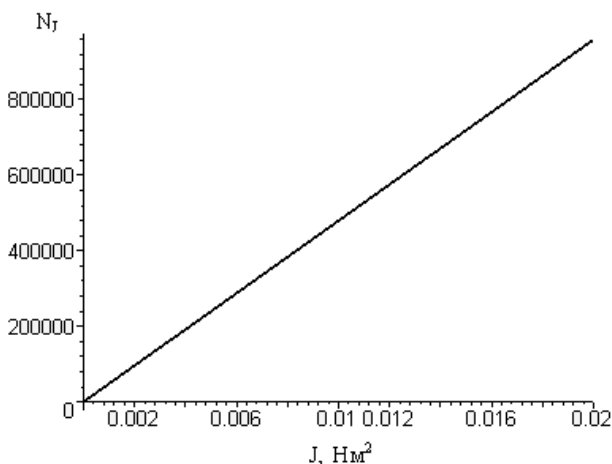


Рис. 1. Статична характеристика ЗВ моменту інерції J

Характеристики зміни коефіцієнта впливу (5) та його швидкості зміни (6) у режимі самогальмування від 50 до 1 Нм під час вимірювання моменту інерції на нижній межі вимірювання $J = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Нм}^2$ показано на рис. 4, а, б, а на верхній межі вимірювання $J = 0,02 \text{ Нм}^2$ – на рис. 4, в, г.

Значення коефіцієнта впливу обертового моменту M_k (5) на вихідний сигнал при вимірюванні малих моментів інерції роторів ЕМ має незначний вплив (рис. 3, а, 4, а). У разі вимірювання моменту інерції на верхній межі вимірювання (рис. 4, в) коефіцієнт впливу істотно впливає на вихідний сигнал ЗВ, особливо зі зменшенням обертового моменту до нижнього діапазону значень (10–1 Нм).

Саме в зазначених межах значення коефіцієнта впливу необхідно враховувати під час опрацювання результатів вимірювання шляхом їх коригування в мікропроцесорі (домноження результатів вимірювання на коригувальні коефіцієнти).

Значення швидкості зміни коефіцієнта впливу (рис. 3, б, 4, б, г) для вимірювання малих моментів інерції роторів ЕМ є невеликим.

Характеристику зміни коефіцієнта сумісного впливу (4) інформативного параметра J та обертового моменту M_k на номінальну чутливість ЗВ моменту інерції показано на рис. 5.

Поверхню, що характеризує зміну номінальної функції перетворення (7) ЗВ моменту інерції роторів ЕМ, зображено на рис. 6.

Поверхні, що характеризують зміну адитивної (8) і мультиплікативної (9) похибок ЗВ моменту інерції в умовах зміни впливової величини M_k , зображено на рис. 7.

