

УДК 66.011(045)

Б.Я. Корнієнко, к.т.н., доц.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ ПРИ ЗНЕВОДНЕННІ ТА ГРАНУЛЮВАННІ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ

Національний авіаційний університет  
E-mail: bogdanko@gmx.net

*Розглянуто підхід до опису багатофакторного процесу зневоднення і гранулювання у псевдозрідженому шарі, що супроводжується фазовим переходом, ускладненим формуванням рідкої фази на поверхні гранул з наступним видаленням рідкої фази та утворенням за рахунок масової кристалізації шару мікрокристалів. Наведено двофазну математичну модель Ейлера-Ейлера.*

**Ключові слова:** гранулювання, зневоднення, математичне моделювання, псевдозріджений шар.

### Постановка проблеми

Упровадження принципів раціонального землекористування потребує принципово нових підходів щодо створення нового покоління мінеральних та органо-мінеральних добрив. Відмінність нових добрив полягає в заданому хімічному складі мінеральних та органічних компонентів, який визначається агроекологічними умовами регіону їх застосування.

Використання техніки псевдозрідження дозволяє отримати гранульовані добрива з рівномірним розподілом компонентів по всьому об'єму гранул при зневодненні композитних розчинів в апараті з псевдозрідженим шаром. Цей багатофакторний процес зі стохастичною природою потребує складного математичного моделювання.

### Аналіз досліджень і публікацій

Створення математичних моделей для розробки сучасних систем керування процесами в дисперсних системах є актуальною проблемою.

Протягом останніх десятиліть розроблено велику кількість математичних моделей процесів переносу в дисперсних системах із різним рівнем деталізації.

Застосування моделі двофазного потоку має переваги перед іншими моделями, оскільки вона не вимагає вхідних емпіричних параметрів, таких, як середній розмір частинки або час знаходження пакета.

Гідродинаміка шару розвивається вільно з розв'язку рівнянь збереження маси і моменту по двофазному підходу. Однак ця модель включає два емпіричні вирази для коефіцієнта міжфазової передачі моменту і коефіцієнта міжфазової теплопередачі. Для побудови моделі необхідно створити механістичні моделі, які описують передачу моменту і теплопередачу.

Двофазний підхід було застосовано для моделі теплопередачі [1], яка описує модель збереження маси, рівняння моментів і теплової енергії у векторній формі. Дана модель не враховує компонентів турбулентності.

Для газотвердих псевдозріджених шарів двофазні моделі базуються на підходах Лагранжа чи Ейлера.

У підході Лагранжа динаміка фаз описується набором дискретних частинок, які підпорядковані закону Ньютона.

У підході Ейлера прийнято поняття континуума описання фази за рівняннями Нав'є-Стокса.

На основі цих двох підходів для кожної фази запропоновано класифікацію різних моделей для газу і твердих частинок [2].

Для процесу зневоднення і гранулювання у псевдозрідженому шарі характерний двофазний направлений характер руху шару забезпечується організацією процесу і, зокрема, конструкцією газорозподільної решітки. Тому модель Ейлера-Ейлера підходить до опису руху шару.

Багатофакторний процес зневоднення і гранулювання у псевдозрідженому шарі супроводжується фазовим переходом, ускладненим формуванням рідкої фази на поверхні гранул із наступним видаленням рідкої фази та утворенням за рахунок масової кристалізації шару мікрокристалів розчинної фази.

**Мета** роботи – математичне моделювання процесів гранулювання та зневоднення у псевдозрідженому шарі за допомогою двофазної моделі Ейлера-Ейлера.

### Дослідження використання багатофазної моделі Ейлера-Ейлера

Об'ємну частку кожної фази розраховували за допомогою рівняння нерозривності.

