

УДК 629.3.025.2(045)

О.А. Сущенко, к.т.н., доц.
Д.О. Луцко, асп.

МОДЕЛЮВАННЯ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ У СИСТЕМАХ СТАБІЛІЗАЦІЇ ТА ВИЗНАЧЕННЯ КУРСУ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ МОРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Національний авіаційний університет
E-mail: fsu@nau.edu.ua

Проаналізовано характеристики типових збурень системи стабілізації та визначення курсу рухомих об'єктів морського призначення. Визначено вирази для відповідних формувальних фільтрів та запропоновано способи задання збурень для математичного опису стохастичної системи стабілізації та визначення курсу.

Проанализированы характеристики типичных возмущений системы стабилизации и определения курса подвижных объектов морского назначения. Определены выражения для соответствующих формирующих фильтров. Предложены способы задания возмущений для математического описания стохастической системы стабилизации и определения курса.

Characteristics of the typical disturbances for marine stabilization and course system are analysed. Expressions for the appropriate shaping filters are determined. Ways to give disturbances for mathematical description of the stochastic stabilization and course system are suggested.

Постановка проблеми

Створення нових перспективних систем стабілізації та визначення курсу рухомих об'єктів морського призначення є актуальною проблемою приладобудування України. Успішне розв'язання цієї проблеми можливе за умови використання сучасних методологій синтезу стохастичних систем, оскільки умови експлуатації систем досліджуваного класу пов'язані з дією збурень, специфіка яких визначається типом рухомого об'єкта та відповідними умовами його експлуатації.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Підходи до математичного опису зовнішніх збурень для рухомих об'єктів морського призначення подано у працях [1–4].

Визначення спектральних щільностей збурень, що діють на системи досліджуваного класу, потребує використання основних теоретичних положень [5].

Деякі положення про способи задання збурень, що діють на системи визначення просторового положення суден, наведено у праці [6]. При цьому залишаються актуальними дві основні проблеми:

- визначення виразів спектральної щільності для збурень, типових для систем досліджуваного класу;
- способи задання цих збурень у математичному описі системи.

Мета роботи – дослідження особливостей моделювання зовнішніх збурень, що діють на систему стабілізації, та визначення курсу рухомого об'єкта морського призначення для забезпечення процедури стохастичного синтезу.

Відомим підходом для задання будь-якого типу збурення рухомого об'єкта є подача білого шуму на вхід формувального фільтра, передавальна функція якого відповідає спектральній щільності типового збурення. При цьому необхідно визначити вираз для спектральної щільності та відповідний формувальний фільтр і місце включення фільтра до структурної схеми синтезованої системи.

Особливості створення формувального фільтра

У процесі функціонування рухомі об'єкти морського призначення зазнають дії хвиль, вітру та морських течій.

Під час створення стохастичних систем стабілізації та визначення курсу рухомих об'єктів морського призначення слід враховувати, що найбільший вплив на системи керування їх рухом для таких основних режимів, як рух за заданим курсом та стабілізація за диферентом і креном, мають збурення, спричинені морським хвилюванням [2].

Морське хвилювання виникає в результаті пульсацій вітру за швидкістю та напрямком на поверхні моря. Відповідно до теоретичних та експериментальних досліджень [1; 2] хвилювання на поверхні глибокого моря в першому наближенні можна розглядати як стаціонарний ергодичний випадковий процес з нульовим математичним сподіванням, розподілений за нормальним законом. Хвилювання у морі в загальному випадку є тривимірним [3]. Для розв'язання задач стабілізації застосовують здебільшого спрощений підхід, за якого морське хвилювання приймається двовимірним.

Найбільш повними характеристиками такого хвилювання вважають кореляційну функцію та відповідну спектральну щільність ординати хвилі в заданій точці. Відомо декілька подань для виразів спектральної щільності [6].

