

## ХІМІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 544.77(045)

<sup>1</sup>В.Л. Чумак, д.х.н., проф.  
М.Р. Максимюк, к.х.н., доц.  
<sup>2</sup>О.І. Косенко, к.х.н., доц.

**ОБРОБЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ СЕДИМЕНТАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ  
З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ НЬЮТОНА**

Національний авіаційний університет

<sup>1</sup>E-mail: Chumak@ua.relc.com<sup>2</sup>E-mail: Kosenko.olena@mail.ru

*Розроблено методику оброблення даних седиментаційного аналізу, яка не залежить від закону розподілу частинок полідисперсної системи за розмірами. Доведено, що запропонований метод можна використовувати за наявності двох максимумів на диференціальній кривій розподілу частинок полідисперсної системи.*

*The method of sedimentation analysis data processing that does not depend on the law of distribution of particles of the polydisperse system by size is developed. It is shown, that proved the method can be used in case of differential curve of the polydisperse system particles distribution with two peaks.*

*Разработана методика обработки данных седиментационного анализа, не зависящая от закона распределения частиц полидисперсной системы по размерам. Доказано, что предложенный метод можно использовать при наличии двух максимумов на дифференциальной кривой распределения частиц полидисперсной системы.*

**Постановка проблеми**

Аналіз гранулометричного складу дисперсних матеріалів належить до таких методів контролю природного середовища, речовин, матеріалів, відповідно до яких необхідно в одній пробі провести вимірювання розмірів тисяч частинок. Чим більша кількість частинок, розміри яких вимірюють, тим точніші результати аналізу.

Для аналізу гранулометричного складу дисперсних матеріалів важливі не тільки точність вимірювання розмірів частинок, але і статистична оброблення даних та їх фізично коректна аналітична апроксимація.

У діапазоні вимірюваних частинок, розміри яких більші за 1 мкм, найпоширенішими є ситовий аналіз, мікроскопія та седиментація.

Кожен з цих методів має свої переваги і недоліки, що і обумовлює їх рівноправне застосування на практиці.

Особливістю седиментаційних методів є те, що розмір, який визначається, характеризує не тільки геометричні параметри

частинок, але і враховує їх взаємодію з дисперсійним середовищем через коефіцієнт опору, що є важливим для багатьох процесів, пов'язаних з отриманням і переробленням різних матеріалів у порошкоподібному вигляді.

Важливою частиною математичного апарату гранулометричного аналізу при седиментації є теоретичний опис кривих накопичення аналітичними залежностями, яких досить багато на сучасному етапі наукових досліджень.

Велика кількість дисперсних матеріалів, різноманітність методів їх отримання і перероблення, широкий спектр їх фізико-механічних властивостей не дозволяють створити універсальну залежність, яка була б однаково придатною для описання всіх існуючих матеріалів.

**Мета** роботи – розроблення методу оброблення даних седиментаційного аналізу, за допомогою якого можна визначати фракційний склад полідисперсної суспензії за невідомих законів розподілу частинок полідисперсної системи за розмірами.

### Аналіз досліджень

Для визначення розмірів частинок та фракційного складу дисперсних систем використовують один із методів, що базується на вивченні процесу осідання частинок під дією сили тяжіння – седиментації, оскільки системи, де відбуваються такі процеси, є кінетично нестійкими.

Седиментаційний метод аналізу використовується для систем, що містять частинки, розміри яких становлять від 1 до 100 мкм.

Більшість методів седиментаційного аналізу ґрунтується на застосуванні гідродинамічного закону Стокса, відповідно до якого сила опору  $F$  руху осідаючої кулястої частинки радіусом  $r$  у рідині з в'язкістю  $\eta$  пропорційна швидкості руху частинки  $u$ :

$$F = 6\pi\eta ru. \quad (1)$$

Якщо частинка осідає під дією сили земного тяжіння, то сила, що зумовлює її рух, є силою ваги  $P$ , пропорційною ефективній масі частинки  $(\rho - \rho_0)V$ :

$$P = (\rho - \rho_0)Vg, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина речовини частинки;

$\rho_0$  – густина середовища;

$V$  – об'єм частинки;

$g$  – прискорення вільного падіння.