Рівняння імпульсу для кожної фази враховували масообмін між фазами, наявність піднімальної сили і сил, що залежать від тертя, тиску, зчеплення частинок на міжфазовій межі:

$$\frac{1}{\rho_{r,i}} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha_i \rho_i) + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \mathbf{V}_i) = \sum_{j=1}^2 (\dot{m}_{ji} - \dot{m}_{ij}) \right];$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha_i \rho_i \mathbf{V}_i) + (\alpha_i \rho_i \mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i = & -\alpha_i \nabla p_i + \\ + \nabla \cdot \bar{\tau}_i + \alpha_i \rho_i \mathbf{g} + \sum_{j=1}^2 [ & \mathbf{R}_{ji} + \dot{m}_{ji} \mathbf{V}_{ji} - \dot{m}_{ij} \mathbf{V}_{ij} ] + \\ + \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{\text{lift},i} + \mathbf{F}_{\text{vm},i}; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha_i \rho_i h_i) + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i \mathbf{V}_i h_i) = & -\alpha_i \frac{\partial p}{\partial \tau} + \\ + \bar{\tau}_i : \nabla \mathbf{V}_i + \nabla \cdot (\lambda_i \nabla T_i) + S_i + & \\ + \sum_{j=1}^2 [ Q_{ji} + \dot{m}_{ji} h_{ji} - \dot{m}_{ij} h_{ij} ], & \end{aligned}$$

$$i = \overline{1,2}$$

де  $\rho_{r,i}$  – середня густина  $i$ -ї фази, кг/м<sup>3</sup>;

$\tau$  – час, с;

$\alpha_i$  – об'ємна частка  $i$ -ї фази у суміші:

$$\sum_{i=1}^2 \alpha_i = 1;$$

$\rho_i$  – дійсна густина  $i$ -ї фази, кг/м<sup>3</sup>;

$\mathbf{V}_i = (V_x, V_y, V_z)^T$  – вектор швидкості  $i$ -ї фази, м/с;

$\dot{m}_{ji}$  – характеристика швидкості передачі маси від фази  $j$  до фази  $i$ , кг/(с·м<sup>3</sup>):  $\dot{m}_{ii} = 0$ ;

$\mathbf{V}_{ji}$  – швидкість на міжфазовій поверхні, м/с;

$p$  – тиск, Па;

$\mathbf{g}$  – вектор прискорення, пов'язаний із гравітацією, м/с<sup>2</sup>;

$\mathbf{F}_i$  – зовнішня масова сила, Па/м;

$\mathbf{F}_{\text{lift},i}$  – піднімальна сила, Па/м;

$\mathbf{F}_{\text{vm},i}$  – приєднана масова сила, Па/м;

$h_i$  – ентальпія, Дж/кг;

$\bar{\tau}_i$  – тензор напруги розтяг–стиснення, Па;

$\lambda_i$  – теплопровідність  $i$ -ї фази, Вт/(м·К);

$T$  – температура, К;

$S_i$  – джерело, пов'язане з хімічними реакціями та тепловим випроміненням, Вт/м<sup>3</sup>;

$Q_{ji} = -Q_{ij}$  – інтенсивність теплообміну між фазами, Вт/м<sup>3</sup>:  $Q_{ii} = 0$ ;

$h_{ji}$  – ентальпія на міжфазовій границі при випаровуванні або конденсації (кристалізації), Дж/кг.

Якщо  $i = 1$ ,  $g$  – газоподібна фаза, що розглядається, – повітря, якщо  $i = 2$ ,  $s$  – тверда фаза, що складається з окремих гранул.

Тиск у сипучій фазі

$$p_s = p_2.$$

Сили, що залежать від тертя, тиску, зчеплення частинок та інших факторів на міжфазовій границі визначають за формулою

$$\sum_{j=1}^2 \mathbf{R}_{ji} = \sum_{j=1}^2 K_{ji} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_i);$$

$$\mathbf{R}_{ji} = -\mathbf{R}_{ij}; \mathbf{R}_{ii} = 0.$$

Температура гранул розглянута як вимір випадкового руху в частинках, який пропорційний значенню площі випадкового руху частинок.

Випадковий рух частинок виникає за рахунок механічної енергії, яка передається частинками гранул. Цей рух створює внутрішню енергію частинок. Транспортне рівняння температури гранул враховує:

– конвективний теплообмін;

– напругу твердої фази;

– потік коливання енергії;

– розсіяння енергії зіткнень;

– обмін енергії між фазами.