Найбільш узагальненим є співвідношення між кореляційною функцією та спектральною щільністю, отримане Хінчином [1]:

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} S(\omega) d\omega;$$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} K(\tau) d\tau.$$

Для реального випадкового процесу спектральна щільність являтиме собою парну функцію:

$$K(\tau) = 2 \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega\tau d\omega;$$

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau d\tau.$$

У деяких виданнях спектральною щільністю називають величину [4]:

$$S_1(\omega) = 2S(\omega).$$

Тоді

$$K(\tau) = \int_0^{\infty} S_1(\omega) \cos \omega\tau d\omega;$$

$$S_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (1)$$

У різних джерелах наводяться різні способи нормування виразів для визначення спектральної щільності. Відповідно до джерел [1; 2], в яких ідеться про спектральну щільність морського хвилювання, доцільно використовувати вираз (1).

Тепер відомі вирази для спектральної щільності, які можна використовувати для математичного опису морського хвилювання, наприклад, спектри Неймана, Бретшнейдера, Дербішайра, але в цих спектрах немає низьких частот, у той час, як смуга пропускання частот морських суден має саме ці ділянки. Тому для досліджуваної системи доцільно використовувати спектр Рахманіна та Фірсова. У цьому ряді кореляційну функцію ординат хвиль можна виразити формулою

$$K(\tau) = D_r e^{-\mu\tau} \cos \lambda\tau, \quad (2)$$

де D_r – дисперсія ординат хвиль;

μ – коефіцієнт загасання кореляційної функції, який характеризує ступінь нерегулярності хвилювання;

λ – резонансна частота спектра хвилювання, яка для бортової та кільової хитавиці приблизно дорівнює частотам власних коливань об'єкта.

Відповідно до формули (2) спектральна щільність визначатиметься виразом [1]:

$$S_r(\omega) = \frac{2D_r\mu}{\pi} \frac{\omega^2 + \mu^2 + \lambda^2}{(\mu^2 + \lambda^2 + \omega^2)^2 - 4\lambda^2\omega^2}. \quad (3)$$

У ряді випадків кореляційну функцію морського хвилювання доцільно подати у вигляді [2]:

$$K(\tau) = D_r e^{-\mu\tau} \left(\cos \lambda\tau + \frac{\mu}{\lambda} \sin \lambda\tau \right).$$

Тоді спектральна щільність набуває вигляду

$$S_r(\omega) = \frac{4D_r\mu}{\pi} \frac{\mu^2 + \lambda^2}{(\mu^2 + \lambda^2 + \omega^2)^2 - 4\lambda^2\omega^2}. \quad (4)$$

Залежність (4) добре відтворює реальне хвилювання в діапазоні максимальних амплітуд спектра, тоді як у діапазоні низьких та високих частот результати значно погіршуються.

Якщо ж розглядати кореляційну функцію

$$K(\tau) = D_r \sqrt{1 + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} e^{-\mu\tau} \left(\cos \lambda\tau + \frac{\mu}{\lambda} \arctg \frac{\mu}{\lambda} \right),$$

то вираз для визначення спектральної щільності набуває вигляду:

$$S_r(\omega) = \frac{2D_r\mu\omega^2}{\omega^4 + 2(\mu^2 - \lambda^2)\omega^2 + (\mu^2 + \lambda^2)^2}.$$

Для визначення спектральної щільності координат хвиль необхідно визначити дисперсію ординат хвиль та параметри μ та λ на підставі даних про інтенсивність морського хвилювання.

Зазвичай вважається, що ординати хвиль відповідають нормальному закону розподілу. Якщо миттєві значення випадкової величини розподілені за нормальним законом, то її амплітудні значення розподіляються за законом Релея.

Отже, розподіл висот хвиль підпорядковується закону Релея.

Для обчислення дисперсії ординат хвиль використовують поняття забезпеченості h , яке відповідає ймовірності того, що випадкове значення ординати перевищить або буде дорівнювати максимальному можливому значенню амплітуди хвилі.

