УДК 629.3.025.2(045)

О.А. Сущенко, к.т.н., доц.

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ

Національний авіаційний університет
E-mail: fsu@nau.edu.ua

Визначено особливості оптимізації системи стабілізації вимірювальних пристроїв. Запропоновано підхід до визначення ефективності параметричної оптимізації на підставі обчислення поліномів Харитонова.

Features of measuring instruments stabilizing system optimization are defined. The approach to parametric optimization efficiency determination based on the Charitonov polynomials is suggested.

Определены особенности оптимизации системы стабилизации измерительных устройств. Предложен подход к определению эффективности параметрической оптимизации на основании вычисления полиномов Харитонова.

Постановка проблеми

Системи стабілізації вимірювальних пристроїв, установлюваних на рухомій основі, експлуатуються в умовах дії збурень та характеризуються особливостями, які суттєво ускладнюють їх аналіз та синтез. До таких складнощів відносять:

– багатоканальність;
– значну кількість режимів;
– високий порядок системи диференціальних рівнянь, що описують систему;
– складну структуру регулятора;
– вимоги до якості перехідних процесів, відповідно до законів керування;
– специфічні вимоги, наприклад, забезпечення кутової жорсткості за моментом для системи стабілізації вимірювальних пристроїв, установлюваних на наземних рухомих об’єктах.

Найпоширенішим напрямом проектування сучасних систем керування взагалі та систем стабілізації, зокрема, є створення робастних систем, які є малочутливими до варіацій параметрів системи і дії зовнішніх збурень.

Особливості досліджуваних систем зумовлюють доцільність використання робастного оптимального синтезу для їх створення.

У певних випадках відомі структури регуляторів систем стабілізації враховують досвід створення систем-аналогів.

Проблему створення оптимальної системи можна розв’язати за рахунок її параметричного синтезу.

Аналіз досліджень та публікацій

Класичні підходи до створення систем керування виникли на початку 30-х рр. ХХ ст.

Найквист і Боде розробили теоретичну основу розвитку теорії керування. Значущий внесок до стохастичної теорії контролю, а саме фільтрації та прогнозування стаціонарних процесів внесли Вінер та Колмогоров. Досягнення базувалися переважно на частотних методах створення систем керування.

Боде та Найквіст розглядали концепцію робастності, що відобразилось у їх визначеннях коефіцієнта підсилення та запасу за фазою.

Важливі зміни у розвитку теорії керування відбулися у 50-х рр. з появою поняття простору станів.

Формулювання та розв’язання у 1960 р. лінійної квадратичної гауссової (LQG) проблеми [1] базувалися на працях Калмана.

LQG-підхід є ефективним методом створення регуляторів зворотного зв’язку для стохастичних систем, але суттєвим недоліком цього методу є те, що він не гарантує отримання робастного розв’язку.

Включити критерій робастності до квадратичного інтегрального критерію, зазвичай використовуваного в LQG проблемі, виявилося складно.

На початку 1970-х рр. розглянуто такі поняття, як коефіцієнт підсилення та запас за фазою з погляду характеристики робастності MIMO-систем (багатовимірних систем) [2].

У 1980-х рр. для організації робастного керування з тією або іншою мірою успішності застосовували нові підходи:

– використання сингулярних значень як міри підсилення у перетвореннях [3];

– синтез регуляторів на підставі факторизації [4];

– параметричну оптимізацію регуляторів у системах стабілізації [5];

– H_{∞} оптимізацію [6];

– робастну стабілізацію;

– мінімізацію функції чутливості [7].

Мета роботи – висвітлення основних результатів параметричного синтезу системи робастної стабілізації вимірювальних пристроїв, установлюваних на наземному рухому об'єкті, та оцінка ефективності цього процесу на підставі поліномів Харитонова.