У разі рівномірного осідання дисперсної частинки  $F = P$  (тобто сила ваги зрівноважена силою опору середовища) для сферичних частинок із рівнянь (1), (2) отримуємо:

$$6\pi\eta ru = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g,$$

звідки

$$u = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho_0)}{\eta} r^2.$$

Таким чином, основне рівняння седиментаційного аналізу, що пов'язує розмір частинок з їх швидкістю осідання, має вигляд

$$r = \sqrt{\frac{9\pi u}{2(\rho - \rho_0)g}} \quad (3)$$

Рівняння (1), (3) справедливі, якщо виконуються такі умови:

– частинки дисперсної фази є сферичними;

– частинки не заважають одна одній під час осідання, тому седиментаційний аналіз проводять у разі невеликих концентрацій дисперсної фази: 0,5–2%;

– швидкість осідання частинок є сталою;

– поверхня частинки добре змочується дисперсійним середовищем (ковзання між фазами не відбувається).

Якщо всі сталі величини в рівнянні (3) об'єднати в одну константу  $K$ :

$$K = \sqrt{\frac{9\eta}{2(\rho - \rho_0)g}}, \quad (4)$$

то рівняння для розрахунку еквівалентного радіуса частинок дисперсної фази набуде вигляду

$$r = K\sqrt{u}.$$

Очевидно, що

$$u = H/t,$$

де  $H$  – висота осідання частинок, м;

$t$  – час осідання, с.

Визначивши експериментально ці величини та розрахувавши константу  $K$ , можна обчислити еквівалентні радіуси частинок, які осідають за певний проміжок часу. Розмір частинок безпосередньо можна визначити лише для монодисперсної системи.

Для полідисперсних систем седиментаційний аналіз проводять методом безперервного зважування осаду. За експериментальними даними будують седиментаційну криву осідання, тобто залежність маси  $Q$  осілих частинок від часу осідання  $t$ .

Для побудови кривих розподілу частинок дисперсної фази за радіусами можна використовувати графічний або аналітичний способи.

Для оброблення даних седиментаційного аналізу використовують графічне диференціювання кривої накопичення осаду. Цей спосіб визначення кривої розподілу частинок за розмірами ґрунтується на рівнянні Сведберга–Одена [1]:

$$Q(t) = Q_i + \frac{dQ(t)}{dt} t, \quad (5)$$

де  $Q_i$  – маса частинок розміром, які повністю осіли до моменту  $t_i$ .

Рівняння (5) має простий фізичний зміст: швидкість збільшення маси осаду  $dQ/dt$  у будь-який заданий момент часу  $t$  зумовлена осіданням частинок, розмір яких менший  $r = r(t)$ . Оскільки до цього моменту часу нагромадження таких частинок відбувалося зі сталою швидкістю, добуток  $t(dQ/dt)$  є масою частинок розміром  $r < r_i$ , що осіли до часу  $t$  на шальку седиментометра, а залишок

$$Q_i = Q - t \left( \frac{dQ}{dt} \right)$$

масою більших частинок, що вже завершили осідання.

Маса  $Q_i$  графічно є відрізком, який відтиснає на осі ординат дотичну до кривої  $Q = f(t)$  для  $t = t_i$ . Проводячи такі дотичні до різних точок цієї кривої та визначаючи для кожної з них відповідні значення  $Q_i(r_i)$  і  $r_i$ , дістають дані для побудови інтегральної кривої розподілу частинок за радіусами

$$F(r) = Q_i(r_i)/Q_{\max}$$

У реальній полідисперсній системі значення  $r$  розподілені в деякому інтервалі від  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$ , а тому фракційний склад може бути охарактеризований відповідною функцією розподілу маси частинок за їхніми розмірами (диференціальну криву розподілу частинок за розмірами  $f(r_i)$ ). У цьому випадку

$$f(r) = - \frac{dQ(r)}{dr Q_{\max}}$$

являє собою частку маси частинок, що мають радіус в інтервалі від  $r$  до  $r+dr$ .

За результатами розрахунків значень  $Q_i(r_i)/Q_{\max}$  з кривої седиментації можна побудувати диференціальну криву розподілу частинок за розмірами в координатах

$$\frac{qV}{rV} = f(r_{i \text{ сеп.}}), \quad (6)$$

$$\text{де } q_i = \frac{Q_i(r_{\max}) - Q_i(r_{i-1})}{Q_{\max}};$$

$$q_i = \frac{Q_i(r_{i-1}) - Q_i(r_{i-2})}{Q_{\max}};$$

$$q_i = \frac{Q_i(r_1) - Q_i(r_{\max})}{Q_{\max}},$$

$$\Delta r_i = r_{\min} - r_{i-1};$$

$$\Delta r_i = r_{i-1} - r_{i-2};$$

$$\Delta r_i = r_1 - r_{\max}.$$

Залежність (6) є відношенням масової частки кожної фракції до інтервалу радіусів частинок у цій фракції  $\Delta r_i$  від середнього радіуса частинок фракції.