У вітчизняній практиці використовують висоти хвиль 3% забезпеченості h . Дисперсія величин, розподілених за законом Релея, визначається за формулою

$$D_r = 0,143 \left(\frac{h_{3\%}}{2} \right)^2.$$

Залежність висоти хвиль від ступеня хвилювання наведено в табл. 1 [2].

Інформацію про взаємозв'язок параметрів μ , λ з висотою хвиль 3% забезпеченості наведено у табл. 2 [1].

Таблиця 1

Залежність між висотою хвиль та інтенсивністю морського хвилювання

Хвилювання, бал	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Висота хвиль, м	0–0,25	0,25–0,75	0,75–1,25	1,25–2,0	2,0–3,5	3,5–6,0	6,0–8,5	8,5–11,0	11,0–вище

Таблиця 2

Характеристики збурень для висоти хвиль 3% забезпеченості

Висота хвилі, м	μ , 1/с			λ , 1/с			μ/λ
	μ_{\max}	$\mu_{\text{сер}}$	μ_{\min}	λ_{\max}	$\lambda_{\text{сер}}$	λ_{\min}	
1	0,56	0,374	0,138	2,24	1,745	1,25	0,215
2	0,394	0,265	0,136	1,573	1,239	0,905	0,214
3	0,316	0,214	0,111	1,266	1,003	0,74	0,213
4	0,274	0,185	0,096	1,094	0,667	0,64	0,213
5	0,246	0,166	0,086	0,982	0,777	0,572	0,213
6	0,224	0,151	0,078	0,898	0,709	0,52	0,213
7	0,207	0,14	0,072	0,828	0,654	0,48	0,214
8	0,194	0,131	0,068	0,774	0,612	0,45	0,214
9	0,184	0,123	0,063	0,734	0,578	0,422	0,213
10	0,177	0,119	0,061	0,706	0,555	0,404	0,214

Зазвичай для морського хвилювання беруть відношення $\mu/\lambda = 0,21$.

Для дослідження зовнішніх збурень систем стабілізації та визначення курсу морських рухомих об'єктів велике значення мають характеристики кута хвильового схилу, оскільки від нього залежить хитавиця судна.

Спектральну щільність кутового схилу, вимірюваного в напрямку руху хвиль, визначають за виразом [1]:

$$S_{\alpha}(\omega) = \frac{\omega^2}{g^2} S_r(\omega), \quad (5)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Спектральні характеристики збурення, яке прикладається до морського судна, відрізняються від спектральних характеристик морського хвилювання. За рахунок руху судна зовнішнє збурення сприймається судном з деякою перетвореною частотою, яку називають уявною частотою:

$$\omega_y = \left| \omega - \frac{\omega^2}{g} v \cos \varepsilon \right|,$$

де v – швидкість судна,

ε – кут між вектором швидкості хвиль та вектором швидкості судна.

Істинна та уявна частоти збігаються для $\varepsilon = 90^\circ$.

Задання збурень є важливою складовою синтезу стохастичної системи керування рухомих об'єктом. Для цього необхідно задати білий шум на вході формувального фільтра. Для отримання передавальної функції формувального фільтра виконується вінерівська факторизація виразу для спектральної щільності, тобто представлення його у вигляді стійкого та нестійкого співмножників:

$$S_r(s) = W_f(s)W_f(-s).$$

Для факторизації спектральної щільності за виразом (3) йому доцільно надати вигляду:

$$S_r(\omega) = \frac{2D_r\mu}{\pi} \frac{\omega^2 + \mu^2 + \lambda^2}{\omega^4 + 2(\mu^2 - \lambda^2)\omega^2 + (\mu^2 + \lambda^2)^2}.$$

