

УДК 62.50

<sup>1</sup>С.В. Павлова, д.т.н., доц.  
<sup>2</sup>В.В. Павлов, д.т.н., проф.  
<sup>3</sup>В.І. Чепіженко, к.т.н., с.н.с.

## МЕТОД СИНТЕЗУ «ЯКОСТІ» ЗАВДАННЯ КЕРУВАННЯ СКЛАДНОЮ НЕЛІНІЙНОЮ ДИНАМІЧНОЮ СИСТЕМОЮ У «ВЕЛИКОМУ»

<sup>1</sup>Національний авіаційний університет  
 E-mail: psv@nau.edu.ua

<sup>2</sup>Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій і систем НАН України  
 E-mail: vpavlov@nau.edu.ua

<sup>3</sup>Державний науково-дослідний інститут авіації  
 E-mail: chiv@nau.edu.ua

*Запропоновано регулярний інтегрально-топологічний метод синтезу «якості» завдання керування складною нелінійною динамічною системою в класі віртуальних стратегій.*

*The regular integral-topology method of synthesis of problem «quality» of the complex nonlinear dynamic system control in the class of virtual strategies has been offered.*

*Предложен регулярный интегрально-топологический метод синтеза «качества» задачи управления сложной нелинейной динамической системой в классе виртуальных стратегий.*

### Постановка проблеми

Сучасній стан розвитку теорії керування потребує розроблення методів аналізу та синтезу складних нелінійних керованих систем. Причиною цього є нагальна проблема алгоритмізації сучасних динамічних процесів – аналіз та синтез складних істотно нелінійних динамічних систем із наперед заданою гарантованою якістю свого функціонування.

Сьогодні прийнято розуміти, що складні системи – це загальна назва таких систем, які складаються з великої кількості взаємозв'язаних елементів.

Відповідно до робіт [1–3], характерними ознаками складних систем є:

- багатомірність і велика кількість елементів, що утворюють систему;
- однорівнева і багаторівнева багатозв'язність;
- різноманіття можливих форм і структур зв'язків елементів системи між собою від простих «мереж», «дерев» до різноманітних за конфігураціями ієрархічних структур;
- багатокритеріальність і наявність низки суперечливих локальних і глобальних критеріїв, які має задовольняти система;

– багатократність зміни складу, структур і станів системи;

– різноманіття природи елементів, що є складовими системи (машини, автомати, люди і, як наслідок, різнорідність циркулюючої інформації);

– багатоплановість у науковому відношенні.

При аналізі та синтезі систем керування складними системами необхідно враховувати [1–3]:

– неповноту та невизначеність інформації про стан системи та середовища, які визначаються змінами властивостей перешкод, збурень і завод;

– нелінійний характер динамічних процесів і систем;

– залежність моделей системи та середовища, їх складності та точності від мети керування;

– відкритість систем;

– структурну варіативність;

– реальний масштаб часу та жорстку залежність ефективності й якості функціонування складних систем від часу;

– множинність цілей та критеріїв якості функціонування систем;

- розподіленість ресурсів системи (енергетичних, просторових, часових, обчислювальних, інформаційних та ін.);
- конфліктність завдань керування;
- перманентність процесу прийняття рішень;
- наявність структурних і неструктурних збурень;
- наявність неоднорідного складу систем;
- великі діапазони параметрів стану та збурень системи.

Міжнародною федерацією з автоматичного керування IFAC визначено важливі перспективні напрями досліджень в області керування, серед яких виділяють проблему аналізу та синтезу керування складними динамічними нелінійними системами.

#### Аналіз досліджень і публікацій

Огляд літератури, присвячений дослідженням складних керованих систем [4–9], показує, що сьогодні розроблена єдина системна база дослідження складних систем [4; 6–10], яка включає методи робастної стійкості, ідентифікації, оцінювання, синтезу керування з такими методологічними положеннями теорії позиційних ігор, як принципи гарантованого результату [11] і динаміки множини позицій, які подаються у формі диференціальних і різницевих включень [12–14].

