

УДК 656.7.052.001.57(045)

¹А.А. Тунік, д.т.н., проф.
²О.П. Басанець, асп.**СИНТЕЗ РОБАСТНИХ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ НАВЕДЕННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА ПІД ЧАС НЕПОВНОГО ВИМІРУ ВЕКТОРА СТАНУ**

Національний авіаційний університет

¹E-mail: aatunik@mail.ru²E-mail: o_basanets@ukr.net

Розглянуто метод синтезу робастних систем наведення, який ґрунтується на використанні H_2 -норми та H_∞ -норми як показників якості та робастності системи відповідно. Показано розв'язок поставленої задачі в такій послідовності: відновлення повного вектору стану за допомогою спостерігача Люенберґера, синтез оптимального лінійно-квадратичного регулятора, робастна H_2/H_∞ -оптимізація, яка проводилась з обмеженням і без обмеження на коливальність синтезованої системи. Результати моделювання доводять ефективність використання розглянутого методу.

Рассмотрен метод синтеза робастных систем наведения, основанный на использовании H_2 - нормы и H_∞ -нормы как показателей качества и робастности систем соответственно. Показано решение поставленной задачи в такой последовательности: восстановление полного вектора состояния с помощью наблюдателя Люенберґера, синтез оптимального линейно-квадратичного регулятора, робастная H_2/H_∞ -оптимизация, которая проводилась с ограничением и без ограничения на колебательность синтезированной системы. Результаты моделирования показывают эффективность применения рассмотренного метода.

The paper is deals system synthesis method of the robust control. The method is based on estimation of performance and robustness represented by H_2 - and H_∞ - norms accordingly. Particularities of the control object (solid body) establish the following sequence of steps in order to solve a problem: 1) restoring the full state-space vector applying the Luenberger observer; 2) optimal linear-quadratic regulator synthesis; 3) utilization the procedure of H_2/H_∞ robust optimization. This technique has been applied taking into account the constraints on oscillations of the closed-loop system. The same procedure has been applied without the above-mentioned constraints. Simulation results have confirmed the effectiveness and efficiency of the proposed approach.

Вступ

Для об'єктів, час роботи яких порівняно великий і параметри яких змінюються в досить широкому діапазоні, велике значення має синтез законів керування.

Методи робастного керування дозволяють синтезувати закон наведення, що забезпечує якість і точність системи наведення в умовах неповного й неточного знання характеристик об'єкта і збурюючих впливів, що діють на об'єкт.

Крім того, робастна оптимізація параметрів контуру керування у разі вже заданої структури дозволяє підвищити характеристики з точності без особливих фінансових і працезатрат на модифікацію існуючої системи керування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У сучасній теорії керування пропонується ряд підходів до побудови робастних систем керування.

Основні засади щодо конструювання робастних систем керування викладено в роботах [1–3].

Методику побудови систем наведення твердого тіла подано в роботі [4].

Мета роботи – розроблення системи наведення твердого тіла з використанням засади теорії робастного керування.

Постановка задачі

Метою синтезу робастної системи є гарантія необхідної якості наведення за наявності невідомості параметрів моделі. Необхідно, щоб робастна система:

- мала низьку чутливість у досить великому діапазоні зміни її параметрів;
- зберігала стійкість;
- задовольняла вимогам щодо її якості;
- підхід (Nominal Performance-Robust Stability).

NPRS полягає у використанні H_2 -норми функцій чутливості щодо сигналів похибки та керування як загальноприйнятої оцінки якості системи під час детермінованих і випадкових збурень та H_∞ -норми функції комплементарної чутливості системи як оцінки її робастності [1; 2; 5–7].

Синтез системи наведення з застосуванням H_2/H_∞ -робастної оптимізації проводився на прикладі системи наведення твердого тіла.

Сформулюємо постановку задачі синтезу системи наведення. Нехай об'єкт наведення описується системою диференціальних рівнянь [3]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_g g(t); \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Як вектор стану об'єкта прийнято вектор змінних:

$$x = [y, \dot{y}, \omega_z, \alpha],$$

а як керуючу величину u – відхилення рулів δ_p у каналі тангажу, $g(t)$ – збурення, що діють на об'єкт.

У цьому випадку використовується модель турбулентного вітру для моделювання збурень).

Об'єкти такого класу мають один вимірюваний параметр – відхилення від центру променя системи наведення [4], тому матриця спостережень має вигляд: $C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$, а матриця D – нульова.

Для заданої матриці виміру C у разі неповного виміру фазових координат об'єкта поставимо задачу синтезу оптимального спостерігача, який мінімізує похибку спостереження фазових координат об'єкта.

