

СУЧАСНІ АВІАЦІЙНО-КОСМІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 539.4

В.В. Астанін, д.т.н., проф.
 М.М. Бородачов, д.т.н., проф.
 С.Ю. Богдан, к.т.н., доц.

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ
 ГРАНИЧНОГО СТАНУ МАГІСТРАЛЬНОГО ТРУБОПРОВОДУ
 ЗА НАЯВНОСТІ КОРОЗІЙНИХ ПОШКОДЖЕНЬ

Національний авіаційний університет
 E-mail: aviacosm@nau.edu.ua

Розглянуто задачу визначення граничного стану труби великого діаметра за наявності корозійних пошкоджень. Запропоновано модифікований метод його оцінювання з використанням методу скінченних елементів. Проаналізовано декілька прикладів.

The problem for ultimate limit state determination of large-diameter pipe in the presence of corrosion damages was considered and a modified method of its evaluation applying finite elements method was proposed. Some samples were analyzed.

Рассмотрена задача определения предельного состояния трубы большого диаметра при наличии коррозионных повреждений. Предложен модифицированный метод его оценки с применением метода конечных элементов. Проанализировано несколько примеров.

Вступ

Для визначення граничного стану труби, яка перебуває під дією внутрішнього тиску, запропоновано модифікований метод з більшою точністю результатів. Цей метод застосовується для труби великого діаметра та інших елементів конструкцій (будівельних, машинобудівельних, авіаційних та ін.).

Приклад використання запропонованого методу детально ілюструється аналізом, зведеним до числових результатів.

Проблеми розрахунку трубопроводів на міцність за наявності у них пошкоджень обґрунтовано в нормативних документах [1–5] та наведені у роботах [8–11].

Постановка задачі

Вирізаємо елемент у стінці труби, де є корозійне пошкодження, отримане в процесі експлуатації (рис. 1).

Напруження σ_θ , яке потрібно прикласти до торців цього елемента, можна визначити з рівняння Лапласа:

$$\frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} + \frac{\sigma_m}{\rho_m} = \frac{p}{t}, \quad (1)$$

де σ_θ , σ_m – колове та меридіональне напруження відповідно;

ρ_θ , ρ_m – радіуси кривизни у коловому та меридіональному напрямках;

p – внутрішній тиск;

t – товщина стінки труби.

Для циліндричної ділянки труби

$\rho_m = \infty$.

Тоді з рівняння (1) отримуємо

$$\sigma_\theta = \frac{pD}{2t},$$

де D – діаметр труби.

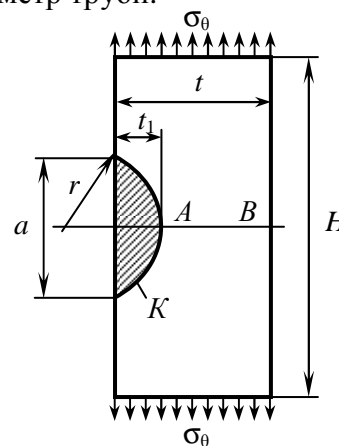


Рис. 1. Розрахункова схема елемента труби: K – ділянка корозійного пошкодження

Вважаємо, що корозійне пошкодження обмежено дугою кола, тоді

$$r = \frac{a^2 + 4t_1^2}{8t_1},$$

де r – радіус дуги кола;

t_1 , a – глибина та довжина корозійного пошкодження стінки труби відповідно.

Вважаємо, що матеріал труби однорідний та ізотропний.

Для визначення граничного стану елемента труби потрібно визначити напружений і деформований стан цього елемента.

Задача про напружено-деформований стан елемента, який розглядається за відповідних граничних умовах, зводиться до інтегрування диференціального рівняння теорії пружності в переміщеннях

$$\frac{1}{1-2\nu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} + \nabla^2 \vec{u} + \frac{\rho}{\mu} \vec{K} = 0, \quad (2)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона;

\vec{u} – вектор переміщень;

∇^2 – оператор Лапласа;

ρ – густина матеріалу;

μ – модуль зсуву;

$\rho \vec{K}$ – об'ємна сила.