Для великого класу динамічних процесів, особливість яких полягає в тому, що їх змішаними обмеженнями є замкнута опукла множина, а самим системам, що породжують ці процеси, притаманні властивості лінійного відображення цієї опуклої множини на диференціальні (або різницеві) включення, створені регулярні методи аналізу систем та синтезу керувань [4; 6–10].

Для аналізу та синтезу керувань складними активними системами, що описуються істотно нелінійними системами диференціальних рівнянь, продовжують превалювати евристичні методи аналізу та розв'язку з широким використанням комп'ютерного моделювання [4; 8; 12].

Під час дослідження класу завдань синтезу керувань в умовах невизначеності для істотно нелінійних систем, для яких характерними властивостями є неопуклість і незв'язність, особливо гостро постає проблема створення методів і алгоритмів високоякісного керування.

**Мета роботи** – розроблення методу синтезу «якості» завдання керування складною нелінійною динамічною системою у «великому».

#### Аналіз та синтез керування динамікою складних нелінійних систем

Посилювання вимог до систем керування технологічними процесами та ускладнювання технологічних процесів зумовлюють необхідність максимального використання всіх потенційних можливостей керування, закладених у конструкцію системи, до граничних за динамікою та розміром простору станів.

У теорії керування процеси такого типу, що відбуваються на межі можливого та забезпечують керування станом об'єкта в максимально великій області його станів, називаються маргінальними, або процесами керування у «великому».

Визначення 1. Істотно нелінійними процесами та системами називаються процеси та системи, модельне подання яких описується істотно нелінійними диференціальними рівняннями А.Ф. Філіппова [15; 16] з кількістю змінних більше трьох, визначених на багатозв'язкових неопуклих областях

$$\{Q(x, u, v, \varepsilon); U; V; E\}.$$

Математичні моделі динамічних процесів у «великому» – це багатовимірні істотно нелінійні системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(t, x, u, v); \\ x &\in Q_x \subset R_x^n; \quad u \in U \subset R_u^m; \\ v &\in V \subset R_v^l; \quad t \in T = [t_0; \infty], \end{aligned} \quad (1)$$

$$f(t, x, u, v) = (f_1(\cdot), \dots, f_n(\cdot)) \in C^s, s \geq 0;$$

де  $f$  –  $n$ -вимірний нелінійний кусково-безперервна вектор-функція;

$t$  – час;

$x$  –  $n$ -вимірний вектор стану процесу  $n \geq 3$ ;

$u$  –  $m$ -вимірний вектор стану керуючих чинників процесу;

$v$  –  $l$ -вимірний вектор стану збурюючих чинників процесу;

$Q_x$  –  $n$ -вимірний багатозв'язний неопукла область станів процесу;

$U$  –  $m$ -вимірний багатозв'язний неопукла множина станів керуючих чинників процесу;

$V$  –  $l$ -вимірний багатозв'язний неопукла множина станів збурюючих чинників процесу;

$T$  – інтервал визначення системи;

$t_0$  – початковий момент часу;

$R_x^n, R_u^m, R_v^l$  – евклідові  $n$ -,  $m$ -,  $l$ -вимірні простори визначення функції  $f(t, x, u, v)$  за  $x, u, v$ ;

$n, m, l$  – довільні, натуральні, позитивні числа.

Динамічно керовані у «великому» складні системи – це новий клас досліджуваних у теорії керування динамічних систем і процесів [17; 18].

### Керування складним нелінійним динамічним об'єктом

Істотно нелінійні процеси та системи розглянуто в умовах невизначеності та взаємодії з іншими системами та середовищем.