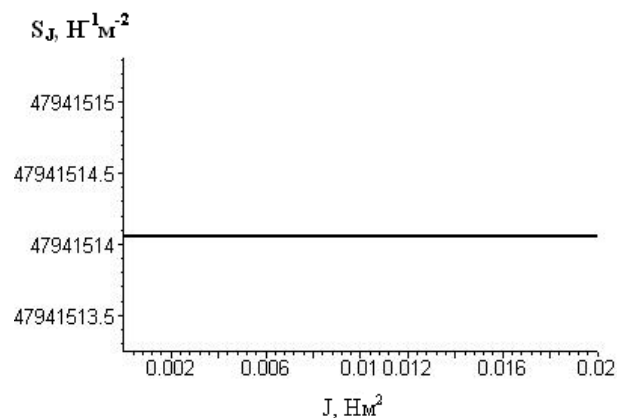


Рис. 2. Чутливість ЗВ S_J у діапазоні вимірювань моменту інерції J

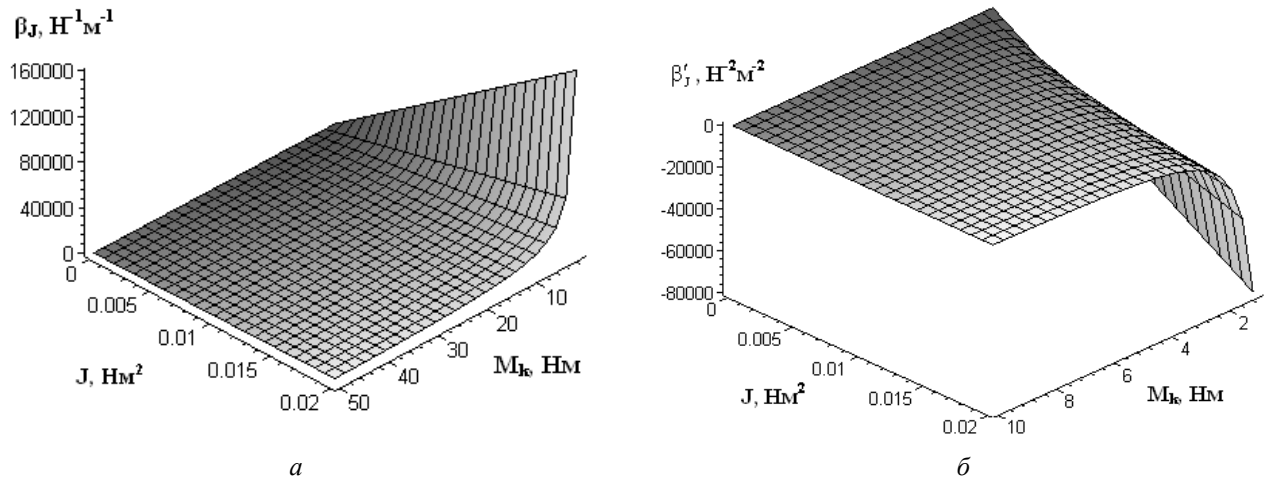


Рис. 3. Поверхня зміни коефіцієнта впливу β_J (а) та швидкості зміни коефіцієнта впливу β'_J (б) обертового моменту M_k при ковзанні $S = 1$ на вихідний сигнал

