

УДК 539.375

Ю.А. Рудяк, к.ф.-м.н.

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ НЕОДНОРІДНОГО ОСНОВНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я. Горбачевського
E-mail: rydjakya@tdmu.edu.te.ua

Розглянуто розв'язання просторових задач механіки руйнування оптичними методами для слабких картин оптичної анізотропії, що особливо актуально для неоднорідного основного напруженого стану. Одержано формули визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для слабких картин оптичної анізотропії.

Ключові слова: коефіцієнт інтенсивності напружень, механіка руйнування, тріщина, фотопружність.

Постановка проблеми

Розв'язання просторових задач механіки руйнування має актуальний характер для інженерної практики.

Застосування оптичних експериментальних методів досить ефективно, коли елементи машин та будівельні конструкції містять тріщини. Але існують певні труднощі, коли картина оптичної анізотропії слабка (до однієї смуги) та основний напружений стан неоднорідний, тому важливо розвинути поляризаційно-оптичний метод для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН).

Аналіз досліджень і публікацій

Знаходження КІН визначає напружено-деформований стан в околі вершини тріщини та залишковий ресурс елемента машини.

Одними з найбільш ефективних методів розв'язання задач механіки руйнування є експериментальні, особливо оптичні методи [1; 2; 3].

Однак при низькій оптичній чутливості матеріалу і, як наслідок, слабких картин оптичної анізотропії (до 1 λ) та неоднорідного основного напруженого стану класичні підходи до методу фотопружності не завжди можна безпосередньо застосувати [1].

Мета роботи – розвинути поляризаційно-оптичний метод для розв'язання задач механіки руйнування (визначення КІН) для слабких картин оптичної анізотропії (оптична різниця ходу не перевищує однієї довжини хвилі λ зонduючого випромінювання) у випадку неоднорідного основного напруженого стану.

Розробка експериментально-розрахункового методу

Оптичні методи механіки деформівного твердого тіла широко застосовуються для розв'язання задач механіки руйнування.

При відносно великих значеннях оптичної анізотропії зручно використовувати для визначення напружено-деформованого стану в зоні вершини тріщини метод смуг. Однак проводити виміри для слабких оптичних картин (до 1 λ) досить важко, тому доцільно застосовувати компенсаційні методи.

У роботі [1] запропоновано формули визначення КІН, коли відомі параметри основного напруженого стану δ^0 та φ^0 .

При неоднорідному основному напруженому стані визначити вказані параметри важко. У цьому випадку пропонується проводити виміри загального напруженого стану в двох різних точках l та m в області дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда [2].

Напружений стан тіла з тріщиною можна записати у вигляді

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij},$$

звідки

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0,$$

де σ'_{ij} – компоненти загального напруженого стану;

σ_{ij}^0 – компоненти основного напруженого стану;

σ_{ij} – компоненти додаткового напруженого стану.

Для компонент додаткового напруженого стану в точці l при сумісній дії деформації нормального відриву та поперечного зсуву, використавши принцип суперпозиції, можна записати:

$$\begin{aligned} \sigma_{x(l)} &= \sigma'_{x(l)} - \sigma^o_{x(l)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_l}} \cos \frac{\Theta}{2} \times \\ &\times \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r_l}} \sin \frac{\Theta}{2} \times \\ &\times \left(2 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y(l)} &= \sigma'_{y(l)} - \sigma^o_{y(l)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_l}} \cos \frac{\Theta}{2} \times \\ &\times \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r_l}} \sin \frac{\Theta}{2} \times \\ &\times \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy(l)} &= \tau'_{xy(l)} - \tau^o_{xy(l)} = \\ &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_l}} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + \\ &+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r_l}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}\right), \end{aligned}$$

де r_l – радіус-вектор точки l ;

Θ – кут наближення до вершини тріщини.

Аналогічний вигляд будуть мати вирази для компонент додаткового напруженого стану в точці m .