У припущенні ідеального виміру всіх фазових координат об'єкта поставимо задачу синтезу лінійно-квадратичного регулятора. Тоді послідовне з'єднання об'єкту наведення, регулятора і спостерігача буде описуватися рівняннями:

$$x(n+1) = A_{reg}x(n) + B_{reg}u(n);$$

$$y(n) = C_{reg}x(n) + D_{reg}u(n),$$

де A_{reg} , B_{reg} , C_{reg} , D_{reg} – матриці представлення у просторі стану послідовного з'єднання об'єкта керування, регулятора і спостерігача.

Загальний вид розглянутої системи керування схематично показано на рис. 1.

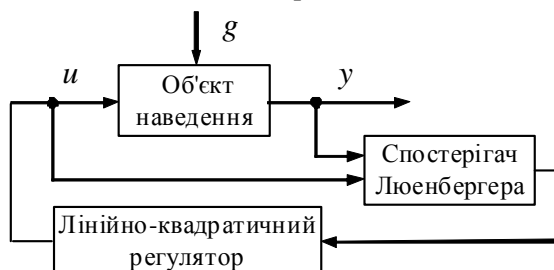


Рис. 1. Система наведення зі спостерігачем і лінійно-квадратичним регулятором

Оскільки зроблено припущення про ідеальність відновлення, то отриманий регулятор буде субоптимальним.

Задача полягає в такому виборі параметрів послідовного з'єднання регулятора і спостерігача Люенбергера, за якому досягається мінімум критерію:

$$\begin{aligned} J(K, E) &= \lambda_{2s} J_s + \lambda_{2s}^p J_s^p + \lambda_{2d} J_d + \\ &+ \lambda_{2d}^p J_d^p + \lambda_\infty \|T(j\omega)\|_\infty + \lambda_\infty^p \|T(j\omega)\|_\infty^p, \end{aligned} \quad (2)$$

де K – коефіцієнти підсилення регулятора;

E – власні числа спостерігача;

λ_{2s} , λ_{2s}^p , λ_{2d} , λ_{2d}^p , λ_∞ , λ_∞^p – вагові коефіцієнти Лагранжа;

J_s , J_s^p , J_d , J_d^p – H_2 -норми номінальної та параметрично збуреної моделей у стохастичному та детермінованому випадках,

$\|T(j\omega)\|_\infty$, $\|T(j\omega)\|_\infty^p$ – H_∞ -норми номінальної та параметрично збуреної моделей.

Вибором параметрів λ_{2s} , λ_{2s}^p , λ_{2d} , λ_{2d}^p , λ_∞ , λ_∞^p забезпечують компроміс між якістю і робастністю системи.

У системі наведення також використовується формуючий фільтр для імітації моделі турбулентного вітру, що діє на об'єкт наведення в польоті. Стосовно моделі турбулентного вітру зробимо припущення, що конкретний вид цієї моделі заздалегідь не обумовлюється, відомо тільки що ці збурення обмежені за модулем.

Система наведення твердого тіла використовує вимір тільки одного з компонентів вектора стану, тому для синтезу оптимального регулятора в першу чергу необхідно відновити повний вектор стану системи за допомогою спостерігача, одержавши тим самим оцінки відсутніх змінних вектора стану.

У задачі застосовується спостерігач зниженого порядку – спостерігач Люенбергера, тому що не ставиться задача фільтрації шумів вимірів і придушення шумів стану.

Спостерігач Люенбергера є більш простим, хоча і менш точним порівняно з фільтром Калмана.

У той же час спостерігач Люенбергера володіє більшою робастністю відносно моделі зовнішнього збурення, що в умовах її невизначеності має велике практичне значення, оскільки під час синтезу спостерігача конкретний вид збурення не використовується.

Побудова оптимального закону наведення складається з трьох етапів:

– на першому етапі відбувається оцінювання вектора стану системи з використанням спостерігача Люенбергера;

– на другому етапі розробляється регулятор зі зворотного зв'язку від оцінки вектора стану з обраного алгоритму з застосуванням лінійно-квадратичного регулятора;

– на третьому етапі застосовується процедура параметричної робастної H_2/H_∞ -оптимізації отриманого регулятора, яка дозволяє знайти компроміс між якістю та робастністю системи керування, виходячи з умов експлуатації.

Синтез спостерігача Люенбергера і відновлення вектора стану

Для системи, що описується рівнянням (1):

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

частина вектора стану, що доступна для вимірів, описується рівнянням:

$$y(t) = Cx(t),$$

причому $A \in R^{n \times n}$, $C \in R^{l \times n}$, де $l < n$.