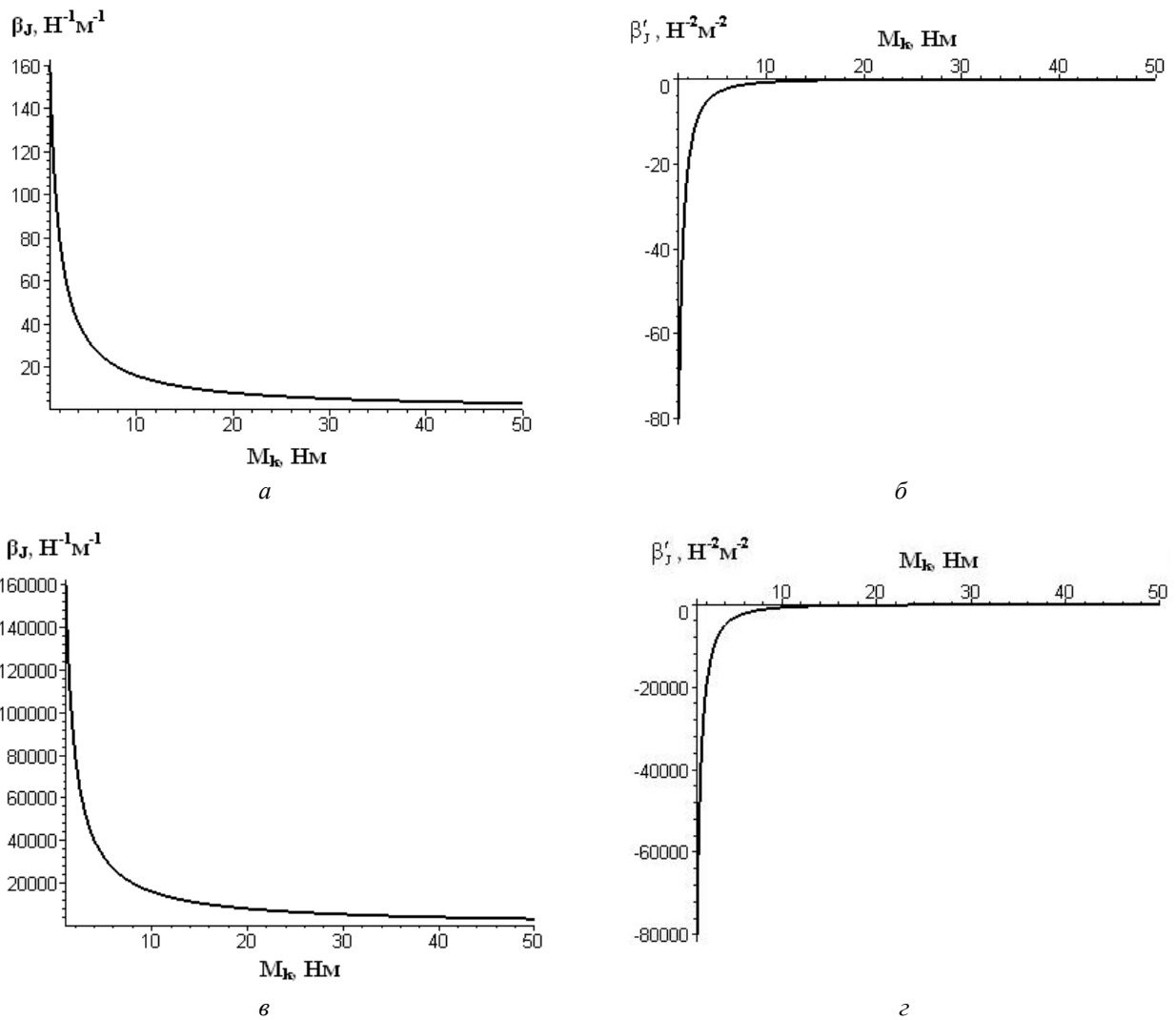


Рис. 4. Характеристика зміни коефіцієнта впливу β_J (а, в) та швидкості зміни коефіцієнта впливу β'_J (б, з) обертового моменту M_k на вихідний сигнал:

а, б – $J = 2 \cdot 10^{-5} \text{H}\text{M}^2$;

в, з – $J = 0,02 \text{H}\text{M}^2$

Швидкість зміни коефіцієнта впливу на верхніх межах вимірювання моменту інерції показує (рис. 4, з), що значний вплив обертального моменту M_k на результати вимірювання J відбувається саме при зменшенні обертального моменту M_k від 5 до 1 Нм. Тому вимірюючи момент інерції роторів ЕМ на верхній межі вимірювання (та близькій до верхньої межі вимірювання), необхідно враховувати значний вплив впливової величини та коригувати отриманий вихідний сигнал.

Характеристика зміни коефіцієнта сумісного впливу (рис. 5) також показує, що обертальний момент M_k істотно впливає на результат вимірювання саме в разі зміни її від 10 до 1 Нм.

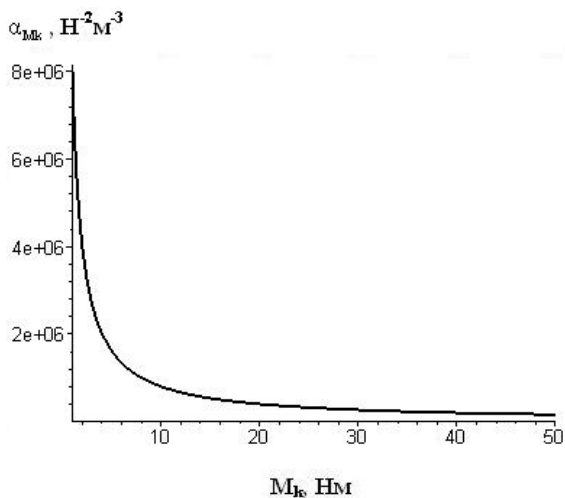


Рис. 5. Характеристика зміни коефіцієнта сумісного впливу α_{Mk} моменту інерції та обертального моменту M_k на номінальну чутливість ЗВ