Температура гранул пов'язана з напругою твердої фази:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} (\alpha_s \rho_s \Theta_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \mathbf{V}_s \Theta_s) \right] = \\ = \left( -p_s \bar{I} + \bar{\tau}_s \right) : \nabla \mathbf{V}_s + \nabla \cdot (\lambda_{\Theta_s} \nabla \Theta_s) - \gamma(\Theta_s), \end{aligned}$$

де  $\left( -p_s \bar{I} + \bar{\tau}_s \right) : \nabla \mathbf{V}_s$  – виділення енергії за рахунок механічних напруг у частинках твердого середовища, Вт/м<sup>3</sup>;

$\bar{\tau}_s$  – тензор напруг зсуву гранул, Па;

$\lambda_{\Theta_s} \nabla \Theta_s$  – енергія, що виділяється за рахунок дифузії, Вт/м<sup>2</sup>;

$\lambda_{\Theta_s}$  – коефіцієнт дифузії гранул, кг/(м·с);

$\gamma(\Theta_s)$  – дисипація енергії за рахунок зіткнення гранул, Вт/м<sup>3</sup>.

Під час моделювання використано моделі турбулентності в пакеті прикладних програм Fluent 6.3.

Розв'язання рівнянь математичної моделі дозволяє розглянути багатофакторний процес зневоднення та гранулювання розчину сульфату амонію як наслідок процесу взаємодії газу – твердих частинок та визначити закономірності руху суцільної та дисперсної фази за наявності тепломасообміну. Приклад числового розв'язку проводився за параметрами, наведеними в таблиці, та такими граничними умовами:

1) для гідродинаміки:

– ліва і права стінки апарата моделюються як непроникні вільні ковзаючі жорсткі стінки для обох фаз;

– на нижній стінці встановлений притік гарячого теплоносія – повітря;

– для твердої фази приймається вільна ковзаюча жорстка стінка;

– у верхній частині шару для рідкої та твердої фази прийняті нескінченна стінка з витоком та непроникна вільна ковзаюча жорстка стінка відповідно;

2) для теплової енергії:

– ліва та права стінки апарата розглядаються як адіабатна для обох фаз із температурою 373 К, зафіксованою для обох фаз;

– у верхній частині шару для рідкої фази прийнята безперервна стінка з витоком та адіабатична стінка для твердої фази.

Задачу моделювання графічно показано на рис. 1.

Інтенсивність взаємодії газового (суцільного) середовища та твердих частинок (дисперсна фаза) характеризується порозністю  $\epsilon$ .

У нерухомому шарі зернистого матеріалу сферичної форми порозність  $\epsilon > 0,4$ , або  $\text{VOF}=1-\epsilon$ , частка зернистого матеріалу, яка для нерухомого шару  $\text{VOF}=0,6$ .

На початку процесу (рис. 2, а) при  $t = 0,5$  с розглядаємо випадок, коли чітко розрізняються зони з нерухомим шаром  $\text{VOF}=0,6$ , та зони, в яких частинки починають рухатися внаслідок дії струменевого газу, що зумовлено зменшенням  $\text{VOF}$  частин зернистого матеріалу з 0,6 до 0,42. При цьому чітко спостерігається горизонтальна межа між цими шарами з різними режимами руху зрідженого агента.

#### Параметри для контрольного прикладу

Назва	Значення
Початкова температура шару $T_0$ , К	293
Коефіцієнт тепловіддачі $\alpha$ , 1/с	5,5
Інтенсивність виносу тепла з шару повітрям $\beta^*$ , 1/с	0,032
Час релаксації концентраційного поля $\tau^*$ , с	8,75
Коефіцієнт вертикальної теплопровідності $\alpha_{22}$ , м <sup>2</sup> /с	Від $2,7 \cdot 10^{-4}$ до $12,5 \cdot 10^{-4}$
Витрати вихідного розчину $G_p$ , м <sup>3</sup> /с	0,0017
Концентрація вихідного розчину $x_p$	0,4
Теплоємність гранул $C_p$ , Дж/(кг·К)	1630
Густина гранул $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	1230
Теплопровідність гранул $\lambda$ , Вт/м·К	0,55