Оскільки частина доступних вимірів l менша, ніж кількість змінних стану n , необхідно відновити повний вектор стану \hat{x} та визначити такий вектор F , який мінімізує норму похибки

$$\varepsilon = x - \hat{x}.$$

Позначимо вектором $p(t)$ ті змінні, які недоступні для вимірювання:

$$p(t) = C'x(t),$$

де C' – матриця змінних, які необхідно відновити.

Спостерігач пониженого порядку описується диференціальним рівнянням [8]:

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) = & [C'AL_2 - FCAL_2]q(t) + \\ & + [C'AL_2F + C'AL_1 - FCAL_1 - \\ & - FCAL_1F]y(t) + [C'B - FCB]u(t), \end{aligned} \quad (3)$$

де $(L_1, L_2) = \begin{pmatrix} C \\ C' \end{pmatrix}$.

Відновлений стан системи $\hat{x}(t)$ визначається через $q(t)$ [8]:

$$\hat{x}(t) = L_2q(t) + (L_1 + L_2F)y(t). \quad (4)$$

Рівняння (3), (4) описують спостерігач зниженого порядку.

Задача синтезу спостерігача полягає у виборі матриці коефіцієнтів підсилення спостерігача F , яка забезпечує задане розташування власних чисел матриці стану $(C' - FC)AL_2$ на комплексній площині.

Синтез оптимального регулятора

Будемо вважати, що спостерігач Люенбергера ідеально оцінює вектор невимірюваних координат $p(t)$. Тоді можна скористатися відомими результатами з синтезу лінійно-квадратичного регулятора, що мінімізує дискретний показник якості [6]:

$$J_d = \sum_{n=1}^{\infty} (x(n)^T Q x(n) + u(n)^T R u(n)),$$

де Q , R – діагональні матриці, які враховують вагу кожної змінної простору стану та вагу керуючих сигналів.

Закон наведення шукається у вигляді:

$$u(n) = -K \cdot x(n), \quad (5)$$

де K – коефіцієнти підсилення регулятора [9]:

$$K = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A,$$

P – розв'язок алгебричного рівняння Ріккати:

$$P = Q + A^T (P - P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P) A.$$

Отримані параметри регулятора, що складається зі спостерігача Люенбергера та лінійно-квадратичного регулятора, будемо розглядати як початкове наближення процедури робастної H_2/H_∞ -оптимізації.

Процедура H_2/H_∞ -робастної оптимізації

Використання процедури робастної оптимізації обумовлено тим фактом, що до системи наведення, яка проектується, ставлять вимоги до її нечутливості до змін параметрів об'єкта керування, з урахуванням яких система повинна зберігати стійкість і забезпечувати номінальну якість.

Для розглянутого класу об'єктів керування найбільш істотно змінюється швидкість польоту, а отже, і аеродинамічні характеристики.

Невизначеності у параметрах моделі приводять до відхилення від її номінальних значень.

Як номінальну модель обрано модель об'єкта керування за максимальної швидкості польоту, а як параметрично збурену модель – модель об'єкта керування за мінімальної швидкості польоту.

Таким чином, задача робастної оптимізації полягає в пошуку такого регулятора, що має можливість забезпечити номінальну якість для сукупності номінальної і параметрично збуреної моделей.

Вирішення цієї задачі може бути досягнуте з застосуванням процедури H_2/H_∞ -робастної оптимізації [5; 8–11].

У ході процедури H_2/H_∞ -робастної оптимізації формується комплексний показник «робастність – якість», що містить у собі H_2 -норми номінальної і параметрично збуреної моделей об'єкта керування в детермінованому і стохастичному випадках, а також H_∞ -норму, обчислену для номінальної і параметрично збуреної моделей, яка оцінює міру робастності системи.

Величини норм передатних матриць дозволяють судити про те, наскільки великі вихідні сигнали в системі для певних класів сигналів на її вході.

Якщо ці сигнали розглядати як зовнішні збурюючі впливи, що відхиляють рух об'єкта від контрольованого, то якість процесу стабілізації буде тим вища, чим сильніше вони придушуються системою.

У свою чергу, якість придушення визначається величинами норм передатної матриці замкненої системи: чим менше норма, тим краще придушуються збурювання. Проблему оптимальної стабілізації можна трактувати як проблему такого вибору параметрів зворотного зв'язку (оптимального регулятора), щоб відповідна норма передатної матриці замкненої системи була мінімальною [6; 7].