Положення максимуму на диференціальній кривій розподілу частинок за розмірами визначає переважаючий радіус  $R$  дисперсних частинок у суспензії.

Седиментаційний аналіз закінчується побудовою диференціальної, а потім інтегральної кривих розподілу частинок полідисперсної системи за радіусами. Основним недоліком графічного способу розрахунку фракційного складу суспензій є значна похибка визначення маси  $Q_i$  у разі проведення дотичних до кривої  $Q = f(t)$  для  $t = t_i$ .

Крім графічного способу розрахунку фракційного складу суспензій широко застосовують аналітичні способи оброблення експериментальних даних седиментаційного аналізу.

Найвідомішими з аналітичних залежностей вважаються логарифмічно-нормальний і узагальнений степеневий закон, окремим випадком якого є рівняння Розіна–Раммлера [2; 3], яке можна записати у вигляді

$$f(r) = b a A r^{a-1} \exp(-b r^a),$$

де  $A$  – постійна нормування;  
 $a, b$  – параметри розподілу.

У тих випадках, коли розподіл частинок за розмірами має дві (або декілька) вірогідніших фракцій, тобто диференціальні криві мають не один максимум, їх аналітичний опис стає складним завданням, оскільки традиційні вирази добре описують класичні розподіли з одним максимумом. Для опису двомодальних розподілів у чистому вигляді вони не придатні.

Практичний досвід вирішення подібних завдань дозволив використовувати для опису масового розподілу частинок за розмірами рівняння, створені на основі відомих і перевірених на практиці законів розподілу, наприклад, логарифмічно-нормального закону [4] з відповідними модами, дисперсіями та медіанами. Диференціальна функція розподілу частинок за розмірами в цьому разі виглядатиме так:

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r\sigma}} \exp\left[-\frac{(\ln r - \ln r_0)^2}{2\sigma^2}\right],$$

де  $r_0$  – медіана розподілу;

$\sigma^2$  – стандартне (середньоквадратичне) відхилення  $\ln r$  від його середнього значення.

Для тих випадків, коли розподіл частинок за розмірами близький до логарифмічно-нормального закону, М.М. Цюрупю [5; 6] запропоновано підхід, сутність якого полягає в тому, що залежність маси речовини, яка осіла в процесі седиментації, від часу можна описати рівнянням

$$Q = Q_{\max} \frac{t}{t + t_0}, \quad (7)$$

де  $t_0$  – час, протягом якого осіла половина частинок дисперсної фази суспензії.

Константа  $Q_{\max}$  характеризує масу частинок усієї дисперсної фази.

Зведення рівняння (7) до вигляду лінійної залежності:

$$\frac{t}{Q} = \frac{t_0}{Q_{\max}} + \frac{1}{Q_{\max}} t \quad (8)$$

дозволяє визначити константи  $Q_{\max}$  та  $t_0$ .

Тангенс кута нахилу прямої у координатах  $t/Q - t$  дорівнює  $1/Q_{\max}$ , а відрізок, відсічений лінійною залежністю на осі ординат, дорівнює величині  $t_0/Q_{\max}$ .

Далі можна побудувати інтегральну

$$\frac{Q_i}{Q_{\max}} = F(r)$$

та диференціальну

$$f(r) = -\frac{dQ(r)}{drQ_{\max}}$$

криві розподілу, використовуючи аналітичний метод.

Для цього, виконавши необхідні перетворення, скориставшись формулами (7), (8) та виразом  $r$  через  $t$ , отримаємо:

$$F(r) = \frac{Q_i(r)}{Q_{\max}} = \left(\frac{r_0^2}{r_0^2 + r^2}\right)^2, \quad (9)$$

де  $r_0 = K \sqrt{\frac{H}{t_0}}$ .

Рівняння (9) є аналітичним виразом інтегральної кривої розподілу частинок.