Результати факторизації можна виразити у такий спосіб:

$$\begin{aligned} & \frac{2D_r\mu}{\pi} \frac{s^2 + \mu^2 + \lambda^2}{(j\omega)^4 + 2(\mu^2 - \lambda^2)(j\omega)^2 + (\mu^2 + \lambda^2)^2} = \\ & = \sqrt{\frac{2D_r\mu}{\pi}} \sqrt{\frac{2D_r\mu}{\pi}} \frac{(-j\omega + \sqrt{\mu^2 + \lambda^2})(j\omega + \sqrt{\mu^2 + \lambda^2})}{a_2^2(j\omega)^4 + (2a_0a_2 - a_1^2)(j\omega)^2 + a_0^2} = \\ & = \sqrt{\frac{2D_r\mu}{\pi}} \sqrt{\frac{2D_r\mu}{\pi}} \frac{(-j\omega + \sqrt{\mu^2 + \lambda^2})(j\omega + \sqrt{\mu^2 + \lambda^2})}{(a_2(j\omega)^2 + a_1j\omega + a_0)(a_2(j\omega)^2 - a_1j\omega + a_0)}, \end{aligned}$$

де $a_2^2 = 1$;

$$2a_0a_2 - a_1^2 = 2(\mu^2 - \lambda^2);$$

$$a_0^2 = (\mu^2 + \lambda^2)^2,$$

тобто

$$a_2 = 1;$$

$$a_1 = 2\lambda;$$

$$a_0 = \mu^2 + \lambda^2.$$

Отже, остаточно вираз для передавальної функції формувального фільтра набуває вигляду:

$$W_f(j\omega) = \sqrt{\frac{2D_r\mu}{\pi}} \frac{(j\omega + \sqrt{\mu^2 + \lambda^2})}{(j\omega)^2 + 2\lambda j\omega + \mu^2 + \lambda^2}.$$

Для системи досліджуваного типу необхідно враховувати збурення за кутовим схилом, тому з урахуванням виразу (5) передавальна функція для формувального фільтра набуває вигляду:

$$W_f(j\omega) = \sqrt{\frac{2D_r\mu(\mu^2 + \lambda^2)}{\pi}} \times \frac{j\omega}{g} \frac{(j\omega + \sqrt{\mu^2 + \lambda^2})}{(j\omega)^2 + 2\lambda j\omega + \mu^2 + \lambda^2}. \quad (6)$$

На підставі порівняльного аналізу виразів (2), (3) передавальну функцію для формувального фільтра, визначеного на підставі виразу для спектральної щільності (3), можна подати у такий спосіб:

$$W_f(j\omega) = 2\sqrt{\frac{D_r\mu(\mu^2 + \lambda^2)}{\pi}} \times \frac{j\omega}{g} \frac{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}{(j\omega)^2 + 2\lambda j\omega + \mu^2 + \lambda^2}. \quad (7)$$

У виразах (6), (7) ураховано, що дисперсія кута хвильового схилу відповідно до роботи [2] визначено за формулою

$$D_\alpha = (\mu^2 + \lambda^2)D_r.$$

Змінювання кутів крену та диференту зумовлюється бортовою та кільовою хитавицями [6]. Особливості задання збурень для системи стабілізації та визначення курсу показано на рисунку.

Випадкові процеси зі спектральними щільностями (3), (4) можуть бути змодельовані як результат проходження випадкового сигналу типу білого шуму через формувальні фільтри, які описуються виразами (6), (7). Із результатів моделювання виходить що, використання формувальних фільтрів на підставі формул (6), (7) є достатньо ефективним для системи досліджуваного класу.

Спосіб задання збурення для рухомих об'єктів морського призначення

Для детермінованого випадку (регулярної хитавиці) задання збурень здійснюється у такий спосіб.

Зазвичай для режиму досліджуваного типу розглядаються лише бортова та кільова хитавиці, які визначаються кутом хвильового схилу.