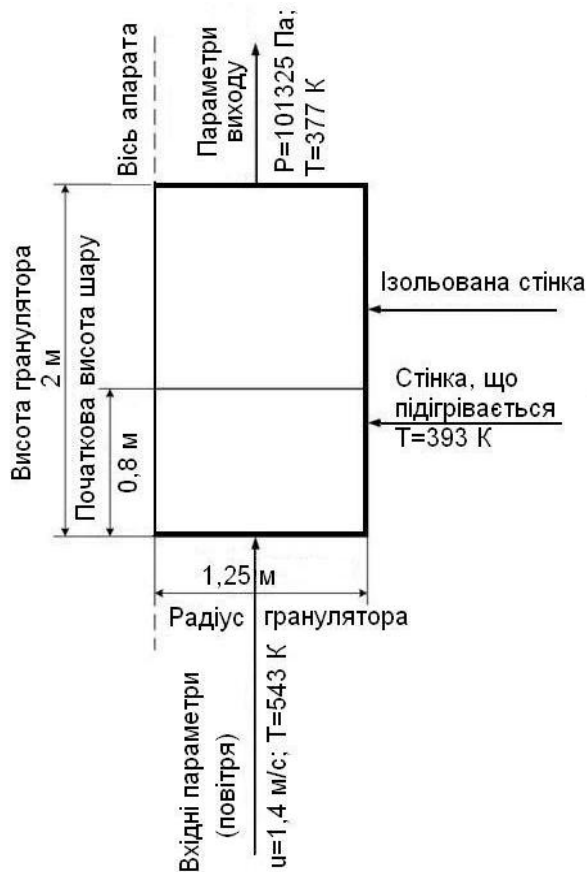


Рис. 1. Параметри моделювання апарата з псевдозрідженим шаром

У наступну секунду (рис. 2, б, в) відбувається переміщення вгору областей, що характеризуються зменшеним вмістом VOF на рівні 0,23–0,36. До  $t = 1,5 \text{ с}$  (рис. 2, в) спостерігається поршневий режим псевдозрідження.

У подальшому в міру наближення областей зі зменшеною часткою зернистого матеріалу до поверхні спостерігається їх трансформація в газові бульбашки, які прискорено рухаються до верхньої межі існування зернистого шару,  $t = 2 \text{ с}$  (рис. 2, з).

Такий рух газових бульбашок призводить до утворення розрідження в кормовій частині газової бульбашки, яка негайно заповнюється зернистим матеріалом, що спричинює поперечний рух зернистого матеріалу.

У результаті при  $2,5 \leq t \leq 3 \text{ с}$  утворюється кластер зернистого матеріалу з максимальним вмістом твердих частинок  $\text{VOF} = 0,6$ , в якому хаотично розподілені газові бульбашки з мінімальним вмістом твердих частинок  $\text{VOF} = 0,17 \div 0,29$  (рис. 2, д, е).

Від  $t \geq 4 \text{ с}$  до  $t \geq 12 \text{ с}$  або 67 % часу процесу спостерігається хаотична флуктуація газових бульбашок через шар зернистого матеріалу з високою часткою зернистого матеріалу  $\text{VOF} \leq 0,6$ .

Динаміку зміни температури гранул при взаємодії з газовим теплоносієм у процесі зневоднення та гранулювання показано на рис. 3.

Для температурного поля початкові умови реалізовані за аналогією з попередніми залежностями. При  $t = 0,5 \text{ с}$  (рис. 3, а) температурне поле являє собою горизонтальні шари з чітко виявленими межами. Причому максимальні значення зведеної температури розташовані в нижній третині висоти шару.

При  $t = 1 \text{ с}$  (рис. 3, б) спостерігається паралельне переміщення областей до верхньої третини висоти шару, яке супроводжується зміщенням у горизонтальному напрямку зон із підвищеною температурою та утворенням у межах горизонтального шару областей з підвищеною температурою.