Синтезований регулятор повинний задовольняти такі умови:

– замкнута система внутрішньо стійка, регулятор синтезується в класі припустимих регуляторів;

– H_∞ -норма, H_2 -норма замкненої системи не перевищують визначеного значення ($H_2, H_\infty < \gamma$).

Комплексний критерій «робастність – якість» включає такі оцінки:

1) H_2 – норма дискретної системи наведення в детермінованому випадку [2; 5]:

$$J_d = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (x^T(n)Qx(n) + u(n)^T Ru(n))}; \quad (6)$$

2) H_2 – норма дискретної системи наведення в стохастичному випадку:

$$J_s = E_M \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (x^T(n)Qx(n) + u(n)^T Ru(n))}, \quad (7)$$

де E_M – оператор математичного сподівання;

3) H_∞ – норма дискретної системи керування:

$$\|T\|_\infty = \sup \bar{\sigma}(T(j\omega)), \quad 0 \leq \omega \leq \omega_N, \quad (8)$$

де $\bar{\sigma}$ – максимальне сингулярне число матриці $T(j\omega)$ комплементарної функції чутливості в діапазоні частот:

$$0 \leq \omega \leq \omega_N,$$

ω_N – частота Найквіста:

$$\omega_N = \frac{\pi}{T_s}.$$

У критерій ці доданки (6)–(8) входять із множниками λ_{2s} , λ_{2s}^p , λ_{2d} , λ_{2d}^p , λ_∞ , λ_∞^p , які визначають вагу кожного доданку (2):

$$J(K, E) = \lambda_{2s} J_s + \lambda_{2s}^p J_s^p + \lambda_{2d} J_d + \lambda_{2d}^p J_d^p + \lambda_\infty \|T(j\omega)\|_\infty + \lambda_\infty^p \|T(j\omega)\|_\infty^p.$$

Крім того, для забезпечення стійкості системи під час виконання оптимізаційної процедури, необхідно ввести умову стійкості в оптимізаційний критерій за допомогою штрафної функції [2; 5].

У результаті складний критерій оптимізації має такий вигляд:

$$J_\Sigma(K, E) = J(K, E) + PF, \quad (9)$$

а оптимальний вектор параметрів P_{opt} , який складається з коефіцієнтів посилення регулятора K і власних чисел спостерігача E , визначається як результат виконання процедури оптимізації:

$$\bar{P}_{opt*} = \arg \min J_\Sigma(\bar{P}_{opt}), \quad \bar{P}_{opt} \in M,$$

де M – область стійкості в просторі параметрів регулятора та спостерігача Люенбергера.

Умова стійкості забезпечується введенням штрафної функції PF , що обмежує розміщення полюсів замкненої системи всередині деякої області M на комплексній площині (рис. 2, а).

Границі цієї області визначаються з однієї сторони колом великого радіуса $d_0 < 1$ (у такий спосіб забезпечується запас стійкості), а з іншого боку – колом малого радіуса d_1 , що визначає максимальну смугу пропускання замкненої системи.