Отримати точний аналітичний розв'язок поставленої задачі очевидно неможливо.

Мета роботи – побудова наближеного числового розв'язку означеної задачі з використанням методу скінченних елементів (МСЕ).

У результаті аналізу отримані досить точні величини напружень і переміщень у небезпечному перерізі розглянутого елемента труби (рис. 1).

Використовуючи МСЕ, вихідне диференціальне рівняння (2) замінюємо системою алгебричних рівнянь, яка містить невідомі параметри.

Варіаційні принципи є надійним та ефективним інструментом для отримання цих рівнянь для невідомих параметрів.

У процесі розв'язання задачі теорії пружності в переміщеннях зазвичай застосовують варіаційний принцип мінімуму потенціальної енергії системи. Потенціальна енергія системи Φ має властивість стаціонарності

$$\delta\Phi = 0,$$

$$\Phi = \iiint_V A d\tau - \iiint_V \rho \vec{K} \vec{u} d\tau - \iint_{O_2} \vec{F} \vec{u} d\sigma,$$

де δ – символ варіації;

V – об'єм пружного тіла;

A – питома потенціальна енергія;

O_2 – частина поверхні тіла, на якій задані статичні крайові умови;

\vec{F} – поверхнева сила (віднесена до одиниці густини).

Потенціальна енергія Φ – це функціонал над вектором переміщень \vec{u} , числове значення якого змінюється разом із вектором \vec{u} . Диференціальне рівняння (2) і крайові умови отримують із розгляду варіації функціонала Φ .

У процесі розв'язання задачі теорії пружності в переміщеннях з використанням МСЕ спочатку знаходять компоненти вектора переміщень, а потім компоненти тензорів напружень і деформацій.

Модифікований метод визначення граничного стану

У результаті розв'язання задачі про напружено-деформований стан елемента (рис. 1) із використанням МСЕ можна визначити напруження в небезпечному перерізі AB . Упору розподілу напруження σ_y у перерізі AB (штрихова лінія) показано на рис. 2.

На рівні граничного напруження σ_B проводимо горизонтальну пряму до перетину з штриховою епюрою. У результаті визначаємо розмір c_1 зони, в якій матеріал перебуває у граничному стані. Однак це значення величини c_1 буде дещо наближеним. Більш точний розмір c зони, в якій матеріал перебуває в граничному стані, можна знайти, якщо врахувати частину площі епюри σ_y , розміщену вище від рівня σ_B .

Щоб знайти більш точне значення (тобто величину c) потрібно дещо перебудувати епюру напружень σ_y . Початкову криву σ_y позначимо f_1 , а нову криву $-f_2$ (рис. 2).

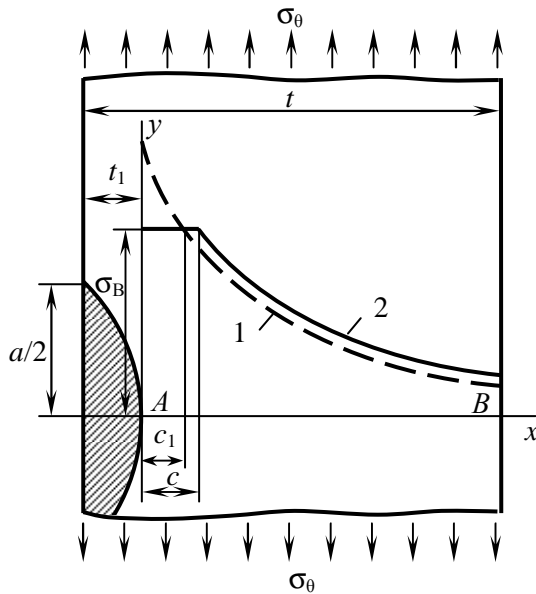


Рис. 2. Епюри напружень σ_y :
1 – крива f_1 ;
2 – крива f_2

Площі під кривими f_1 та f_2 мають бути однаковими. Епюра f_2 показана суцільною лінією.