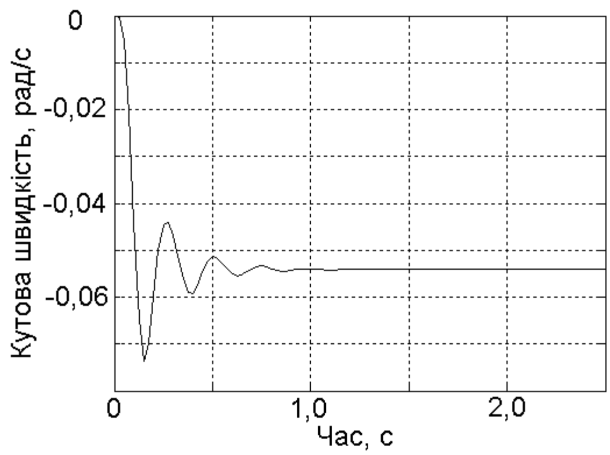
Параметричний синтез робастної системи стабілізації вимірювальних пристроїв

Підходи до параметричної оптимізації систем керування рухомими об'єктами наведено у праці [8]. Етапи параметричної оптимізації системи досліджуваного типу розглянуто у праці [9]. У математичну основу процедури параметричної оптимізації найбільш доцільно покласти метод Нелдера–Міда.

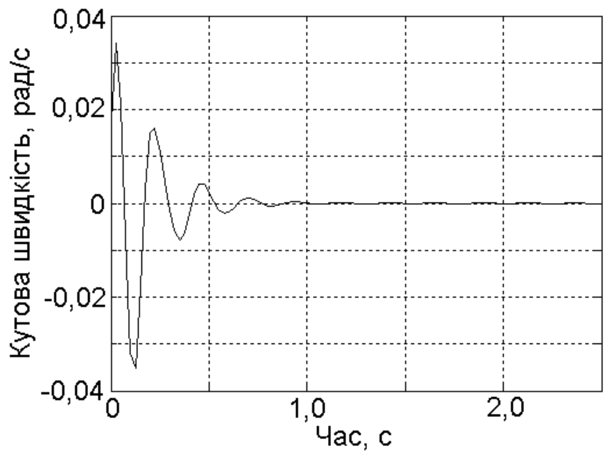
Для процедури параметричного синтезу системи з урахуванням зовнішніх збурень обрано умови експлуатації за найскладніших з погляду нерівностей рельєфу доріг, що відобразилось у проектуванні відповідних формувальних фільтрів на підставі виразів для спектральної щільності збурень, зумовлених нерівностями рельєфу [10].

Перехідні та логарифмічні амплітудно-частотні характеристики замкненої системи, синтезованої за допомогою процедури параметричної оптимізації, показано на рис. 1, 2.

Результати параметричного синтезу досліджуваної системи з урахуванням введення до штрафної функції кутової жорсткості за моментом наведено у таблиці.