При  $t = 1,5 \text{ с}$  (рис. 3, в) спостерігається зміна конфігурації температурних зон від прямолінійної до криволінійної форми з розривами в правій частині шару. Такий характер зміни температурного поля процесу зумовлений рухом газової бульбашки.

Зі збільшенням інтенсивності руху газових бульбашок температурне поле гранул у псевдозрідженому шарі перетворюється на множинну агрегатів із різною температурою з хаотичним розташуванням у псевдозрідженому шарі (рис. 3, з–і).

Причому починаючи з  $t = 6 \text{ с}$  (рис. 3, ж) різниця температур у локальних зонах і псевдозрідженому шарі в цілому суттєво зменшується. Це свідчить про високу ефективність процесів переносу і підтверджує, що процес відбувається в апараті в умовах наближених до ідеального перемішування.

Перехідні процеси для всіх розглянутих випадків завершуються через 1,5 с при мінімальному числі псевдозрідження  $K_w = 1,3$ , тобто вибрана швидкість теплоносія є достатньою для проведення процесу грануляції сульфату амонію.

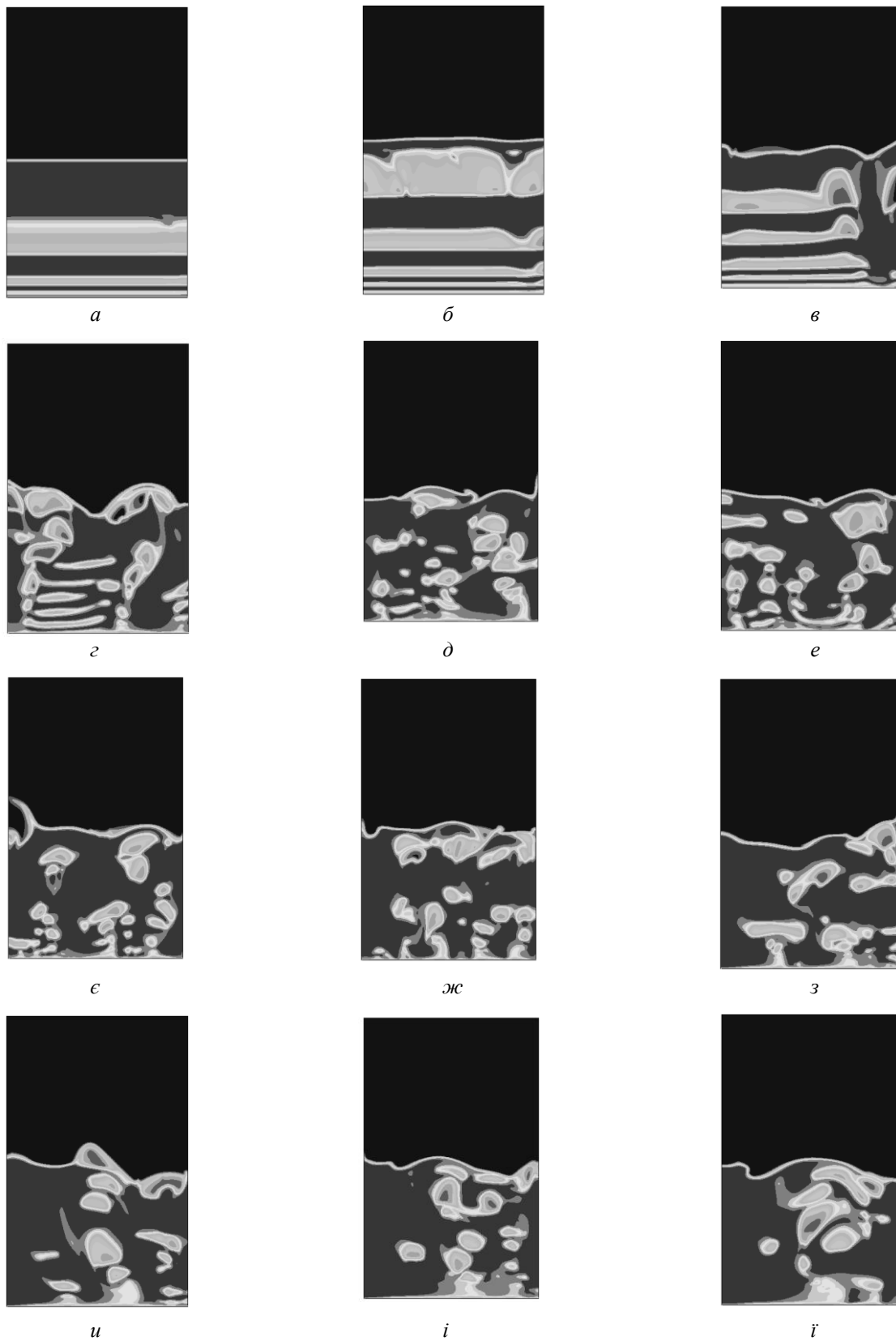


Рис. 2. Динаміка взаємодії твердих частинок та зріджуючого агента при гранулюванні сульфату амонію:  
 $a - t = 0,5$  с;  $b - t = 1$  с;  $в - t = 1,5$  с;  $г - t = 2$  с;  $д - t = 2,5$  с;  $е - t = 3$  с;  $е - t = 4$  с;  $ж - t = 6$  с;  $з - t = 8$  с;  
 $u - t = 10$  с;  $i - t = 11$  с;  $i - t = 12$  с