За методом допустимих напружень елемент конструкції досягне граничного стану, коли в небезпечній точці напруження буде дорівнювати σ_B .

На рис. 2 небезпечною буде точка A . У разі досягнення в небезпечній точці граничного напруження σ_B зазвичай руйнування елементу конструкції ще не відбувається. Щоб фактичне руйнування відбулося, необхідно, щоб зона граничного стану матеріалу (в околі небезпечної точки) досягла критичного розміру $c_{кр}$.

Однак перш ніж визначити величину $c_{кр}$, потрібно спочатку знайти величину c (рис. 2), яка визначає розмір ділянки граничного стану матеріалу з заданого значення напруження $\sigma_0 = \sigma_\theta$ (або тиск у трубі p).

Припустимо, що

$$f_1(x) = \sigma_0 \sum_n \alpha_n x^n \quad (0 \leq x \leq t - t_1),$$

$$f_2(x) = \begin{cases} \sigma_B & (0 \leq x \leq c), \\ \sigma'_0 \sum_n \alpha_n x^n & (c \leq x \leq t - t_1). \end{cases} \quad (3)$$

Оскільки площі під епюрами f_1 та f_2 мають бути однакові, то

$$\int_0^{t-t_1} f_1(x) dx = \int_0^{t-t_1} f_2(x) dx.$$

З урахуванням виразів (3), отримуємо:

$$\sigma_0 \int_0^{t-t_1} \sum_n \alpha_n x^n dx = \sigma'_0 \int_c^{t-t_1} \sum_n \alpha_n x^n dx + c \sigma_B. \quad (4)$$

Розсічемо елемент, що розглядається, вздовж осі x та розглянемо рівновагу верхньої частини. Тоді

$$\int_0^{t-t_1} f_1(x) dx = t \sigma_0. \quad (5)$$

Далі

$$\sigma'_0 \int_c^{t-t_1} \sum_n \alpha_n x^n dx = \sigma'_0 \int_0^{t-t_1} \sum_n \alpha_n x^n dx - \sigma'_0 \int_0^c \sum_n \alpha_n x^n dx. \quad (6)$$

З урахуванням співвідношень (5), (6) формула (4) набуває вигляду

$$t \sigma_0 = c \sigma_B + \sigma'_0 t - \sigma'_0 \int_0^c \sum_n \alpha_n x^n dx. \quad (7)$$

Далі маємо в точці

$$x = c, \quad \sigma_B = f_2.$$

Отже,

$$\sigma_B = \sigma'_0 \sum_n \alpha_n c^n. \quad (8)$$

Використовуючи формули (7), (8), можна знайти величину c . Задаючи величину c із рівняння (8), знаходимо σ'_0 . Потім, підставляючи c і σ'_0 у формулу (7), визначаємо напруження σ_0 . Таким чином можна побудувати графік залежності σ_0 від c . Цей графік у вигляді кривої $g(c)$ показано на рис. 3.

Графік установлює залежність довжини зони граничного стану матеріалу від величини напруження, прикладеного до торців елемента труби, який розглядається. Криву, зображену на рис. 3, можна апроксимувати алгебричним поліномом