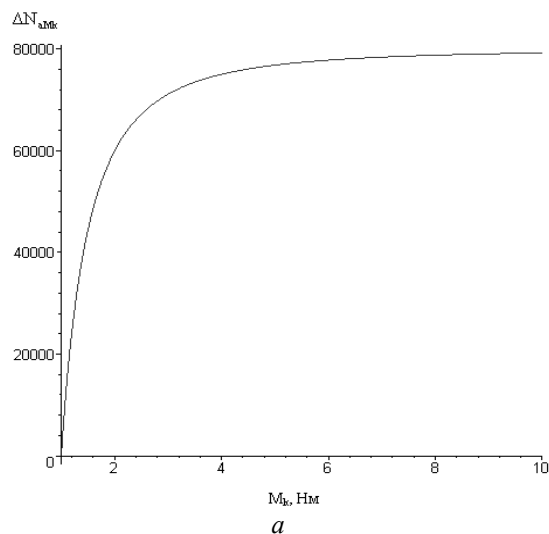


Рис. 7. Поверхня зміни абсолютної адитивної (а) та мультиплікативної (б) похибок ЗВ моменту інерції в умовах зміни обертального моменту M_k : ΔN_{aMk} – кількість імпульсів, що відповідають значенню абсолютної адитивної похибки; ΔN_{mMk} – кількість імпульсів, що відповідають значенню мультиплікативної похибки

Номінальна функція перетворення (рис. 6) є лінійною в усьому діапазоні вимірювання моменту інерції у разі зміни обертального моменту від 50 до 10 Нм. Невідповідність номінальної функції перетворення статичній характеристиці виникає в разі зміни обертального моменту від 10 до 1 Нм.

З отриманої поверхні зміни адитивної похибки (рис. 7, а) ЗВ моменту інерції видно, що значення абсолютної адитивної похибки в діапазоні вимірювання моменту інерції від $2 \cdot 10^{-5}$ до $0,02 \text{ Нм}^2$ не перевищує $80 \cdot 10^3$ імпульсів за нормованого значення кількості імпульсів вихідного сигналу $800 \cdot 10^3$, що відповідає зведеній адитивній похибці ЗВ, яка не перевищує 10 %.

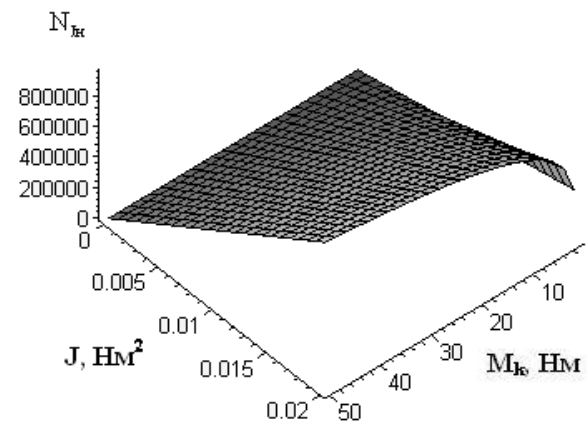
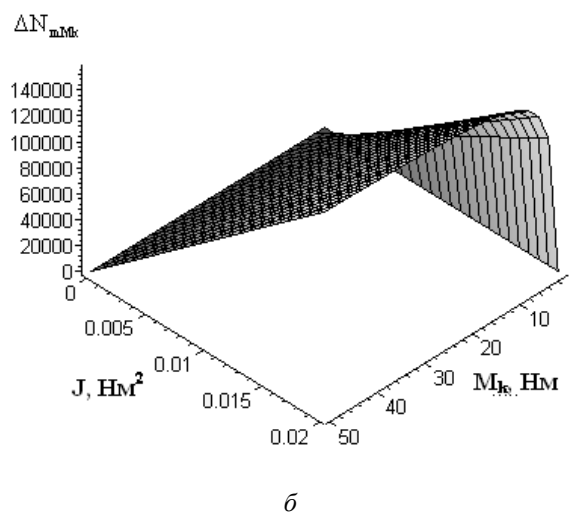


Рис. 6. Поверхня зміни номінальної функції перетворення ЗВ моменту інерції J : N_{Jn} – номінальна кількість імпульсів, що відповідають значенню моменту інерції в діапазоні вимірювань



Однак, знаючи значення як адитивної, так і мультиплікативної похибок (рис. 7, б), в усьому діапазоні вимірювань їх автоматично можна вилучити з результатів вимірювань через внесення поправок або домноження на коригувальні коефіцієнти на величини, що відповідають значенням адитивної і мультиплікативної похибок та моменту інерції відповідно до рис. 7. Це можна виконувати за допомогою мікропроцесора до виведення результатів вимірювань на показувальний пристрій.