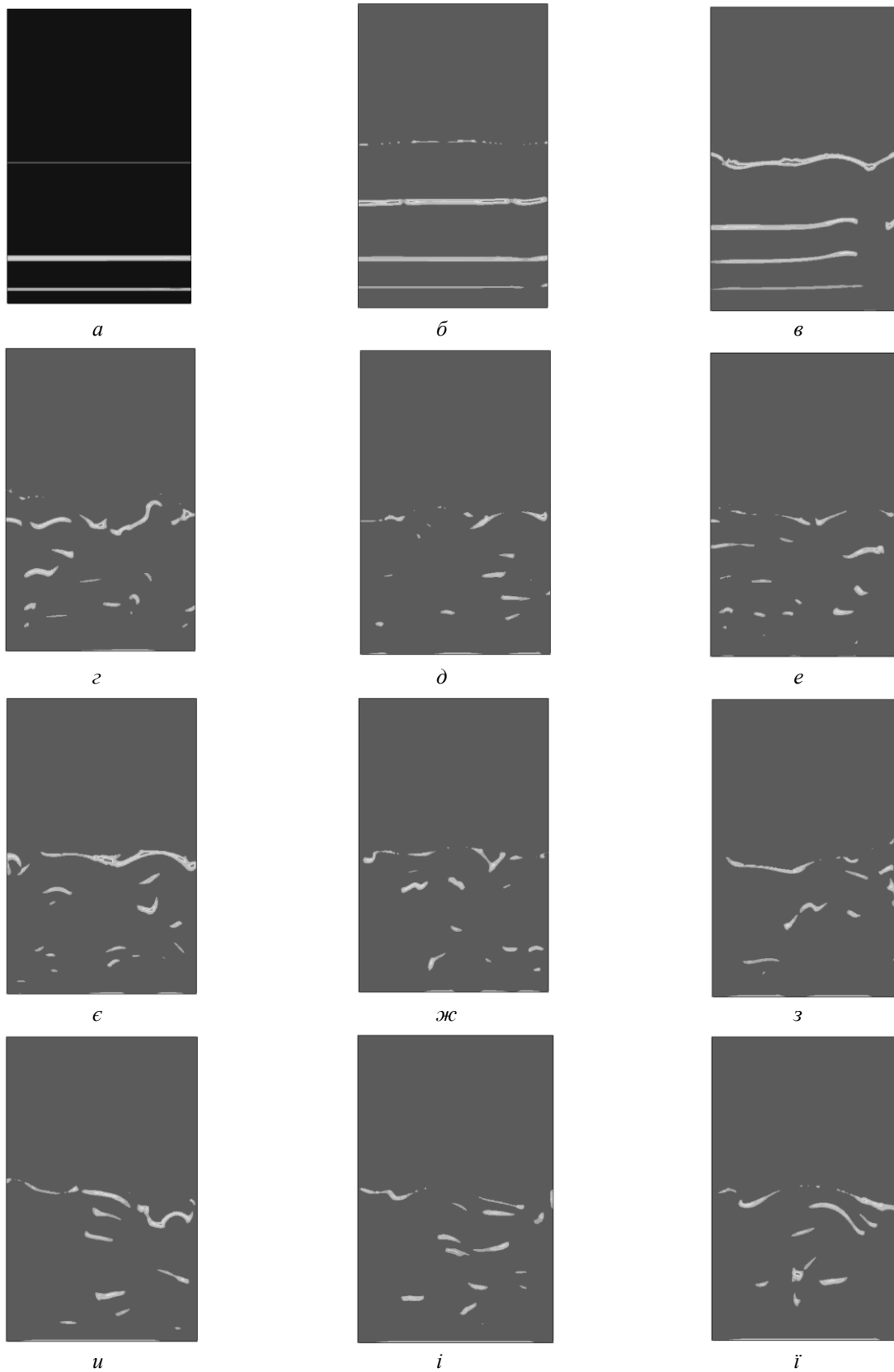


Рис. 3. Динаміка зміни зведеної температури гранул:

$a - t = 0,5$  с;  $б - t = 1$  с;  $в - t = 1,5$  с;  $г - t = 2$  с;  $д - t = 2,5$  с;  $е - t = 3$  с;  $е - t = 4$  с;  $ж - t = 6$  с;  $з - t = 8$  с;  
 $и - t = 10$  с;  $і - t = 11$  с;  $ї - t = 12$  с

## Висновки

В умовах початкового псевдозрідження існує тонкий баланс між фрикційними силами, що викликані псевдозрідженим газом і гравітаційними силами на кожній частинці. У такий момент швидкість псевдозрідження є мінімальною. За такої мінімальної швидкості псевдозрідження відбувається розширення локального шару зі зміною поруватості, виникає нестабільна ситуація, порушується весь простір шару. Хвилі зміни пористості шару розповсюджуються через весь шар по всій висоті апарата. Неоднорідність шару та маленькі відхилення від стандартного газового барботажу генерують маленькі бульбашки.

Далі відбувається збільшення тепловіддачі від газу до шару за рахунок заміни бульбашок твердими частинками. У псевдозрідженому шарі заміна твердих частинок відбувається завдяки змушеній макроскопічній бульбашковій циркуляції твердих частинок, з одного боку, та руху частинок у безпосередній близькості від зростаючих бульбашок, із другого боку.

Поява окремих бульбашок у псевдозрідженому шарі пов'язана зі зростанням швидкості псевдозрідження. Протягом зростання форма бульбашок постійно змінюється за рахунок розвитку їх сліду.