$$g(c) = \sum_n \beta_n c^n.$$

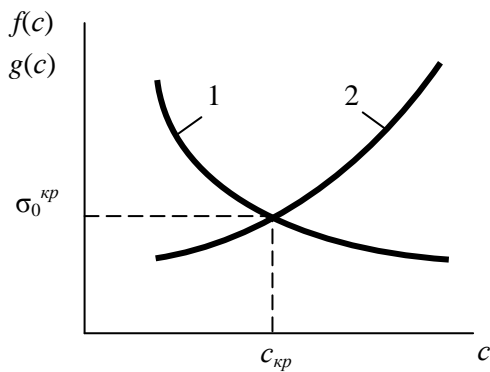


Рис. 3. Графіки функцій:
1 – функція $f(c)$;
2 – функція $g(c)$

Щоб сталося фактичне руйнування елемента конструкції, зона граничного стану має досягти критичного розміру c_{kp} . Для визначення величини c_{kp} потрібно крім функції $g(c)$ мати ще функцію $f(c)$, яка встановлює залежність критичної довжини тріщини від прикладеного навантаження.

Для побудови функції $f(c)$ розглянемо той самий елемент труби, але з тріщиною, яка виходить із небезпечної точки A (рис. 4).

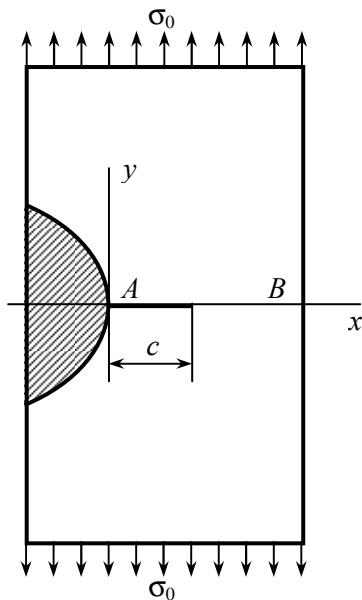


Рис. 4. Елемент труби з тріщиною

Коефіцієнт інтенсивності напружень нормального відриву K_1 у цьому випадку можна визначити за формулою

$$K_1 = \frac{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \mu v(x_0, +y_0) - v(x_0, -y_0)}{4(1-\nu) (c-x_0)^{1/2}}, \quad (9)$$

де $v(x, y)$ – проекція переміщення поверхні тріщини на вісь y .

Величина y_0 має дорівнювати половині товщини тріщини, а $(c-x_0)$ – товщині тріщини.

За допомогою МСЕ розв'язуємо задачу про напружено-деформований стан елемента труби з тріщиною (рис. 4). У результаті знаходимо переміщення v поверхні тріщини у потрібних точках. Потім за формулою (9) знаходимо K_1 .

Повторюючи цю процедуру для декількох значень довжини тріщини c , можемо побудувати графік залежності K_1 від c (рис. 5).



Рис. 5. Графік $K_1(c)$

Криву, зображену на рис. 5, апроксимуємо поліномом

$$K_1 = \sum_n \gamma_n c^n. \quad (10)$$

Залежність (10) відповідає заданому значенню напруження σ_0 , наприклад, $\sigma_0 = 100$ МПа. У випадку будь-якого значення σ_0 формула (10) набуває вигляду

$$K_1 = \frac{\sigma_0}{100} \sum_n \gamma_n c^n. \quad (11)$$

Застосовуючи до виразу (11) умову Ірвіна, знаходимо

$$f(c) = \frac{100K_{1c}}{\sum_n \gamma_n c^n},$$

де K_{1c} – критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень.

Графік функції $f(c)$ показано на рис. 3.

Абсциса точки перетину кривих $f(c)$ та $g(c)$ дає значення критичної довжини тріщини c_{kp} .

Критичне напруження σ_0^{kp} можна визначити так:

$$\sigma_0^{kp} = f(c_{кр}) = g(c_{кр}).$$

Числові значення $c_{кр}$ і σ_0^{kp} можна визначити графічно (рис. 3) або числовим розв'язанням рівняння

$$f(c) - g(c) = 0.$$

Аналіз граничного стану трубопроводу із застосуванням модифікованого методу

Механічні характеристики труби, виконаної з матеріалу сталь 17Г1С такі:

– модуль пружності $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа;

– коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,28$;

– модуль зсуву $\mu = 7,9 \cdot 10^4$ МПа;

– границя міцності $\sigma_B = 520$ МПа;

– границя текучості $\sigma_T = 360$ МПа;

– критичний коефіцієнт інтенсивності напружень $K_{IC} = 50$ МПа·м^{1/2}.