Висновки

Отримані метрологічні моделі (1)–(9) дозволяють досліджувати поведінку основних статичних метрологічних характеристик ЗВ моменту інерції, виявляти причини підвищеної похибки ЗВ, вказувати способи її зменшення або усунення, а також синтезувати ЗВ моменту інерції з нормованими метрологічними характеристиками.

Література

1. *Васілевський О.М.* Засіб вимірювання динамічного моменту електромоторів та аналіз його точності / О.М. Васілевський // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2012. – № 73. – С. 52–56.
2. *Потапов Л.А.* Измерение вращающихся моментов и скоростей вращения микроэлектродвигателей / Л.А. Потапов, Ф.М. Юферов. – Москва: Энергия, 1976. – 121 с.

References

1. Vasilevskiy, O.M. 2012. *Dynamic moment of inertia meter of electric motors and analysis of its accuracy*. *Vimiryuvalna tekhnika ta metrologiya*. N 73: 52–56 (in Ukrainian).
2. Potapov, L.A.; Yufarov, F.M. 1976. *Measurement of torque and rotational speed of microelectric motor*. Moscow, Energiya. 121 p. (in Russian).

Стаття надійшла до редакції 05.04.2013.

Васілевський Олександр Миколайович. Кандидат технічних наук. Доцент. Начальник відділу інформаційно-технічного забезпечення та захисту інформації Міністерства освіти і науки України, Київ, Україна. Освіта: Вінницький державний технічний університет, Вінниця, Україна (2002). Напрямок наукової діяльності: розвиток теорії побудови методів і засобів вимірювань параметрів руху роторних систем та їх метрологічне забезпечення. Кількість публікацій: 72.
E-mail: wasilevskiy@mail.ru

O. Vasilevskiy. Researches of metrology descriptions of mean measuring of moment inertia rotors electromotors

Ministry of Education and Science of Ukraine, Peremogy avenue, 10, Kyiv, Ukraine, 01135
E-mail: wasilevskiy@mail.ru

Static metrology descriptions of mean of measuring of moment of inertia of rotors of electro motors are investigational on the basis of got by decomposition in the row of Taylors functions of transformation of analytical expressions, which describe a sensitiveness, nominal function of transformation, functions of coefficients of influence of influencing parameters and speeds of their change, additive and multiplicative errors

Keywords: additive error; moment of inertia; multiplicative error; sensitiveness; static description.

Vasilevskiy Oleksandr. Candidate of Engineering. Associate Professor. Head of Department Information Technology and Information Security, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, Ukraine. Education: Vinnitsa State Technical University, Vinnitsa, Ukraine (2002). Research area: development of the theory of building methods and means of measurements of the movement of rotor systems and their metrological support. Publications: 72.
E-mail: wasilevskiy@mail.ru

А.Н. Васілевський. Исследования метрологических характеристик средства измерения момента инерции роторов электромоторов

Министерство образования и науки Украины, просп. Победы, 10, Киев, Украина, 01135
E-mail: wasilevskiy@mail.ru

Исследованы такие статические метрологические характеристики средства измерения момента инерции, как статическая характеристика, чувствительность, коэффициенты влияния, аддитивная и мультипликативная погрешности. Рассмотрены аналитические выражения основных статических характеристик, позволяющие синтезировать средства измерения момента инерции с нормируемыми метрологическими характеристиками.

Ключевые слова: аддитивная погрешность; момент инерции; мультипликативная погрешность; статическая характеристика; чувствительность.

Васілевський Олександр Николаевич. Кандидат технічних наук. Доцент. Начальник отдела информационно-технического обеспечения и защиты информации Министерства образования и науки Украины, Киев, Украина. Образование: Винницкий государственный технический университет, Винница, Украина (2002). Направление научной деятельности: развитие теории построения методов и средств измерений параметров движения роторных систем и их метрологическое обеспечение. Количество публикаций: 72.
E-mail: wasilevskiy@mail.ru