Після деяких перетворень виразів, записаних для точок l та m , одержимо наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} \{\sigma_{x(l)} - \sigma_{y(l)}\} - \{\sigma_{x(m)} - \sigma_{y(m)}\} &= \\ = \{\sigma'_{x(l)} - \sigma'_{y(l)}\} - \{\sigma'_{x(m)} - \sigma'_{y(m)}\} &= \\ = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{r_l}} - \frac{1}{\sqrt{r_m}}\right) \times \\ &\times \left\{ \begin{array}{l} -K_I \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} - \\ -K_{II} \sin \frac{\Theta}{2} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}\right) \end{array} \right\}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy(l)} - \tau_{xy(m)} &= \\ = \tau'_{xy(l)} - \tau'_{xy(m)} &= \\ = \frac{2}{\sqrt{2\pi r_l}} \left(\frac{1}{\sqrt{r_l}} - \frac{1}{\sqrt{r_m}}\right) \times \\ &\times \left\{ \begin{array}{l} -K_I \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} - \\ -K_{II} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}\right) \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Перепишемо вирази (1), (2) у вигляді:

$$\begin{aligned} K_I \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + \\ + K_{II} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}\right) &= \\ = -\frac{\sqrt{\pi} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_{x(l)} - \sigma_{y(l)}) - \\ -(\sigma_{x(m)} - \sigma_{y(m)}) \end{array} \right\}}{\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{r_l}} - \frac{1}{\sqrt{r_m}}\right)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_I \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + \\ + K_{II} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}\right) &= \\ = \frac{\sqrt{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} (\tau'_{xy(l)} - \tau'_{xy(m)}) - \\ -(\sigma_{x(m)} - \sigma_{y(m)}) \end{array} \right\}}{\left(\frac{1}{\sqrt{r_l}} - \frac{1}{\sqrt{r_m}}\right) \sin \frac{\Theta}{2}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{1}{\frac{1}{r_l^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{r_m^{\frac{1}{2}}}} [A_1 \{(\sigma'_{x(l)} - \sigma'_{y(l)}) - \\ &- (\sigma'_{x(m)} - \sigma'_{y(m)})\} + 2B_1 (\tau'_{xy(l)} - \tau'_{xy(m)})]; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} K_{II} &= \frac{1}{\frac{1}{r_l^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{r_m^{\frac{1}{2}}}} [A_2 \{(\sigma'_{x(l)} - \sigma'_{y(l)}) - \\ &- (\sigma'_{x(m)} - \sigma'_{y(m)})\} + 2B_2 (\tau'_{xy(l)} - \tau'_{xy(m)})], \end{aligned}$$

де введено позначення:

$$A_1 = \frac{\pi \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \cos \frac{\Theta}{2}}{C^*};$$

$$A_2 = \frac{\pi \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}}{C^*};$$

$$B_1 = \frac{\pi \left(1 - \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \sin \frac{\Theta}{2}}{C^*};$$

$$B_2 = \frac{\pi \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}}{C^*};$$

$$C^* = \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \left\{ \cos \frac{\Theta}{2} \times \right. \\ \times \sin \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \right) \sin \frac{3\Theta}{2} - \sin \frac{\Theta}{2} \times \\ \times \cos \frac{3\Theta}{2} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \left. \right\};$$

Використовуючи основний закон фотопружності (закон Вертгейма) вирази (3) приводяться до вигляду:

$$K_I = [A_1(\delta^l \cos 2\varphi^l - \delta^m \cos 2\varphi^m) + \\ + B_1(\delta^l \sin 2\varphi^l - \delta^m \sin 2\varphi^m)] / Cd \left(r_l^{-\frac{1}{2}} - r_m^{-\frac{1}{2}} \right);$$

$$K_{II} = [A_2(\delta^l \cos 2\varphi^l - \delta^m \cos 2\varphi^m) + \\ + B_2(\delta^l \sin 2\varphi^l - \delta^m \sin 2\varphi^m)] / Cd \left(r_l^{-\frac{1}{2}} - r_m^{-\frac{1}{2}} \right),$$

де δ – оптична різниця ходу променів;
 φ – кут ізокліни.

Висновки

1. Розвинуто поляризаційно-оптичний метод розв'язання задач механіки руйнування для слабких картин оптичної анізотропії.
2. Одержано формули для визначення КІН у випадку неоднорідного основного напруженого стану.

Література

1. Александров А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела / А.Я. Александров, М.Х. Ахметзянов. – М.: Наука, 1973. – 576 с.
2. Кепич Т.Ю. Напряженное состояние тонкостенных сварных конструкций со сквозными и поверхностными трещинами в зоне шва / Т.Ю. Кепич, Ю.А. Рудяк // Автомат. сварка. – 1988. – № 9. – С. 9–13.
3. Табанюхова М.В. Решение задач прочности сооружений с концентраторами методом фотоупругости: автореф. дис. на соиск. науч. степени д-ра физ.-мат. наук: спец. 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела» / М.В. Табанюхова. – Новосибирск, 2006. – 42 с.

Стаття надійшла до редакції 19.11.2012.