Задачу розв'язуємо за допомогою МСЕ.

Геометричні характеристики труби:

– зовнішній діаметр $D = 1020$ мм;

– товщина стінки $t = 10$ мм;

– задана довжина фрагмента труби $H = 40$ мм (рис. 1).

Проаналізовано напружено-деформовані стани, що виникають у стінці труби через утворення корозійного пошкодження. Досліджувались чотири розміри глибини корозії t_1 , які становлять 10, 20, 30, 40% товщини стінки труби, та чотири довжини c можливих тріщин 1, 2, 3, 4 мм.

Розрахункові схеми конструктивного елемента труби показано на рис. 1 та 4.

Основні положення запропонованого методу докладніше викладено для зразка у разі пошкодження стінки труби 10% (глибина корозії $t_1 = 1$ мм).

На першому етапі досліджували напружено-деформований стан конструктивного елемента в небезпечному перерізі за $\sigma_\theta = \sigma_0 = 100$ МПа.

За отриманими даними величин нормальних напружень σ_y у перерізі формуємо інтеполяційний поліном $f_1(x)$ у вигляді

$$f_1(x) = \sigma_0 \sum_n \alpha_n x^n = 100 \cdot (1,743 - 0,176x - 0,795x^2 + 1,286x^3 - 0,853x^4 + 0,259x^5 - 0,029x^6).$$

Для розв'язання системи рівнянь (7) і (8) обчислювали відповідні величини множників, задаючись значеннями довжини c (табл. 1).

Таблиця 1

Алгоритм визначення напруження σ_0 , прикладеного до торців елемента

c , мм	$f_1(c)$, МПа	σ'_0 , МПа	$\int_0^c f_1(x) dx$	σ_0 , МПа
1	143,350	362,749	157,9	357,471
1,5	134,207	387,461	227,3	377,391
1,75	129,679	400,990	260,3	387,612
2	125,619	413,950	292,2	396,994
2,25	123,070	422,524	323,2	402,964
2,5	122,743	423,649	353,9	403,720
3	121,207	429,018	415,5	406,761

Функціональна залежність σ_0 від c набула вигляду

$$g(c) = \sigma_0(c) = 270,88 + 96,685c + 109,116c^2 - 250,992c^3 + 182,942c^4 - 57,856c^5 + 6,696c^6.$$

Графік функції $g(c)$, показаний на рис. 6, установлює залежність довжини зони граничного стану матеріалу від величини напруження, прикладеного до торців елемента труби, який розглядається.

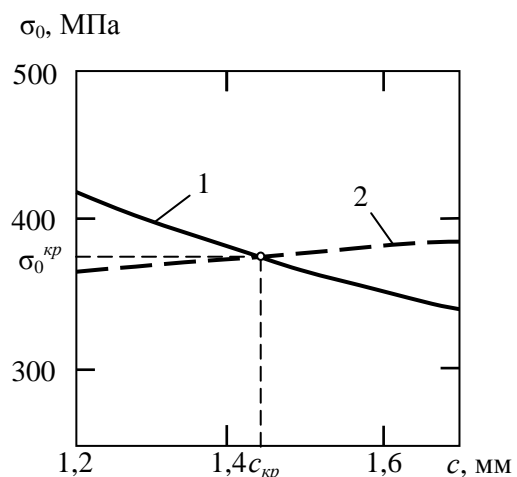


Рис. 6. Графічне визначення критичних величин модифікованим методом:

1 – функція $f(c)$;

2 – функція $g(c)$

На другому етапі для побудови функції $f(c)$, що встановлює залежність критичної довжини тріщини від прикладеного навантаження, досліджували напружено-деформований стан розглянутого елемента труби за наявності пошкодження та тріщини, яка виходить із небезпечної точки A (рис. 4). Аналізували поле переміщень біля вершини тріщини (табл. 2).