Для отримання диференціальної кривої розподілу скористаємось похідною  $\frac{dQ(r)}{drQ_{\max}}$  і з урахуванням рівняння (8) отримаємо:

$$f(r) = -\frac{dQ(r)}{drQ_{\max}} = \frac{4rr_0^4}{(r_0^2 + r^2)^3}. \quad (10)$$

Недоліком аналітичних розрахунків за рівняннями (9) та (10) є те, що вони передбачають попередню аргументацію того, що розподіл частинок полідисперсної системи за радіусами близький до логарифмічно-нормального закону розподілу. Якщо такої аргументації немає, то використання рівнянь (9) та (10) призведе до неправильних висновків про фракційний склад полідисперсної суспензії.

### Вирішення проблеми

Запропонований метод базується на пропозиціях З.М. Яремко та М.Н. Солтис [7] щодо використання кусково-лінійної апроксимації для опису кривої седиментації. За допомогою числового методу оброблення даних седиментаційного аналізу можна визначити фракційний склад полідисперсної

суспензії незалежно від закону розподілу частинок полідисперсної системи за радіусами.

Для монодисперсної системи маса осаду  $Q_1$  з часом буде збільшуватись пропорційно масі частинок, що містяться у шарі суспензії одиничної товщини та швидкості осідання частинок, тобто:

$$Q_1 = m_1 = \frac{m_{1,\text{зар}}}{H} ut, \quad (11)$$

або

$$Q_1 = m_1 = \frac{m_{1,\text{зар}}}{t_1} t,$$

де  $m_{1,\text{зар}}$  – загальна маса частинок;

$t_1$  – час повного осідання частинок певного радіуса з висоти  $H$ ,

Рівняння (11) справедливе для часу  $t \leq t_1$ .

Виходячи з припущення незалежності руху кожної частинки від інших можна записати, що для  $n$ -дисперсної системи маса осаду з часом буде описуватися рівнянням

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n m_i,$$

причому

$$m_i = \frac{m_{i,\text{зар}}}{t_i} t \quad (12)$$

тільки за умов, що  $t \leq t_i$ , а якщо  $t > t_i$ , то  $m_i = m_{i,\text{зар}}$ .

Такі умови можна виконати, якщо рівнянню (12) надати вигляду:

$$m_i = \frac{m_{i,\text{зар}}}{t_i} t \left( \frac{1}{2} + \frac{t_i - t}{2\sqrt{(t_i - t)^2}} \right) + m_{i,\text{зар}} \left( \frac{1}{2} - \frac{t_i - t}{2\sqrt{(t_i - t)^2}} \right). \quad (13)$$

Для усунення невизначеності значень  $m_i$  за  $t = t_i$ , для зручності використання розрахунків рівняння (13) потрібно використовувати у вигляді:

$$m_i = \frac{m_{i,\text{зар}}}{2t_i} t \left( 1 + \frac{\delta + t_i - t}{\delta + \sqrt{(t_i - t)^2}} \right) + \frac{m_{i,\text{зар}}}{2} \left( 1 - \frac{\delta + t_i - t}{\delta + \sqrt{(t_i - t)^2}} \right),$$

де  $\delta$  – деяка досить мала величина, наприклад,  $10^{-9}$  с.

Тоді для  $n$ -дисперсної системи маса осаду з часом буде описуватися рівнянням

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n m_i = \sum_{i=1}^n \frac{m_{i,\text{зар}}}{2t_i} t \left( 1 + \frac{\delta + t_i - t}{\delta + \sqrt{(t_i - t)^2}} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{m_{i,\text{зар}}}{2} \left( 1 - \frac{\delta + t_i - t}{\delta + \sqrt{(t_i - t)^2}} \right). \quad (14)$$

Рівнянням (14) можна описувати будь-яку седиментаційну криву незалежно від закону розподілу частинок полідисперсної системи за радіусами.

Для практичного використання рівняння (14) потрібно полідисперсну суспензію розглядати як  $n$ -дисперсну, причому кількість експериментальних вимірювань залежності маси осаду від часу має бути більшою або дорівнювати кількості фракцій. Опис експериментальних даних рівнянням (14) дає можливість визначати фракційний склад полідисперсної суспензії.