У кожній області зростання бульбашок відбувається локальне падіння тепловіддачі за рахунок

відносно низької ефективної теплопровідності всередині бульбашки. Після проходження бульбашки тепловіддача різко зростає. Так потрапляє тепло в суцільну фазу в слідах бульбашок.

У результаті руху частинок у псевдозрідженому шарі поширюється на початку зникає і відбувається перемішування шарів зі зміною та усередненням температури.

Проведені дослідження математичної моделі процесу зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі показали, що дана модель дає досить повну картину процесу руху частинок, що супроводжується фазовим переходом і ускладненим формуванням рідкої фази на поверхні гранул. Така математична модель може бути використана як еталонна модель під час управління процесом виробництва мінеральних добрив.

## Література

1. *A Numerical Model of Gas-Fluidized Beds* / J. A. M. Kuipers, K. J. van Duin, F. P. H. van Beckum, W. P. M. van Swaaij // *Chem. Eng. Sei.* – 1992.
2. *Корнієнко Б.Я.* Особливості моделювання процесів переносу в дисперсних системах / Б.Я. Корнієнко // *Вісн. Нац. техн. ун-ту України «Київ. політехн. ін-т».* Сер. Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. – 2011. – № 2 (8). – С. 5–9.

Стаття надійшла до редакції 20.06.2012.