Потрібно вирішити завдання керування складним нелінійним динамічним об'єктом, математична модель якого задана у формі (1) або у формі диференціального включення:

$$\frac{dx}{dt} \in \mathfrak{F}(t, x, u, v, \varepsilon);$$

$$x \in Q_x;$$

$$u \in U; \quad (2)$$

$$v \in V,$$

$$\varepsilon \in E, t \in T,$$

де  $\mathfrak{F}$  – конус напрямів як вектор визначення з початкової системи рівнянь технологічного процесу;

$(T, Q_x, U, V, E)$  – область визначення об'єкта керування;

$\varepsilon$  – малі параметри, обумовлені технологічними невизначеностями;

$E$  – множина станів параметрів невизначеності моделі  $\varepsilon$ .

Функція  $\mathfrak{F}$  в моделі (2) задає конус системи (1) у кожній точці простору

$$(Q_x \subset R_x^n, T) \text{ над } U \text{ і } V.$$

Задано:

$X^0$  – множина можливих початкових станів  $x^0$  об'єкта в області визначення моделі об'єкта:

$$x^0 \in X^0 \subseteq R_x^n, \quad (3)$$

де  $x^0$  – початковий стан об'єкта;

$X^k$  – множина бажаних кінцевих станів об'єкта:

$$x^k \in X^k \subseteq R_x^n, \quad (4)$$

де  $x^k$  – кінцевий стан об'єкта.

Передбачається, що множини  $X^0$  і  $X^k$  не перетинаються:

$$X^0 \cap X^k = \emptyset.$$

Потрібно синтезувати алгоритм зміни керуючої дії, як функції стану об'єкта і середовища:

$$u = u(t_0, x^0, x, v) \in U, \quad (5)$$

( $t_0$  – початковий момент часу) так, щоб траєкторія

$$X^*(x^0, x^k, x) \in Q_x \quad (6)$$

поведінки системи (1), (5) в  $R_x^n$  не виходила з області обмежень  $L(t, x)$  на стани об'єкта (1) у разі керованого руху системи з  $x^0$  в  $x^k$ :

$$X^*(t_0, t) \in L(t, x), \quad (7)$$

де  $L(t, x) \subseteq R_x^n$  – обмежена багатозв'язкова область допустимих станів об'єкта.

### Оцінка коректності завдання синтезу керування складним нелінійним об'єктом

Апріорну постановку завдання синтезу функцій керування (5) для об'єкта (1), що забезпечує у разі своєї реалізації переведення об'єкта (1), (7) із задовільно призначених початкових  $x^0$  у задовільно призначені кінцеві стани  $x^k$  об'єкта (1), системно не обґрунтовано. Це означає, що в загальному випадку може не існувати реальної можливості переведення системи з  $x^0$  в  $x^k$  унаслідок несумісності станів із потенційними можливостями керування об'єктом (1) за (7).

Завдання керування пропонується класифікувати на три великі класи:

перший клас – завдання керування в «малому»

другий клас – завдання керування в «великому», і нарешті

третій клас – завдання керування в «цілому».

Визначення 2. Аналіз і синтез у «малому» розуміється як дослідження властивостей можливості та синтезу цілеспрямованої зміни в динаміці станів процесу/системи в деякій області  $Q'_x \subset Q_x$ , що є  $\varepsilon$ -околом будь-якої з особливих точок процесу/системи.