Розрахунок фракційного складу (величин  $m_{i,\text{зар}}$ ) базується на визначенні таких величин  $m_{i,\text{зар}}$ , для яких теоретична седиментаційна й експериментальна криві найкращим чином збігаються. Звичайно, для розв'язання таких задач використовують метод найменших квадратів:

$$F(t, m_{1,\text{зар}}, m_{2,\text{зар}}, m_{3,\text{зар}}, \dots, m_{n,\text{зар}}) = \sum_{j=1}^k (Q(t_j) - Q_{\text{екс}}(t_j))^2 = \min, \quad (15)$$

де  $k$  – кількість експериментальних вимірювань ( $k \geq n$ ).

Для знаходження мінімуму цільової функції

$$F(t, m_{1,\text{зар}}, m_{2,\text{зар}}, m_{3,\text{зар}}, \dots, m_{n,\text{зар}}) = \min$$

існують різні методи [8].

Досить зручним для практичних розрахунків величин  $m_{1,зар}, m_{2,зар}, m_{3,зар}, \dots, m_{n,зар}$  рівнянням (15) є метод Ньютона, який вбудований в MS EXCEL у програмі ПОИСК РЕШЕНИЯ.

Проілюструємо можливості використання рівняння (14) та порівняємо їх з результатами оброблення седиментаційних даних за рівнянням М. М. Цюрупи.

Розглянемо модельну суспензію, яка складається з 50 фракцій частинок з масою кожної фракції 2 мг та радіусами від 1 до 132,5 мкм. Для розгляду седиментації природних суспензій визначимо значення  $K$  з рівняння (4) за умов, що за седиментації частинок водної суспензії глини

$$\begin{aligned} \eta &= 1 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}; \\ \rho &= 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \\ \rho_0 &= 1,00 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \\ K &= 5,3544 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{1/2} \text{ м}^{1/2}, \end{aligned}$$

висота осідання частинок  $H = 0,1\text{м}$ .

Залежність маси  $Q$  частинок модельної суспензії від часу осідання  $t$  (табл. 1) визначаємо за рівнянням (14). Розрахунки величин  $m_{1,зар}, m_{2,зар}, m_{3,зар}, \dots, m_{50,зар}$  за рівнянням (14) методом Ньютона підтверджують, що розподіл фракцій рівномірний, причому маса кожної фракції становить 2 мг. Розв'язання рівняння (8) для опису даних, наведених у табл. 1, показує, що воно добре описує седиментаційну криву осідання частинок.

Таблиця 1

Залежність маси  $Q$  частинок модельної суспензії від часу осідання  $t$

$t, \text{с}$	$Q, \text{мг}$	$t, \text{с}$	$Q, \text{мг}$	$t, \text{с}$	$Q, \text{мг}$	$t, \text{с}$	$Q, \text{мг}$
28669,7	100,00	1587,3	84,26	509,7	66,98	248,1	49,66
18348,6	99,28	1415,8	82,93	477,3	65,65	236,9	48,33
12742,1	98,28	1270,7	81,61	448,0	64,32	226,5	46,99
9361,5	97,14	1146,8	80,28	421,2	62,98	216,8	45,66
7167,4	95,94	1040,2	78,95	396,8	61,65	207,7	44,33
5663,2	94,69	947,8	77,62	374,5	60,32	199,1	42,99
4587,2	93,42	867,1	76,29	353,9	58,99	191,1	41,66
3791,0	92,13	796,4	74,97	335,1	57,66	183,5	40,33
3185,5	90,83	733,9	73,64	317,7	56,32	176,4	39,00
2714,3	89,53	678,6	72,30	301,6	54,99	169,6	37,66
2340,4	88,21	629,2	70,97	286,7	53,66	163,3	36,33
2038,7	86,90	585,1	69,64	272,9	52,32		
1791,9	85,58	545,4	68,31	260,0	50,99		

Дійсно, для розглянутої модельної полідисперсної суспензії, для якої розподіл частинок за радіусами рівномірний і відрізняється від логарифмічно-нормального закону, рівняння (8) теж справедливе. Так, для розглянутого прикладу рівномірного розподілу мас частинок за радіусами рівняння (8) досить адекватно описує дані седиментаційної системи (рис. 1), оскільки коефіцієнт достовірності дуже близький до 1 ( $R^2 = 0,99995$ ).