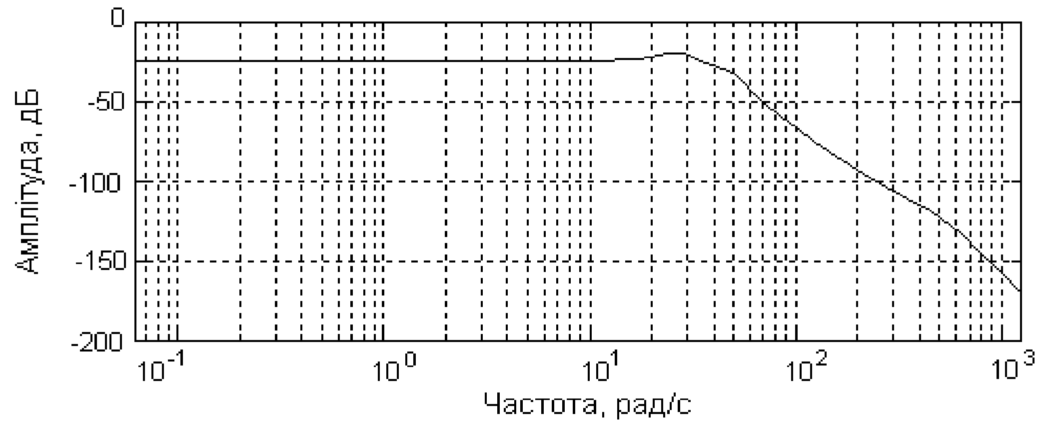


а

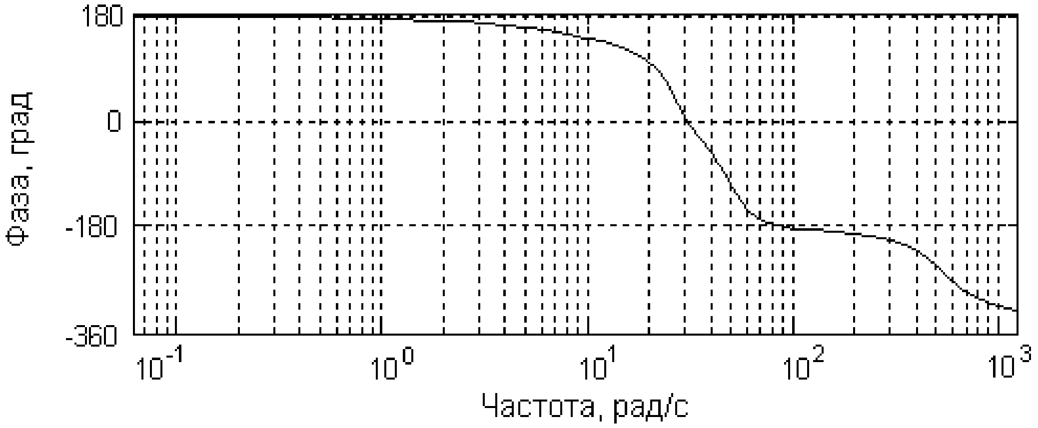


б

Рис. 1. Перехідні процеси:
а – відпрацювання швидкості;
б – стабілізації



а



б

Рис. 2. Логарифмічні амплітудно-частотні характеристики замкненої системи:
а – амплітудні;
б – частотні

Результати периметричного синтезу

Номер варіанта	k_1	k_2	k_3	H_n	H_2	c_{φ}, кгм/мін	Запас амплітуди	Характеристики перехідного процесу
1	0,25	0,06	0,22	0,155	0,399	172	25,3	Задовільні
2	0,26	0,062	0,218	0,1604	0,4097	181,62	25,3	Задовільні
3	0,27	0,065	0,214	0,1617	0,4229	190,91	25,3	Задовільні
4	0,28	0,067	0,21	0,1647	0,4338	202,82	61,1	Добрі
5	0,29	0,068	0,211	0,1732	0,4517	213,48	60,7	Добрі
6	0,30	0,069	0,211	0,1811	0,4667	227,01	51,1	Добрі
7	0,33	0,0747	0,2025	0,2058	0,5303	283,54	26,1	Прийнятні
8	0,36	0,0798	0,1996	0,2514	0,6143	362,88	25,3	Незадовільні
9	0,4	0,084	0,192	0,3	0,7	362,52	56,2	Незадовільні
10	0,093	0,042	0,1924	0,0659	0,2511	–	73,1	Відмінні

Аналіз наведених даних свідчить про необхідність урахування кутової жорсткості за моментом для вибору оптимального варіанту. Найкращим варіантом для системи досліджуваного типу є варіант 7.

Варіант 10 є найкращим з усіх поданих за винятком задовольняння вимог за кутовою жорсткістю за моментом, які є вирішальними для систем досліджуваного типу.

Оптимальний розв'язок у цьому випадку знаходиться на границях простору проектувальних параметрів, які визначаються вимогами до системи.