Такий підхід поширений для створення системи стабілізації та визначення курсу, оскільки у цьому випадку вихідними даними є вимоги до системи, а не характеристики об'єкта, на якому її встановлюють.

Унаслідок бортової та кільової хитавиці система стабілізації та визначення курсу в місці її встановлення здійснює коливання:

$$x_b = \vartheta \sin \omega_x t;$$

$$x_k = \gamma \sin \omega_x t,$$

де ϑ , γ , ω_x – амплітуди відповідних кутів та частота хитавиці.

Зовнішній вплив на систему виявляється як крива швидкості, тому остаточно дія бортової та кільової хитавиці можуть бути описана виразами:

$$x_b = \vartheta \omega_x \cos \omega_x t;$$

$$x_k = \gamma \omega_x \cos \omega_x t.$$

Для дослідження системи стабілізації та визначення курсу пропонується використовувати таку модель зовнішнього моменту, що діє на об'єкт стабілізації:

$$M_{зб} = M_{ст} + M_{оп} \text{sign} \omega_o,$$

де $M_{зб}$ – момент збурення;

$M_{ст}$ – сталий момент, що діє на об'єкт стабілізації;

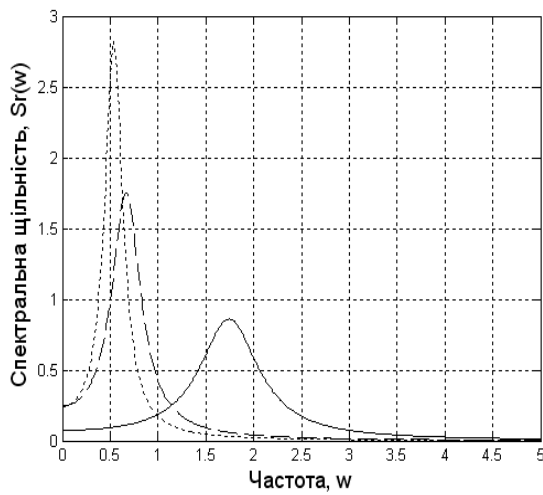
$M_{оп}$ – момент опору двигунів стабілізації;

ω_o – зовнішня кутова швидкість збурення, що діє на платформу.

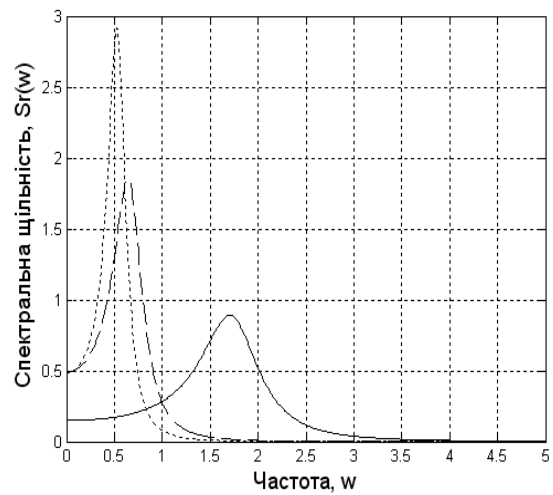
Для об'єктів морського призначення ця зовнішня швидкість і визначається хитавицею.

Під час моделювання навігаційних контурів необхідно задавати збурення на вході основних вимірювачів, тобто акселерометрів.

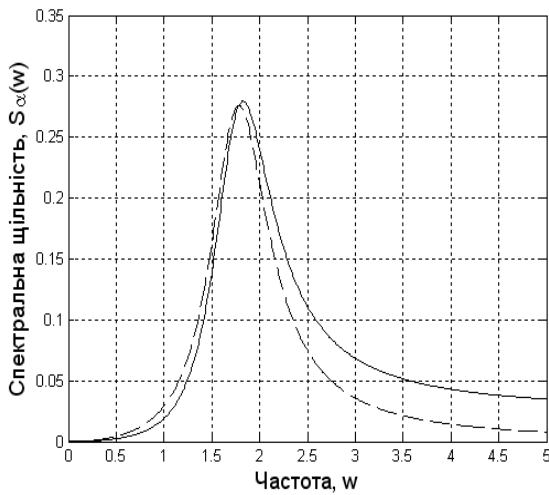
Лінійну швидкість місця встановлення системи стабілізації та курс визначають швидкістю центра мас судна та лінійною швидкістю місця встановлення системи внаслідок її віддалення на відстань l від центра хитання об'єкта.