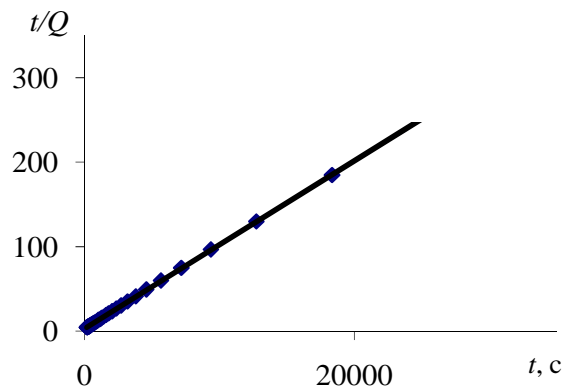


Рис. 1. Залежність відношення  $t/Q$  від часу осідання  $t$  для модельної суспензії

Інтегральні криві розподілу маси частинок модельної полідисперсної системи за радіусами, які розраховані з використанням рівнянь (8), (14), показано на рис. 2.

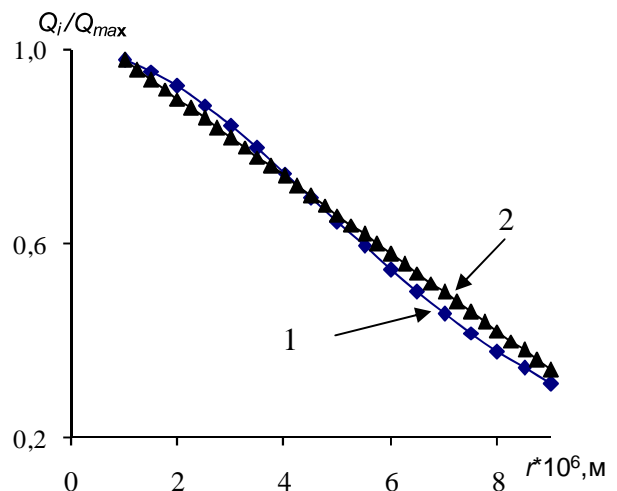


Рис. 2. Інтегральні криві розподілу маси частинок модельної суспензії за радіусами: 1 – логарифмічно-нормальний закон розподілу; 2 – рівномірний закон розподілу

Залежність для інтегральної кривої логарифмічно-нормального закону розподілу незначно відрізняється від рівномірного закону розподілу. Однак визначення переважного радіуса  $R$  з диференціальної кривої розподілу маси частинок модельної суспензії за радіусами дисперсних частинок у суспензії буде помилковим.

Із рис. 3, а видно, що  $R \approx 4,5$  мкм, що не відповідає дійсності.

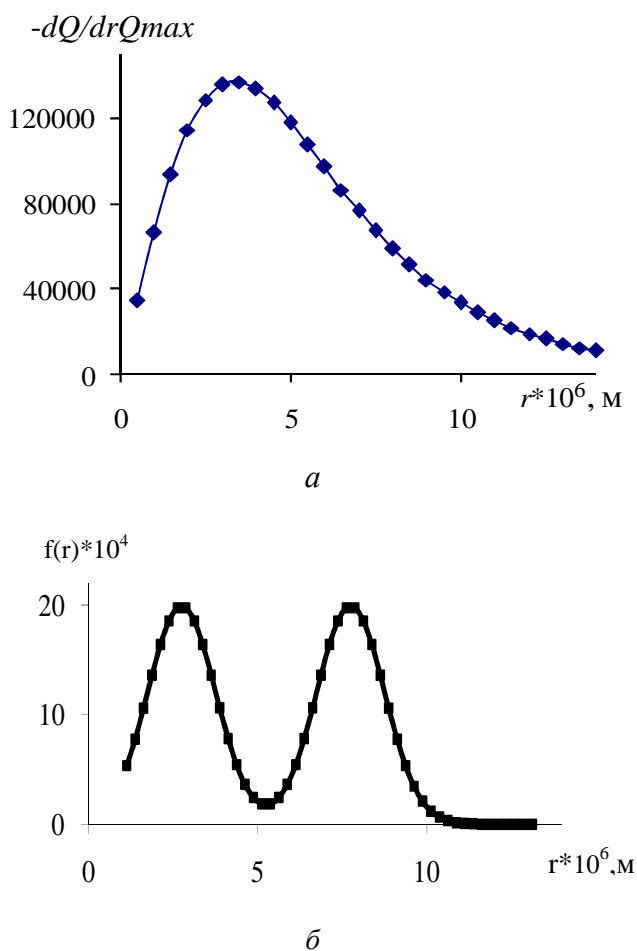


Рис. 3. Диференціальна крива розподілу маси частинок модельної суспензії за радіусами:  
а – логарифмічно-нормальний закон розподілу;  
б – двомодальна функція розподілу

Запропоноване оброблення даних седиментаційного аналізу можна використовувати під час існування складних законів розподілу частинок полідисперсної системи за радіусами, які для природних суспензій можуть бути будь-якими.