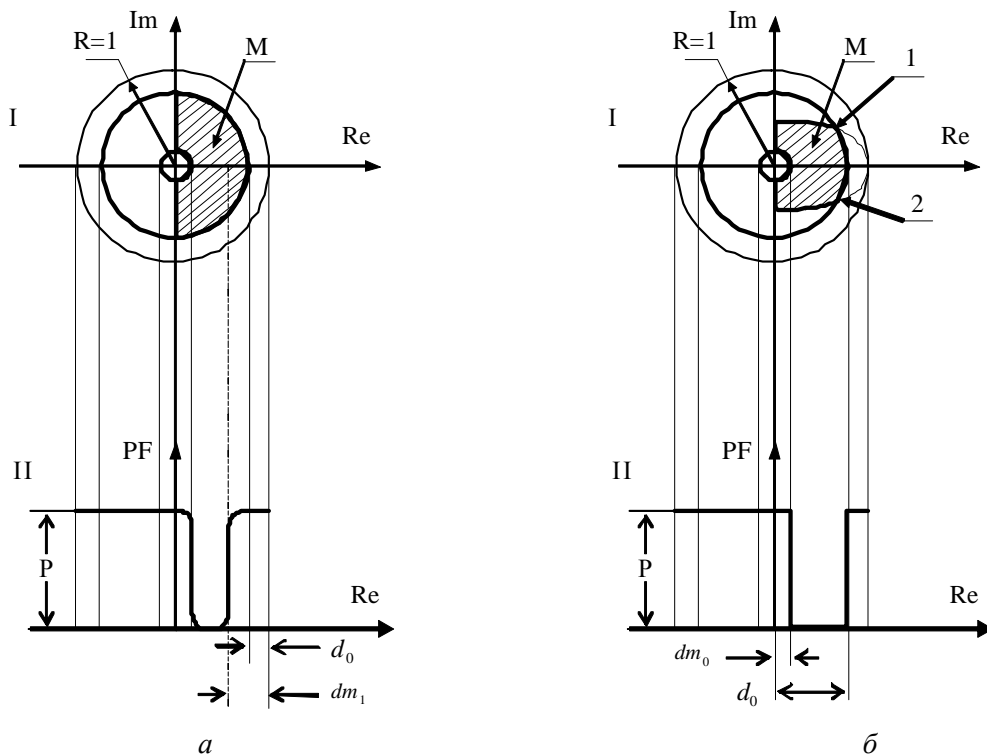


Рис. 2. Штрафні функції PF_1 та PF_2 комплексній z -площині:
 а – PF_1 ;
 б – PF_2 ;
 I – розміщення полюсів замкнутої системи;
 II – графік $PF_1(d_m)$ -перетин у вертикальній площині «PF-Re»

Додатково можна ввести обмеження на коливальність системи. Логарифмічні спіралі 1, 2 (рис. 2, б) будуються виходячи з заданого постійного коефіцієнта загасання.

Сформовані штрафні функції PF_1 без обмеження на коливальність та PF_2 з обмеженням на коливальність є функціями мінімальної відстані від полюсів номінальної й збуреної систем до кожної межі області М.

Штрафну функцію PF_1 як функцію мінімальної відстані d_m визначають за виразом

$$PF_1(d_m) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } d_m \leq d_{m1}, \\ \frac{P}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi \cdot (d_m - d_0)}{(d_{m1} - d_0)} \right) \right], & \text{якщо } d_0 > d_m > d_{m1}, \\ P, & \text{якщо } d_m \geq d_0. \end{cases}$$

де P – велика величина ($P=10^4-10^6$).

Штрафна функція PF_1 утримує полюси всередині припустимої області М.

Графічно штрафну функцію PF_1 показано на рис. 2, а (II) її перетином вертикальною площиною, що проходить через дійсну вісь.

Рівняння логарифмічної спіралі на z -площині має вигляд [12]:

$$z = \exp(-2\pi\omega t g\beta / \omega_s) \cdot \exp(j2\pi\omega / \omega_s),$$

де ω_s – частота квантування цифрової системи;

$$\beta = \arcsin \xi;$$

ξ – показник коливальності системи.

Відстань від полюсів замкнутої системи до логарифмічної спіралі можна знайти за формулою:

$$d_{sys} = |z(\omega_*)| - |E_{sys}|,$$

$$\omega_* = \ln \left(\frac{Im(E_{sys})}{Re(E_{sys})} \right) / \left(\frac{2\pi t g\beta}{\omega_s} + \frac{2\pi}{\omega_s} \right),$$

де E_{sys} – власні числа замкнутої системи.

У такому випадку штрафна функція PF_2 як функція відстані від полюсів номінальної і збуреної систем до кожної межі області М буде мати вигляд:

$$PF_2(d_m) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } d_{sys} > 0 \text{ та } |E_{sys}| \leq d_0, \\ P, & \text{якщо } d_{sys} < 0, |E_{sys}| > d_0. \end{cases}$$

Графічно штрафна функція PF_2 показана на рис. 2, б (II) її перетином вертикальною площиною, що проходить через дійсну вісь.

Приклад синтезу та моделювання роботи системи наведення

Розглянемо систему наведення твердого тіла в поздовжньому каналі, яка має такі параметри [4]:

– маса

$$m = 14.26 \text{ кг};$$

– момент інерції навколо вертикальної осі

$$I_z = 0.827 \text{ кг}\cdot\text{м}^2;$$

– площа крил

$$S = 0.00769 \text{ м}^2;$$

– довжина виробу

$$L = 0.896 \text{ м}.$$

Вектор стану об'єкта $[y, \dot{y}, \omega_z, \alpha]$:

y – відхилення твердого тіла від центру променя у вертикальній площині;

\dot{y} – похідна відхилення твердого тіла у вертикальній площині;

ω_z – кутова швидкість тангажу;

α – кут атаки;

Вектор керування системою наведення $[\delta_p]$:

δ_p – відхилення рулів.

Загальну схему моделювання, яка включає формуючий фільтр, об'єкт наведення та синтезований регулятор, показано на рис. 3.