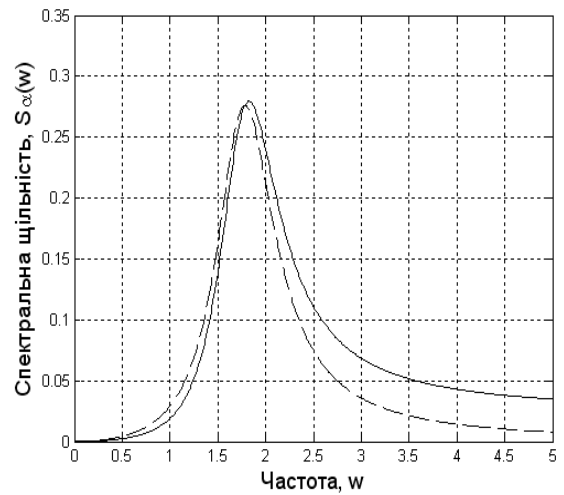
а



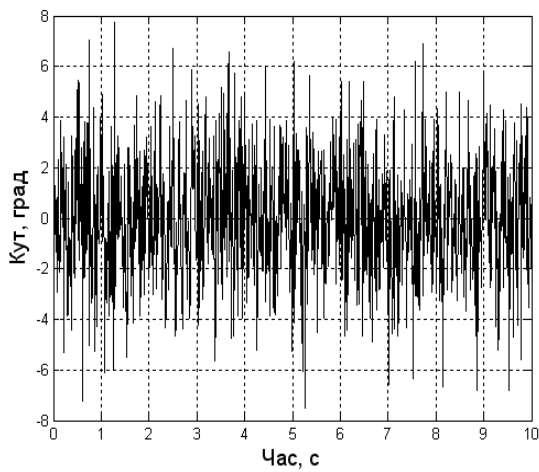
б



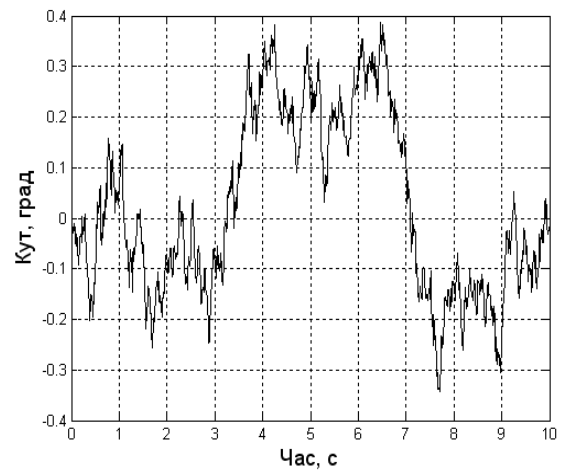
в



г



д



е

Результати дослідження особливостей задання зовнішніх збурень для системи стабілізації та визначення курсу рухомого об'єкта морського призначення:

а, б– спектральні щільності морського хвилювання, обчислені на підставі формул (3), (4) для хвилювання 3 бали (суцільна лінія), 6 балів (перервна лінія), 9 балів (щільно-перервна лінія) відповідно;

в, г– спектральні щільності кутового схилу, обчислені на підставі формул (3), (4) для хвилювання 3 бали (суцільна лінія), 6 балів (перервна лінія) відповідно;

д, е – випадкові сигнали кута хитавиці, змодельовані за допомогою формувального фільтрів за формулами (6), (7) відповідно

Для системи досліджуваного типу здебільшого розглядають лише подовжній рух об'єкта. Вертикальні та бічні складові швидкості об'єкта та хитавиці вважають рівними нулю. Тоді лінійна швидкість місця установаження системи визначатиметься як

$$\mathbf{V} = \mathbf{V} + \mathbf{v},$$

де \mathbf{V} – швидкість об'єкта;

\mathbf{v} – швидкість місця установаження системи внаслідок бортової хитавиці.