Якщо диференціальна крива розподілу містить два максимуми (двомодальна функція розподілу маси частинок модельної суспензії за радіусами), то оброблення даних, що наведені у табл. 2, за рівнянням (14) дозволяє визначити фракційний склад полідисперсної системи.

Таблиця 2

Залежність маси  $Q$  частинок від часу осідання  $t$

t,с	Q,мг	t,с	Q,мг	t,с	Q,мг	t,с	Q,мг
28669	98,9	1587	74,7	509	55,3	248	31,3
18348	98,6	1415	72,3	477	53,7	236	29,9
12742	98,0	1270	70,3	448	51,9	226	28,6
9361	97,1	1146	68,4	421	50,0	216	27,3
7167	95,9	1040	66,7	396	48,0	208	26,2
5663	94,4	947	65,2	374	45,9	199	25,1
4587	92,5	867	63,9	353	43,9	191	24,1
3791	90,3	796	62,7	335	41,8	184	23,1
3185	87,9	733	61,5	317	39,8	176	22,2
2714	85,3	678	60,4	301	37,9	169	21,4
2340	82,5	629	59,3	286	36,1	163	20,6
2038	79,8	585	58,1	272	34,4		
1791	77,1	545	56,7	260	32,8		

Визначення величин  $m_{1,зар}, m_{2,зар}, m_{3,зар}, \dots, m_{50,зар}$  за рівнянням (14) з використанням методу Ньютона, дозволяє побудувати інтегральну та диференціальну криві розподілу маси частинок модельної полідисперсної системи за радіусами.

Диференціальну криву розподілу маси частинок для даних табл. 2 показано на рис. 3, б.

Проведені розрахунки показують, що рівняння (14) можна використовувати для опису кривої седиментації та визначення фракційного складу будь-якої полідисперсної системи.

### Висновки

Для використання аналітичного рівняння Цюрупи необхідно аргументувати близькість розподілу частинок полідисперсної системи за радіусами до логарифмічно-нормального

закону розподілу. Якщо такої аргументації немає, то використання рівняння призведе до неправильних висновків про фракційний склад полідисперсної суспензії.

Запропонований підхід оброблення даних седиментаційного аналізу з використанням методу Ньютона не залежить від закону розподілу частинок полідисперсної системи за радіусами, який для природних суспензій може бути будь-яким, наприклад, з двома максимумами на диференціальній кривій розподілу (двомодальна функція).

### Література

1. *Фигуровский Н.А.* Современные методы седиментометрического анализа суспензий и эмульсий / Н.А. Фигуровский. – М.: Наука, 1939. – 198 с.
2. *Batel W.* Vergleiche zwischen der Gaupschen Normalverteilung und Verteilungsfunktionen nach Rosin, Rammner und Sperling / W. Batel // *Chemie-Ing.-Techn.* – 1954. – Vol.26, №2. – S. 72–74.
3. *Nölle G.* Der Unterschied zwischen logarithmisch normal - und Rosin-Rammner - Sperling – verteilten Pulvern / G. Nölle // *Selikattechnik.* – 1968. – Vol.19, Heft 3. – S. 86–90.
4. *Колмогоров А.Н.* О логарифмически-нормальном законе распределения частиц при дроблении / А.Н. Колмогоров // *ДАН СССР.* – 1941. – Т.31, №2. – С. 99–101.
5. *Цюрупа Н.Н.* Распределение диспергированной фазы по размеру частиц / Н.Н. Цюрупа // *Коллоидный журн.* – 1964. – Т.26, №1. – С. 117–125.
6. *Цюрупа Н.Н.* Получение кривых распределения порошка по размеру частиц / Н.Н. Цюрупа // *Хим. пром-сть.* – 1961. – №3. – С. 185–190.
7. *Расчет дисперсного состава суспензий по данным седиментационного анализа с помощью ЭВМ* / З.Н. Яремко, М.Н. Солтыс, Л.Б. Федущинская, В.Д. Гаврилов // *Журн. прикл. химии.* – 1982. – Т.55, №7. – С. 1547–1550.
8. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. – М.: Наука, 1976. – 520 с.

Стаття надійшла до редакції 18.05.10.