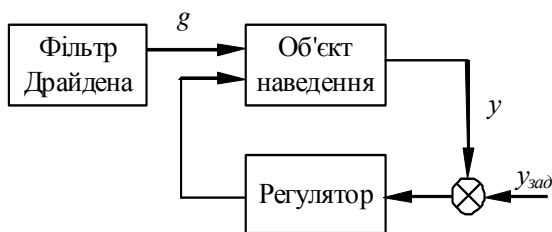


Рис. 3. Загальна схема моделювання

Матриці простору стану номінальної (за швидкості $V = 377,7$ м/с) та збуреної моделей (при швидкості $V = 256$ м/с) [4] мають вигляд:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.673141 & 0 & 533.3124 \\ 0 & 0 & -13.108 & -740 \\ 0 & 0 & 1 & -1.412 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = [0; 37.3923; -289.1; -0.099],$$

$$Bg_0 = \begin{bmatrix} 0 & -533.3124 \\ 13.108 & 740 \\ -1 & 1.412 \end{bmatrix},$$

$$A_0^p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.45882 & 0 & 222.72 \\ 0 & 0 & -6.024 & -304 \\ 0 & 0 & 1 & -0.87 \end{bmatrix},$$

$$B_0^p = [0; 15.872; -92.6; -0.062],$$

$$Bg_0^p = \begin{bmatrix} 0 & -222.72 \\ 6.024 & 304 \\ -1 & 0.87 \end{bmatrix}.$$

Матрицю Bg_0 використовують замість B_0 під час розрахунку H_2 -норми системи в стохастичному випадку.

У систему наведення включено формуючий фільтр для задання вектора зовнішніх збурень g . Як вектор зовнішніх збурень прийнято стохастичний вектор турбулентної швидкості вітру (модель Драйдена). Опис формуючого фільтра і спектральної моделі Драйдена наведено в [13].

Матриці $[A_f, B_f, C_f, D_f]$ – представлення формуючого фільтра в просторі станів.

На вхід формуючого фільтра подається білий шум η . Турбулентні збурення діють на кутову швидкість обертання ω_z та кут атаки α .

Матриці формуючого фільтра для номінальної та параметрично збуреної моделей мають вигляд:

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -57.0629 & -15.108 & 0 \\ 0.9041 & 0.2073 & -5.1986 \end{bmatrix},$$

$$B_f = [0; 1; 0],$$

$$C_f = \begin{bmatrix} 0.0124 & 0.0029 & -0.0716 \\ 0.0024 & 0.0005 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_f = [0; 0],$$

$$A_f^p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -26.2144 & -10.24 & 0 \\ 0.6128 & 0.2073 & -7.6699 \end{bmatrix},$$

$$B_f^p = [0; 1; 0],$$

$$C_f^p = \begin{bmatrix} 0.0184 & 0.0062 & -0.2298 \\ 0.0024 & 0.0008 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_f^p = [0; 0].$$

Закон наведення шукаємо у вигляді виразу (5):

$$u = [K_y \ K_{\dot{y}} \ K_{\omega} \ K_{\alpha} \ K_{\delta} \ K_{\dot{\delta}}] \times \\ \times [y \ \dot{y} \ \omega_z \ \alpha \ \delta \ \dot{\delta}]^T.$$

Початкове значення параметрів регулятора можна знайти за допомогою стандартної функції 'dlqr' пакету MatLab, яка визначає параметри оптимального лінійно-квадратичного регулятора.

Отримано вектор коефіцієнтів підсилення регулятора:

$$K_y \ K_{\dot{y}} \ K_{\omega} \ K_{\alpha} \ K_{\delta} \ K_{\dot{\delta}} = \\ = [4.56 \ 4.31 \ 2.63 \ 0.87 \ -14.93 \ -126.20].$$

Початкові значення власних чисел спостерігача:

$$[E] = [-5.98 \ -9.80 \ -11.50 \ -5.19 \ -7.99].$$

Маючи початковий вектор параметрів регулятора та власні числа спостерігача, можемо виконати процедуру оптимізації за критерієм (9).

Після одержання оптимізованих параметрів необхідно провести моделювання в середовищі Simulink й оцінити якість перехідних процесів для кожної зі змінних стану, тому що звичайно існують досить тверді вимоги до величин максимального відхилення параметрів твердого тіла.

Якщо які-небудь з результатів виявляться незадовільними, необхідно змінити вагові коефіцієнти λ_{2s} , λ_{2s}^p , λ_{2d} , λ_{2d}^p , λ_{∞} , λ_{∞}^p у виразу (8) і провести оптимізаційну процедуру ще раз [2; 5].