Оцінювання ефективності параметричної оптимізації робастної системи стабілізації

Під час проектування робастних систем уважається, що в реальних системах існує два основних типи невизначеностей:

– структуровані;

– неструктуровані.

Перша група структурованих невизначеностей пов'язана з відсутністю повних відомостей про змінювання параметрів системи.

Друга група неструктурованих невизначеностей пов'язана з неможливістю врахування динаміки на високих частотах, нелінійностей та ін. Невизначеності другого типу можна охарактеризувати H_∞-нормами відповідних збурень.

Процедура параметричного синтезу являє собою вибір оптимальних параметрів регулятора з незмінною структурою. Розгляд структурованих параметричних збурень є логічним для такої процедури. Але існують ще неструктуровані параметричні збурення, які визначаються неврахованою динамікою системи.

Для системи з неперервним регулятором досліджуваного типу джерелом таких неструктурованих збурень є фільтри сигналу зворотного зв'язку за струмом та кутовою швидкістю з досить малою сталою часу.

Очевидно, що поява неструктурованих збурень у системі досліджуваного типу пов'язана також із наявністю нелінійностей, але їх вплив на синтезовану систему можна оцінити, використовуючи повну модель системи з урахуванням усіх можливих нелінійностей, притаманних реальній системі.

Урахування неструктурованого параметричного збурення внаслідок наявності фільтрів можна оцінити на основі теореми Харитонова [11] та теореми про малий коефіцієнт підсилення [12]. Такий підхід дозволяє визначити умови робастної стійкості для системи з неструктурованими невизначеностями, які задаються у вигляді обмеженої H_∞-норми, та структурованими невизначеностями, які являють собою варіації коефіцієнтів передавальної функції замкненої системи. Використання цього підходу дозволяє виконати оцінку робастної стійкості синтезованої системи з урахуванням дії неструктурованих невизначеностей.

В основу підходу покладено використання поліномів Харитонова відповідно до методики [13].

Якщо $\delta(s)$ дійсний поліном, то парну і непарну його частини можна визначити у такий спосіб:

$$\delta^{\text{пар}}(s) = \delta_0 + \delta_2 s^2 + \delta_4 s^4 + \ldots;$$

$$\delta^{\text{нпар}}(s) = \delta_1 + \delta_3 s^3 + \delta_5 s^5 + \ldots,$$

при цьому

$$\delta(s) = \delta^{\text{пар}}(s) + \delta^{\text{нпар}}(s).$$

Для сукупності поліномів із деякими інтервалами змінювання коефіцієнтів

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1(s)s + \delta_2 s^2 + \delta_3 s^3 + \delta_4 s^4 + \ldots,$$

де

$$\delta_0 \in [x_0, y_0],$$

$$\delta_1 \in [x_1, y_1],$$

$$\delta_2 \in [x_2, y_2],$$

$$\ldots,$$

$$\delta_n \in [x_n, y_n],$$

чотири полінома Харитонова визначатимуть у такий спосіб:

$$K^1(s) = x_0 + x_1 s + y_2 s^2 + y_3 s^3 + x_4 s^4 + x_5 s^5 \ldots; \quad (1)$$

$$K^2(s) = x_0 + y_1 s + y_2 s^2 + x_3 s^3 + x_4 s^4 + y_5 s^5 \ldots; \quad (2)$$

$$K^3(s)=y_0+x_1s+x_2s^2+y_3s^3+y4s^4+x_5s^5...; \quad (3)$$

$$K^4(s)=y_0+y_1s+x_2s^2+x_3s^3+y4s^4+y_5s^5... . \quad (4)$$

Поліноми Харитонова складаються з двох різних парних $\delta^{\text{пар min}}(s)$, $\delta^{\text{пар max}}(s)$ та непарних $\delta^{\text{нпар min}}(s)$, $\delta^{\text{нпар max}}(s)$ частин:

$$K^1(s)=\delta^{\text{пар min}}(s)+\delta^{\text{нпар min}}(s);$$

$$K^2(s)=\delta^{\text{пар min}}(s)+\delta^{\text{нпар max}}(s);$$

$$K^3(s)=\delta^{\text{пар max}}(s)+\delta^{\text{нпар min}}(s);$$

$$K^4(s)=\delta^{\text{пар max}}(s)+\delta^{\text{нпар max}}(s).$$

Можна розглянути сукупність об'єктів з передавальною функцією

$$g(s)=\frac{n(s)}{d(s)},$$

де $n(s)$ належить сукупності поліномів N, а $d(s)$ належить сукупності поліномів D, які визначаються у такий спосіб:

$$n(s)=n_0+n_1s+...+n_ps^p,$$

де

$$n_i[\alpha_i,\beta_i],\ \forall i=0,...,p;$$

$$d(s)=d_0+d_1s+...+d_qs^q;$$

$$d_j[\gamma_i,\lambda_i],\ \forall j=0,...,q.$$

Відповідно можна визначити поліноми Харитонова

$$K_N^i(s),\ i=1,2,3,4$$

та

$$K_D^j(s),\ j=1,2,3,4,$$

пов'язані з чисельником та знаменником N та D передавальної функції. Якщо розглянути всі можливі комбінації цих поліномів, то можна визначити 16 систем Харитонова:

$$G_{ij}(s)=\frac{K_N^i(s)}{K_D^j(s)},\ i=\overline{1,4},\ \ j=\overline{1,4}. \quad (5)$$

У роботі [13] викладено теореми, які дозволяють оцінити робастну стійкість системи з неструктурованими невизначеностями.

Із них виходить, якщо $g(s)$ є передавальною функцією стійкої замкненої системи, то система залишатиметься стійкою для всіх неструктурованих параметричних збурень ΔP, які діють на систему та задовольняють умову

$$\|\Delta P\|_\infty<\alpha,$$

якщо і тільки якщо

$$\|g\|_\infty\le\frac{1}{\alpha}.$$

Замкнена система залишається стійкою для всіх параметричних структурованих збурень, які задовольняють умову

$$\|\Delta P\|_\infty<\alpha,$$

якщо і тільки якщо

$$\alpha\le\frac{1}{\max\|g\|_\infty}.$$

Для перевірки виконання цих умов достатньо розглянути обчислення H_∞-норм лише для 16 систем Харитонова, що скорочує необхідний обсяг обчислень.

Отже, згідно з теоремою про граничну норму неструктурованого параметричного збурення система залишається стійкою під час дії неструктурованих параметричних збурень, якщо збільшення H_∞-норми системи не перевищує граничне значення α.

Оцінка стійкості системи до неструктурованих параметричних збурень містить такі етапи:

1) визначення передавальної функції замкненої системи $g(s)$;

2) визначення інтервалів змінювання коефіцієнтів поліномів чисельника та знаменника передавальної функції

$$g(s) = \frac{n_i(s)}{d_j(s)},\ i = 0,...,p\ ,\ j = 0,...,q$$

на підставі заданого змінювання параметрів досліджуваної системи

$[\alpha_i, \beta_i], \forall i = 0,...,p$ для $n_i(s)$

та

$[\gamma_i, \lambda_i], \forall j = 0,...,q$ для $d_j(s)$;

3) отримання поліномів Харитонова відповідно до виразів (1)–(4);

4) отримання 16 систем Харитонова відповідно до співвідношення (5);

5) обчислення H_∞-норми для кожної з отриманих систем;

6) визначення максимальної норми;

7) обчислення граничної H_∞-норми неструктурованих параметричних збурень

$\alpha = 1/\max H_\infty$;

8) визначення H_∞-норми замкненої досліджуваної системи без урахування неструктурованих параметричних збурень $\|H_{\text{ном}}\|_\infty$;

9) визначення H_∞-норми замкненої досліджуваної системи з урахуванням неструктурованих параметричних збурень $\|H_{зб}\|_\infty$;

10) перевірка умови

$\|H_{зб}\|_\infty - \|H_{\text{ном}}\|_\infty \le \alpha$,

яка визначає робастну стійкість системи за умови дії на неї неструктурованих параметричних збурень.