Таблиця 2

**Переміщення біля вершини тріщини
($t_1 = 1$ мм)**

c , мм	1	2	3	4
$v(x_0, +y_0)$	0,0117	0,0134	0,0159	0,0197
$v(x_0, -y_0)$	0,0101	0,0110	0,0124	0,0144

Коефіцієнт інтенсивності напружень нормального відриву K_I у цьому випадку визначали за формулою (9). Наприклад, за $c = 1$ мм та товщини тріщини $\delta = c - x_0 = 0,1$ мм:

$$K_I = \frac{(2\pi)^{\frac{1}{2}} 7,9 \cdot 10^{10}}{4(1-0,28)} \cdot \frac{(11,645-10,074) \cdot 10^{-6}}{(0,1 \cdot 10^{-3})^{\frac{1}{2}}} = 10,799 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}.$$

Повторюючи цю процедуру для декількох значень довжини тріщини 1, 2, 3, 4 мм, отримуємо відповідні величини 10,779; 16,642; 24,334; 36,528 МПа·м^{1/2}.

За цими даними апроксимуємо поліномом

$$K_I = 4,152 + 7,933x - 1,729x^2 + 0,442x^3. \quad (12)$$

Залежність (12) відповідає заданій величині напруження $\sigma_0 = 100$ МПа.

Для будь-якого значення σ_0 функціональна залежність набуває вигляду

$$K_I = \frac{\sigma_0}{100} (4,152 + 7,933x - 1,729x^2 + 0,442x^3). \quad (13)$$

Застосовуючи до виразу (13) умову Ірвіна, будемо функцію, яка визначає залежність критичної довжини зони граничного стану матеріалу від величини зовнішніх впливів:

$$f(c) = \frac{100 \cdot 50}{4,152 + 7,933x - 1,729x^2 + 0,442x^3},$$

коли критичний коефіцієнт інтенсивності напружень $K_{IC} = 50$ МПа·м^{1/2}.

Графік функції $f(c)$ показано на рис. 6.

Абсциса точки перетину кривих $f(c)$ та $g(c)$ визначає критичну довжину тріщини $c_{кр}$ за глибини корозії $t_1 = 1$ мм (рис. 6).

Розв'язуючи чисельно або графічно рівняння

$$f(c) - g(c) = 0,$$

отримуємо критичну довжину тріщини $c_{кр}$ та критичне значення зовнішніх впливів $\sigma_0^{кр}$, за якого відбувається повне руйнування ділянки труби:

$$c_{кр} = 1,443 \text{ мм};$$

$$\sigma_0^{кр} = f(1,443) = g(1,443) = 375,119 \text{ МПа}.$$

Таким чином, за глибини корозійного пошкодження 10 % критична довжина зони граничного руйнування $c_{кр} = 1,443$ мм, критичне значення напруження

$$\sigma_0^{кр} = 375,119 \text{ МПа}.$$

Також було обчислено наближений розмір c_1 зони, в якій матеріал перебуває у граничному стані (рис. 2), та виконано порівняльні розрахунки (табл. 3, рис. 7).