Задовільні характеристики перехідних процесів після оптимізації були отримані за значень вагових коефіцієнтів Лагранжа:

$$\lambda_{2d} = \lambda_{2d}^p = 5;$$

$$\lambda_{\infty} = \lambda_{\infty}^p = 20;$$

$$\lambda_{2s} = \lambda_{2s}^p = 3$$

у випадку використання штрафної функції PF₁, яка не обмежує коливальність системи,

$$\lambda_{2d} = \lambda_{2d}^p = 2.5;$$

$$\lambda_{\infty} = \lambda_{\infty}^p = 6.5;$$

$$\lambda_{2s} = \lambda_{2s}^p = 1.5$$

у випадку використання штрафної функції PF₂, яка обмежує коливальність системи.

Значення середньоквадратичних відхилень основних параметрів у сталому режимі, а також H_∞-норма, H₂-норма замкнутої системи номінальної та параметрично збуреної моделей подано в таблиці.

Виходячи з невеликих значень середньоквадратичних відхилень і H₂-норм систем можна судити про те, що синтезована система має запас якості, який можна буде зменшити, якщо знадобитися підвищити робастність системи. Чисельні характеристики номінальної системи близькі до чисельних характеристик збуреної системи.

Максимальні значення відхилення кута атаки і кута відхилення рулів від сталого значення не перевищують необхідних характеристик цих параметрів.

Графіки перехідних процесів у поздовжньому каналі системи наведення твердого тіла показано на рис. 4, а, б, в; робота органів керування – на рис. 4, г.

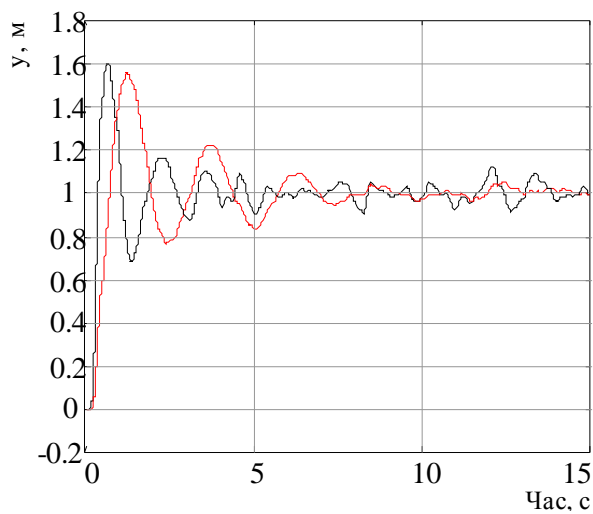
Порівняння значень середньоквадратичних відхилень, отриманих в процесі оптимізації з використанням різних штрафних функцій показують, що оптимізація, проведена з урахуванням обмеження коливальності системи, дає більш точні результати, хоча при цьому незначно збільшуються показники робастності й якості.

Висновки

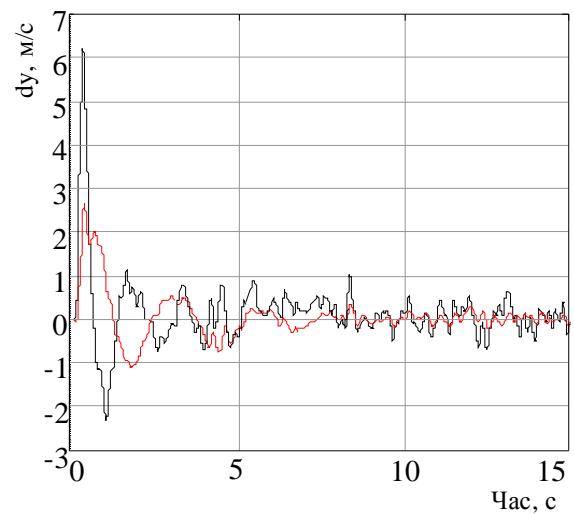
Метод параметричної робастної оптимізації з використанням H₂/H_∞-норм замкненої системи дозволяє визначити параметри системи наведення, що мала би необхідні характеристики якості і робастності. При цьому система виявляється не чуттєва як до внутрішніх параметричних, так і до зовнішніх турбулентних збурень. Отримані чисельні результати свідчать, що застосування описаного методу для систем наведення досить ефективно.