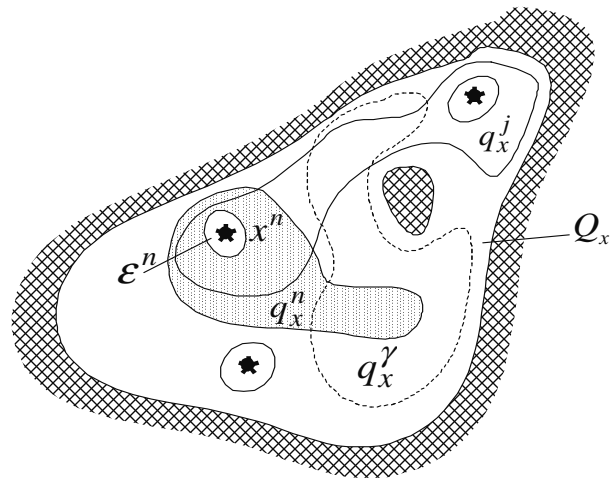
Визначення 3. Аналіз у «великому»/в «цілому» розуміється як дослідження властивостей можливості цілеспрямованої зміни в динаміці станів процесу/системи в деякій області  $Q'_x \subset Q_x$ , яка або не є околом будь-якої з особливих точок процесу/системи, або така, що містить декілька особливих точок з їх околами (аналіз у «великому»), або у всій області  $Q_x$  визначення моделі процесу/системи (аналіз у «цілому»).

Визначення 4. Керування у «великому»/в «цілому» розуміється як цілеспрямована зміна в динаміці стану процесу/системи в деякій області  $Q'_x \subset Q_x$ , яка або не є околом будь-якої з особливих точок процесу/системи, або така, що містить декілька особливих точок з їх околами (керування в «великому»), або у всій потенційно можливій області  $Q_x^{kc}$  процесу/системи (керування в «цілому»).

Зауваження 1. Область  $Q_x^{kc}$  поглинає особливі точки процесу/системи.

Зауваження 2. Складність аналізу істотно зростає зі збільшенням області  $Q'_x$  і поглинанням різної множини особливих точок.

Розуміння термінів у «малому», якщо в  $\varepsilon^n$ , у «великому», якщо в  $q_x^j$ ,  $q_x^n$ ,  $q_x^\gamma$ , в «цілому», якщо в  $Q_x$ , в завданнях аналізу у функціональному сенсі показано на рисунку.



Розуміння термінів у «малому», у «великому», в «цілому»

Другий і третій клас завдань керування відносяться до класу завдань керування складними об'єктами.

Завдання керування у «великому» і в «цілому» мало розроблені та є проблемними.

Складність вирішення завдання керування об'єктами виду (1), (7) вимагає обов'язкового попереднього апріорного дослідження й аналізу потенційних можливостей керування об'єктами та подальшого узгодження потрібних цілей керування з визначеними на етапі аналізу можливостями об'єктів.

Далі цілі (3) і (4) називаємо «функціонально коректними», якщо вони функціонально узгоджуються з властивостями об'єкта (1), (7).

Сформулюємо умову функціональної коректності завдання керування для складних динамічних систем у формі твердження.

Твердження. Завдання синтезу складної динамічної системи керування (5) для переведення об'єкта (1), (7) зі стану (3) в стан (4) функціонально коректне у «великому», якщо для об'єкта (1), (7) існує така зв'язна область повністю керованого стану  $Q_x^{kc} \subset (Q_x \cap L)$ , що початковий стан  $x^0$  і потрібний кінцевий стан  $x^k$  системи (1), (7) належать області  $Q_x^{kc}$  повністю керованого стану об'єкта (1) (7):

$$(x^0, x^k) \in Q_x^{kc} \subseteq Q_x \cap L \subset R_x^n. \quad (8)$$

У твердженні використовується поняття області повністю керованого стану для об'єктів загального виду, яке було введено в роботі [3].

Визначення 5. Функціонально коректною постановкою завдання керування (задача «якості») називається таке завдання (3)–(7), розв'язок якого існує і може гарантовано реалізуватись у реальних умовах функціонування системи.

Визначення 6. Формальна постановка завдання (3)–(7) у разі виконання умови (8) є функціонально коректною.

### Висновки

Запропоновано класифікацію завдань керування на три великі класи: керування в «малому», у «великому», в «цілому».

Наведено визначення аналізу складних динамічних систем у «малому», у «великому», в «цілому» та визначення керування у «великому» та в «цілому».