Побудовано залежність $g'(c)$. Точка перетину кривих $f(c)$ та $g'(c)$ дає наближені значення критичних величин:

Таблиця 3

Результати порівняльного аналізу

c , мм	σ_0 , МПа	c_1 , мм
1	357,471	0,901
1,5	377,391	1,299
1,75	387,612	1,503
2	396,994	1,677
2,25	402,964	1,786
2,5	403,720	1,800
3	406,761	1,856

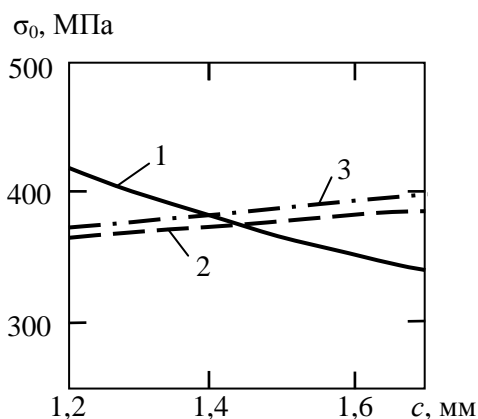


Рис. 7. Порівняльні результати обчислень:
 1 – функція $f(c)$;
 2 – функція $g(c)$;
 3 – функція $g'(c)$

– занижену на 3,05% довжину тріщини $c_{кр}' = 1,399 \text{ мм}$;
 – завищену на 1,9% величину напруження $\sigma_0^{кр''} = 382,412 \text{ МПа}$.

Аналогічно для кожного випадку корозійного пошкодження отримано відповідні значення критичного напруження, прикладеного до торців елемента труби, який розглядається, і критичні довжини зони граничного руйнування.

Так, для корозій стінки труби 20, 30, 40% побудовано відповідні функціональні залежності, що ілюструють розроблений модифікований метод розрахунку граничного стану елемента.

Отримані граничні стани наведено в табл. 4 та на рис. 8.

Таблиця 4

Критичні величини напруження $\sigma_0^{кр}$ та довжини граничної зони $c_{кр}$

Глибина корозії, %	$c_{кр}, \text{ мм}$	$\sigma_0^{кр}, \text{ МПа}$
10	1,443	375,119
20	1,316	268,917
30	1,201	188,089
40	1,194	130,356

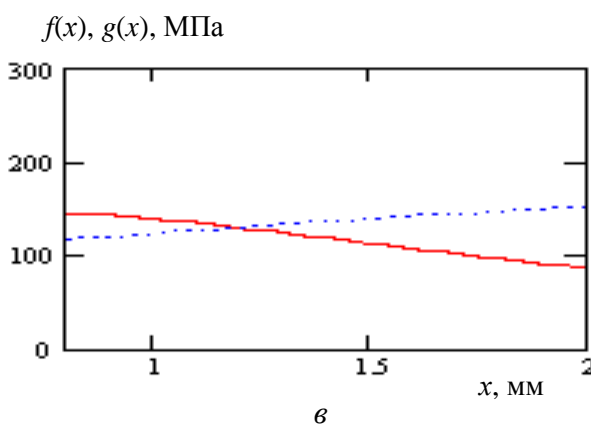
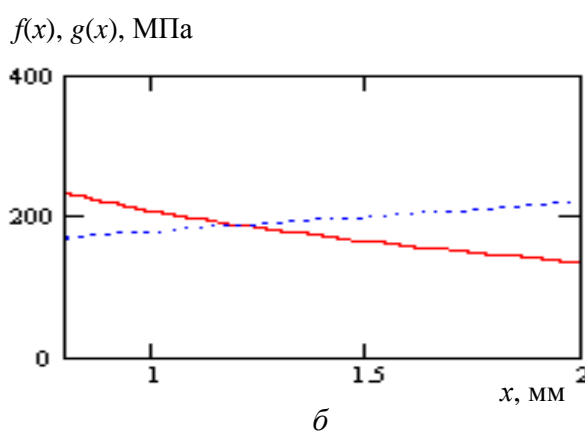
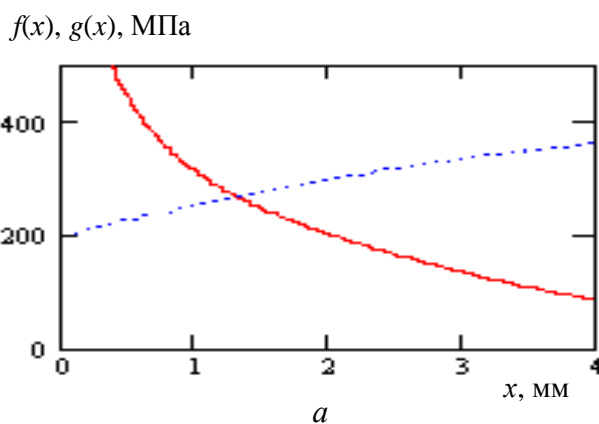