Чисельні характеристики систем

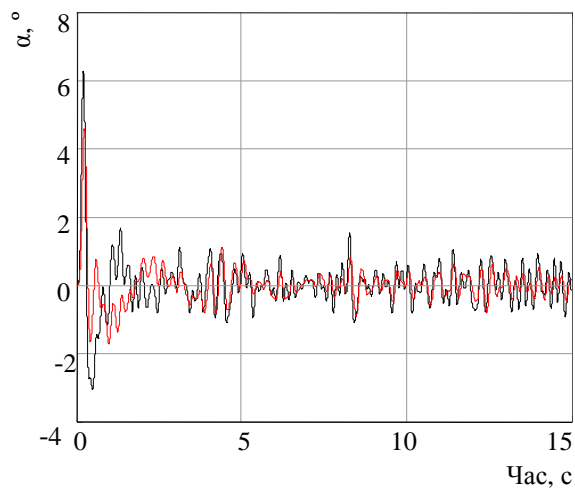
Модель	Штрафна функція PF_1						Штрафна функція PF_2					
	$y, \text{ м}$	$dy, \text{ м/с}$	$\alpha, ^\circ$	$\delta, ^\circ$	H_2 - норма	H_∞ - норма	$y, \text{ м}$	$dy, \text{ м/с}$	$\alpha, ^\circ$	$\delta, ^\circ$	H_2 - норма	H_∞ - норма
Номінальна	0.085	0.540	0.767	1.545	0.013	1.324	0.047	0.307	0.461	0.900	0.018	1.169
Збурена	0.112	0.430	0.607	1.576	0.016	1.324	0.066	0.169	0.326	0.851	0.028	1.538



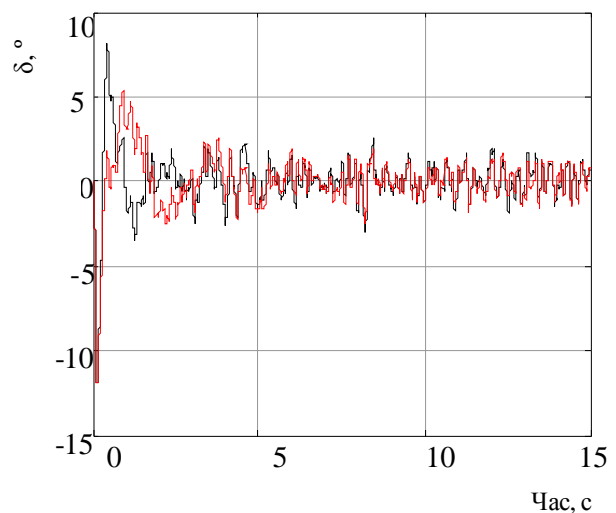
а



б



в



г

Рис. 4. Графіки перехідних процесів, отримані при використанні штрафної функції PF_2 :

- а – висота;
- б – похідна по висоті;
- в – кут атаки;
- г – кутова швидкість

Література

1. *Magni J.-F.* Robust Flight Control. A Design Challenge / J.-F. Magni, S. Bennani, J. Terlouw. – Springer-Verlag, Berlin, New York. – 1997. – 649 p.

2. *Tunik A. A.* Parametric Robust Optimization of Digital Flight Control Systems / A.A. Tunik, E.A. Abramovich // Proceedings of the National Aviation University. – 2003. – №2 (17). – P. 31–38.

3. *Дмитриевский А.А.* Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 1978. – 328 с.

4. *Теоретические основы проектирования ствольных управляемых ракет* / под ред. О.П. Коростелева. – К.: Defense Express Library, 2007. – 455 с.

5. *Tunik A.A.* Robust Stabilization and Nominal Performance of the Flight Control System for Small UAV / A.A. Tunik, T.A. Galaguz // Applied and computation mathematics. – 2004. – Vol.3, №1. – P. 34–45.

6. *Поляк Б.Т.* Робастная устойчивость и управление / Поляк Б.Т., Щербаков П.С. – М.: Наука, 2002. – 303 с.

7. *Kemin Zhou.* Essentials of Robust Control / Zhou Kemin, J.C. Doyle. – Prentice Hall. – 1999. – May 25. – 425 p.

8. *Квакернаак Х.* Линейные оптимальные системы / Х. Квакернаак, Р. Сиван. – М.: Мир. – 1977. – 653 с.

9. *Anderson B.D.O.* Optimal Control / B.D.O. Anderson, J.B. Moore. – Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, – 1989. – 380 p.

10. *Ackermann J.* Parameter Space Design of Robust Control Systems / J. Ackermann // IEEE Transaction of Automatic Control. – 1980. – Vol. AC– 25. – № 6.– P. 1058 – 1072.

11. *Doyle J.C.* State Space Solution to Standard H_2 and H_∞ Control Problems / J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar // IEEE Transaction of Automatic Control. – 1982. – Vol. 34. – № 8. – P. 831 – 847.

12. *Куо Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления / Б. Куо. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.

13. *McLean D.* Automatic Flight Control Systems / D. McLean. – Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1990. – 593 p.

Стаття надійшла до редакції 15.03.10.