Розроблено метод розв'язання задачі «якості», необхідної для синтезу керування нелінійними динамічними системами у «великому». Ядром цього методу є умови «функціональної коректності» завдання керування у «великому».

### Література

1. *Математический энциклопедический словарь* / гл. ред. Ю.В. Прохоров. – М.: БР Энциклопедия. – 1995. – 848 с.
2. Павлов В.В. Конфликты в технических системах. Управление. Целостность / В.В. Павлов. – К.: Вища шк., 1982. – 184 с.

3. Павлов В.В. Начала теории эргатических систем / В.В. Павлов. – К.: Наук. думка, 1975. – 240 с.

4. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. – К.: Наук. думка, 2006. – 264 с.

5. *Математические проблемы управления, оптимизации и теории игр* // Материалы 11-й Междунар. конф. по автоматическому управлению «Автоматика-2004». – К.: Украинская ассоциация по автоматическому управлению, 2004. – Т.4. – 122 с.

6. Chernousko F.L. New Results of Optimal Ellipsoidal Estimation for Uncertain Dynamic Systems / F.L. Chernousko, A.V. Shmatkov // Proc. of 15th World Congress IFAC. – Barcelona, Spain, 2002. – 6 p.

7. Horacek P. Digital or multimedia DVD / P. Horacek // 16th IFAC World Congress Final Report. – 5 September, 2005. – Imprint: Elsevier Science. 27 June 2006. – 30 p.

8. Krotov V.F. National Achievements in control theory (The Aerospace Perspective) / V.F. Krotov, A.B. Kurzhanski. – Режим доступу: <http://aca2004.aanet.ru.004.pdf>.

9. Kurzhanski A.B. Ellipsoidal techniques for hybrid dynamics: the reachability problem. / A.B. Kurzhanski, P. Varaiya; ed. by W.P. Dayawansa, A. Lindquist, Y. Lhon // New Direction and Applications in Control Theory, Lecture Notes in Control and Information Sciences. – Springer, 2005. – Vol. 321. – 193 p. – Режим доступу: <http://paleale.eecs.berkeley.edu/~varaiya/papersps.dir/hybridreach.pdf>.

10. Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости / Н.Н. Баутин. – М.: Наука, 1984. – 176 с.

11. Павлов В.В. Инвариантность и дифференциальные игры / В.В. Павлов, Г.М. Уланов. – М.: ДАН СССР. – 1971. – Т.199, №4. – С. 783–784.

12. Дарьин А.Н. Метод динамического программирования в задачах синтеза управлений при разнотипных и двойных ограничениях / А.Н. Дарьин, А.Б. Куржанский // Проблемы управления и приложения (техники, производства, экономики): Тр. Междунар. конф., Минск, 16-20 мая 2005 г. – Минск, 2005. – С. 1–15.
13. Куржанский А.Б. Идентификация нелинейных процессов – гарантированные оценки / А.Б. Куржанский, В.Д. Фурасов // Автоматика и телемеханика. – 1999. – №6. – С. 70–87.
14. Daryin A.N. Nonlinear Control Synthesis under Double Constraints / A.N. Daryin, A.B. Kurzhanski // Proc. of 16th World Congress IFAC, Prague, Czech, 2005. – 6 p.
15. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. – М.: Наука, 1985. – 216 с.
16. Филиппов А.Ф. Приложение теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью к нелинейным задачам автоматического регулирования / А.Ф. Филиппов // Тр. Первой Междунар. конф. по автоматическому управлению. – М.: АН СССР, 1961. – Т.1. – С. 25–33.
17. Павлов В.В. Понятие “фаза дифференциального конуса включения” / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып.140. – С. 3–11.
18. Павлов В.В. Фазовый анализ векторных полей динамических систем балансового типа / В.В. Павлов, С.В. Павлова // Кибернетика и вычислительная техника. – 2003. – Вып.141. – С. 58–69.

Стаття надійшла до редакції 18.11.10.