Рис. 8. Граничні стани у пошкодженій стінці труби:
 $F(x)$ – суцільна лінія;
 $g(x)$ – пунктирна лінія
 а – корозія 20%;
 б – корозія 30%;
 в – корозія 40%

Порівняльний аналіз числових результатів показав переваги в точності запропонованого методу.

Висновки

1. Запропоновано модифікований метод визначення граничного стану магістрального трубопроводу за наявності корозійних пошкоджень.

Цей метод базується на більш точній розрахунковій схемі, ніж у попередньому варіанті методу [11].

2. Виконано великий обсяг числових розрахунків пошкоджених трубопроводів із застосуванням запропонованого методу. При цьому розглядалися випадки з різними розмірами корозійного пошкодження.

3. Виконано порівняльний аналіз числових результатів за розглянутим та раніше запропонованими методами.

4. Розглянутий метод допускає узагальнення для більш складних задач на розрахунок трубопроводів. Наприклад, за цим методом можна визначити граничне напруження в трубі за наявності донної частини (фланців), урахувати неповне використання роботи матеріалу в зоні корозійного пошкодження, а також розв'язувати інші задачі, що мають практичне значення.

Література

1. *СНУП 2.05.06 - 85*. Магістральні трубопроводи. – М.: ГУП ЦПП, 1998. – 52 с.

2. *ВРД 39 1.10 004 99*. Методическі рекомендації по кількостевній оцінці стану магістральних газопроводів с коррозійними дефектами, їх ранжированню по степені опасности и определению остаточного ресурса. – М.: ОАО «Газпром», 2000. – 56 с.

3. *ВБН В.2.3 00018201.04 2000*. Расчеты на прочность действующих магистральных трубопроводов с дефектами. – К.: Госнефтегазпром Украины, 2000. – 56 с.

4. *DNV Recommended Practice – DNV – RP – F101 – Corroded Pipelines*, Det Norske Veritas, Norway, 2004.

5. *ГОСТ 3845 - 75*. Трубы металлические. Метод испытания гидравлическим давлением. – Введ. 01.01.77.

6. *ГОСТ 20295 - 85*. Трубы стальные сварные для магистральных газонефтепроводов. – Введ. 01.01.87.

7. *ДСТУ - НБ В.2.3 – 21:2008*. Визначення залишкової міцності магістральних трубопроводів з дефектами. – К.: Мінрегіонбуд України, 2008. – 88 с.

8. *Красовский А.Я.* Вязкое разрушение цилиндрических тел с аксиальными трещинами, нагруженных внутренним давлением / А.Я. Красовский, И.В. Орыняк, В.М. Тороп // Проблемы прочности. – 1990. – № 2. – С. 16–20.

9. *Орыняк И.В.* Расчет давления вязкого разрушения трубы с осевой сквозной трещиной / И.В. Орыняк // Проблемы прочности. – 1993. – № 4. – С. 39–49.

10. *Stress Intensity factor Handbook* / Ed. Y. Murakami. – Oxford: Pergamon Press, 1987. – Vol. 1. – 448 p.

11. *Прочность трубопроводов с коррозионными повреждениями* / В.В. Астанин, Н.М. Бородачев, С.Ю. Богдан и др. // Проблемы прочности. – 2009. – № 5. – С. 73–85.

Стаття надійшла до редакції 18.05.10.