Урахування неструктурованих збурень за наведеною методикою можна проілюстровати на прикладі режиму відпрацювання швидкості.

При цьому інтервали для коефіцієнтів передавальних функцій можна визначити, виходячи з допусків на номінальні параметри $\pm 5\%$.

У результаті було отримано значення H_∞-норм 16 систем Харитонова:

0,0945; 0,0958; 0,1031; 0,1043;
0,0890; 0,0903; 0,0969; 0,0982;
0,3911; 0,3958; 0,4262; 0,4317;
0,2432; 0,2473; 0,2654; 0,2684.

Максимальна норма становить 0,4317, гранична норма неструктурованого збурення 2,3162.

H_∞-норма замкненої досліджуваної системи без урахування неструктурованих параметричних збурень становить 0,1176, а з урахуванням неструктурованих параметричних збурень 0,1203.

Як неструктуровані параметричні збурення розглядали фільтри за сигналами зворотного зв'язку за струмом та кутовою швидкістю, які описуються передавальними функціями $\frac{1}{0{,}01s+1}$, $\frac{1}{0{,}001s+1}$.

У цьому випадку H_∞-норма збурення становить 0,0027, що значно менше за граничну норму.

Якщо розглядати випадок екстремального розкидання коефіцієнтів передавальної функції системи, то H_∞-норми систем Харитонова становлять

0,0924; 0,0959; 1,5603; 1,5643;
0,0540; 0,0541; 0,9545; 0,9527;
0,0036; 0,0039; 0,0573; 0,0574;
0,0036; 0,0040; 0,0573; 0,0574.

Максимальна H_∞-норма дорівнює 1,5643, гранична H_∞-норма збурення 0,6393.

Для досліджуваної системи необхідно виконувати пониження порядку моделі. У протилежному випадку застосування методики ускладнюється внаслідок громіздкості обчислень.

Важливою є і зворотна проблема [13], коли встановлюється деякий заданий рівень граничної норми неструктурованих збурень та потім визначаються припустимі інтервали змінювання коефіцієнтів передавальної функції. Виходячи з цього підходу можна розв'язати задачу межі змінювання коефіцієнтів настроювання регулятора, який є складовою частиною досліджуваної замкненої системи.

Для цього перш за все необхідно визначити H_∞-норму незбуреної системи $\|H_{\text{ном}}\|_\infty = \alpha$.

Гранична норма неструктурованого збурення назначається меншою за цю норму, наприклад, $1/\beta < 1/\alpha$.

Далі досліджуються можливі змінювання настроювальних параметрів регулятора з відповідним визначенням систем Харитонова та перевіркою виконання умови $\|H_{\text{ном}}\|_\infty = \beta$ для кожної системи Харитонова.

За обчислювальну процедуру можна прийняти алгоритм прямого пошуку, оскільки досліджувані параметри задовольняють обмеження, які забезпечують прийнятну кількість досліджуваних варіантів з погляду організації обчислювальної процедури.

У результаті проведених досліджень були визначені такі можливі змінювання настроювальних параметрів:

$$0,7\, k_{\text{ном}} \le k_1 \le 1,3\, k_{\text{ном}};$$
$$0,8\, k_{\text{ном}} \le k_2 \le 1,2\, k_{\text{ном}};$$
$$0,7\, k_{\text{ном}} \le k_1 \le 4\, k_{\text{ном}}.$$

Використання теореми та поліномів Харитонова важливе для проведення синтезу робастних систем. Але вони мають деякі обмеження. До найважливіших обмежень належить те, що теорема Харитонова зорієнтована на застосування для систем, стійких у лівій півплощині комплексної змінної, тобто для неперервних систем. Цю теорему використовують лише для поліномів із незалежно змінюваними в деяких інтервалах коефіцієнтами. Для використання викладених методик для дискретних систем доцільно використовувати підхід, викладений у роботі [14].