При цьому точка установаження системи буде здійснювати гармонічні коливання.

Швидкість та прискорення місця установаження системи відповідно визначають виразами:

$$v = \theta_k \omega_k l \cos \omega_k t;$$

$$\dot{v} = -\theta_k \omega_k^2 l \sin \omega_k t.$$

У разі врахування бічного руху об'єкта та кільової хитавиці слід використовувати аналогічні співвідношення.

Для стохастичного випадку місце задання збурень у математичному описі системи є таким, як і в попередньому випадку, але визначати кутові швидкості та прискорення потрібно за допомогою формувального фільтра.

Відповідні вирази можуть бути отримані на підставі співвідношень [3]:

$$S_{\dot{\omega}}(\omega) = \omega^2 S_{\alpha}(\omega);$$

$$S_{\ddot{\omega}}(\omega) = \omega^4 S_{\alpha}(\omega).$$

Рух морського рухомого об'єкта та наявність уявної частоти можна урахувують за допомогою співвідношення [4]:

$$S_{\alpha}(\omega_y) d\omega_y = \frac{S_{\alpha}(\omega)}{|d\omega/d\omega_y|} = \frac{S_{\alpha}(\omega)}{|1 - 2\omega v \cos \epsilon / g|}.$$

Тоді вираз для формувального фільтра, наприклад, для кутової швидкості, набуде вигляду

$$W_f(j\omega) = K \frac{(j\omega)^2}{g} \frac{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}}{(j\omega)^2 + 2\lambda j\omega + \mu^2 + \lambda^2},$$

$$\text{де } K = 2 \sqrt{\frac{D_r \mu (\mu^2 + \lambda^2)}{\pi (1 - 2\omega v \cos \epsilon / g)}}.$$

Для випадку кутового прискорення такий підхід можна розглядати для аналізу проходження випадкового сигналу через динамічну систему [3], хоча вихідний вираз для кореляційної функції, яка відповідає виразу (4), не можна диференціювати двічі.

Висновки

Отримано вирази для спектральних щільностей типових збурень системи стабілізації та визначення курсу рухомого об'єкта морського призначення.

Запропоновано способи задання збурень для організації проблеми синтезу стохастичної системи.

Такий підхід дозволяє визначати розширену модель системи стабілізації, яка може бути використана в обчислювальній процедурі синтезу стохастичної системи на підставі методів сучасної теорії керування.

Література

1. Петров Ю.П. Оптимизация управляемых систем, испытывающих воздействие ветра морского волнения / Ю.П. Петров. – Л.: Судостроение, 1973. – 214 с.
2. Катханов М.Н. Теория судовых автоматических систем / М.Н. Катханов. – Л.: Судостроение, 1985. – 374 с.
3. Ривкин С.С. Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании / С.С. Ривкин. – М.: Наука, 1978. – 234 с.
4. Perez T. Ship motion control: autopilots with rudder roll stabilization and combined rudder-fin stabilizers / T. Perez. – London.: Springer-Verlag, 2005. – 300 p.
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций / А.А. Свешников. – М.: Наука, 1965. – 463 с.
6. Ривкин С.С. Теория гироскопических устройств. Т. II / С.С. Ривкин. – Л.: Судостроение, 1964. – 548 с.

Стаття надійшла до редакції 15.03.10.