При цьому для передавальної функції замкненої системи

$$W(z) = \frac{P(z)}{Q(z)}$$

виконується білінійне перетворення, у результаті якого передавальна функція дискретної системи після підстановки

$$z = (s+1)/(s-1)$$

перетвориться у передавальну функцію неперервної системи

$$W(s) = P(s)/Q(s),$$

полюси якої розміщуються в лівій півплощині комплексної змінної.

Висновки

Наведено результати параметричної оптимізації системи стабілізації вимірювальних пристроїв, установлюваних на наземному рухомому об'єкті. Запропоновано підхід до оцінки ефективності параметричного синтезу робастної системи стабілізації на підставі поліномів Харитонова.

Література

1. *Kalman R.E.* Contribution to the theory of optimal control / R.E. Kalman – Bol. Soc. Mathematica Mexicana. – 1960. – No. 12. – P. 102–119.

2. *Rosenbrock H.H.* Computer-Aided Control System Design / H.H. Rosenbrock. – New York: Academic Press, 1974. – 322 p.

3. *Doyle J.C.* Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern synthesis / J.C. Doyle, G. Stein IEEE Transactions on Automatic Control. – 1981. – Vol. 26, No 4. – P. 4–16.

4. *Vidyasagar M.* Control System Synthesis: A Factorization Approach / M. Vidyasagar. – Cambridge, MA: MIT Press, 1985. – 262 p.

5. *Youla D.C.* Modern Wiener–Hopf Design of Optimal Controllers / D.C. Youla, J.J. Bongiorno, C.N. Lu. – P. I: The single input case // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1976. – Vol. 21, No. 3. – P. 3–14.

6. *Francis B.A.* A Course in H∞ Control / B.A. Francis. – Berlin: Springer-Verlag, 1987. – 156 p.

7. *Vidyasagar M.* Robust Controllers for Uncertain Linear Multivariable Systems / M. Vidyasagar, H. Kimura, Automatica. – 1986. – Vol. 22. – P. 85–94.

8. *Parametric* Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design / A.A.Tunik, R-Hyu, I.K.Ahn, C.H.Lim // Proc. of the KSAS Fall Annual Meeting 2000. – KSAS Publication, Daejeon, Korea. – P. 293–300.

9. *Сущенко О.А.* Методика синтезу робастної системи стабілізації рухомого наземного об’єкта / О.А. Сущенко // Вісник НАУ. – 2008. – №1. – С. 18–22.

10. *Сущенко О. А.* Моделювання зовнішніх збурень у системах стабілізації рухомих наземних об’єктів / О.А. Сущенко // Електроніка та системи управління. – 2008. – №2(16). – С. 57–63.

11. *Харитонов В.Л.* Асимптотическая устойчивость положения равновесия систем дифференциальных уравнений / В.Л. Харитонов // Дифференциальные уравнения. – 1978. – №11. – С. 86–88.

12. *Zames G.* On the Input-Output Stability of Time-Varying Nonlinear Feedback Systems / G. Zames. – P. I // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1966. – Vol. 11, No 2. – P. 228 – 238.

13. *Chapellat H.* Robust stability under structured and unstructured perturbations / H. Chapellat, M. Dahlen, S.P. Bhattacharyya. – IEEE Transactions on Automatic Control. – Vol. 35, No 10. – P. 1100–1108.

14. *Абрамович О.О.* Робастна параметрична оптимізація дискретної системи управління, яка має неструктуровані параметричні збурення / О.О. Абрамович, А.А. Тунік. – Вісник НАУ. – 2004. – №2. – С.30–35.

Стаття надійшла до редакції 05.11.10.