

УДК 629.056.8:519.218.82(045)

Е.О. Ковалевський, к.т.н., с.н.с.  
О.В. Куценко, м.н.с.

## КОНТРОЛЬ ЦІЛІСНОСТІ СУПУТНИКОВОЇ РАДІОНАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ГРУПИ ФІЛЬТРІВ КАЛМАНА

Національний авіаційний університет  
E-mail: kutsenco@bigmir.net

*Розглянуто один з методів контролю цілісності супутникової навігаційної системи. Запропоновано модифікацію цього методу. За допомогою математичного моделювання досліджено запропоновану модифікацію.*

*Рассмотрен один из методов контроля целостности спутниковой навигационной системы. Предложена модификация данного метода. С помощью математического моделирования исследована предложенная модификация.*

*One of navigation satellite system integrity control method has been studied in this research. Modification of this method has been proposed. Modification has been explored by mathematic simulation.*

### Постановка проблеми

Супутникова навігаційна система є всепогодною системою космічного базування, яка дає змогу в глобальних масштабах визначати місцеположення рухомих об'єктів, їхню швидкість у певний момент часу та здійснювати точну координату часу.

Відповідно до концепції ІКАО супутникові навігаційні системи найближчим часом стануть єдиним навігаційним засобом в авіації [1].

Використання систем супутникової радіонавігації в авіації визначається здатністю даних систем до задоволення високих вимог щодо точності та достовірності навігаційних визначень.

Наявність супутникових навігаційних систем GPS (США), ГЛОНАСС (РФ), а в перспективі GALILEO (ЄС), використання широкозонних і локальних диференціальних корекцій дозволяє отримувати високу точність визначення координат.

Забезпечення достовірності отримуваних даних особливо важливо для безпеки польотів.

Головною складовою частиною достовірності являється цілісність – міра довіри, яка може бути віднесена до правильності інформації, що надається системою в цілому.

Цілісність включає здатність системи забезпечити користувача своєчасними та достовірними попередженнями (спрацюваннями сигналізації) в тих випадках, коли система не повинна використовуватись для наміченої операції або етапу польоту [2].

### Аналіз досліджень і публікацій

Відомі методи контролю цілісності поділяють на методи оцінювання і фільтраційні методи [3]. Кожному з них властиві свої переваги та недоліки. Пошук нових методів передбачає досягання високої ймовірності виявлення відмов супутника за малого часу, що витрачається на їх виявлення.

У роботі [4] рекомендується метод, що ґрунтується на аналізі рішень, отриманих за одночасної реалізації в блоці оброблення навігаційного приймача групи фільтрів Калмана.

Основний фільтр (індекс  $A$ ) обробляє псевдовідстані до всіх видимих супутників. Допоміжні фільтри обробляють псевдовідстані з послідовним вилученням вимірів за сигналами одного з супутників (індекс  $i$ ).

Якщо оцінками параметрів користувача основним і допоміжними фільтрами є відповідно  $\eta_{Ak}$  та  $\eta_{ik}$ ,  $i = 1 \dots N$  ( $N$  – кількість видимих супутників), то знаходять їх різниці для моменту часу  $k$ :

$$b_{ik} = \eta_{ik} - \eta_{Ak};$$

$$\Delta P_k^i = P_{ik} - P_{Ak},$$

де  $P_{Ak}$ ,  $P_{ik}$  – відповідні коваріаційні матриці оцінок стану фільтрів.

У припущенні

$$\lambda_{ik} = b_{ik}^T \Delta P_k^i b_{ik}$$

розподілено за законом  $\chi^2$ , розв'язувальне правило набуває вигляду:

$$\lambda_{ik} > T_{ik} - \text{виявлена відмова};$$

$$\lambda_{ik} < T_{ik} - \text{відсутня відмова},$$

де  $T_{ik}$  – поріг, що встановлюється відповідно до рівня хибних спрацювань.

Описаний підхід реалізовано в продукції фірми Litton, проте жодних даних про його ефективність не надається.

**Мета роботи** – дослідження методу контролю цілісності системи супутникової навігації за допомогою математичного моделювання (див. рисунок).

**Математична модель**

Модель руху об'єкта описується виразами:

$$\begin{aligned} x_k &= x_{k-1} + T \cdot V_{x,k-1}, & V_{x,k} &= V_{x,k-1} + \xi_{x,k-1}, \\ y_k &= y_{k-1} + T \cdot V_{y,k-1}, & V_{y,k} &= V_{y,k-1} + \xi_{y,k-1}, \\ z_k &= z_{k-1} + T \cdot V_{z,k-1}, & V_{z,k} &= V_{z,k-1} + \xi_{z,k-1}, \end{aligned}$$

де  $T$  – період часу між моментами  $k$  та  $k-1$ ;

$\xi_{x,k-1}, \xi_{y,k-1}, \xi_{z,k-1}$  – незалежні дискретні білі шуми з нульовим математичним сподіванням і дисперсіями  $D_{\xi_x}, D_{\xi_y}, D_{\xi_z}$ ;

$x_k, y_k, z_k$  – координати об'єкта;

$V_x, V_y, V_z$  – проекції вектора швидкості на осі координат.

Вектор стану подамо у вигляді:

$$X_k^T = [x_k \quad V_{x,k} \quad y_k \quad V_{y,k} \quad z_k \quad V_{z,k} \quad D'_k \quad V'_k],$$

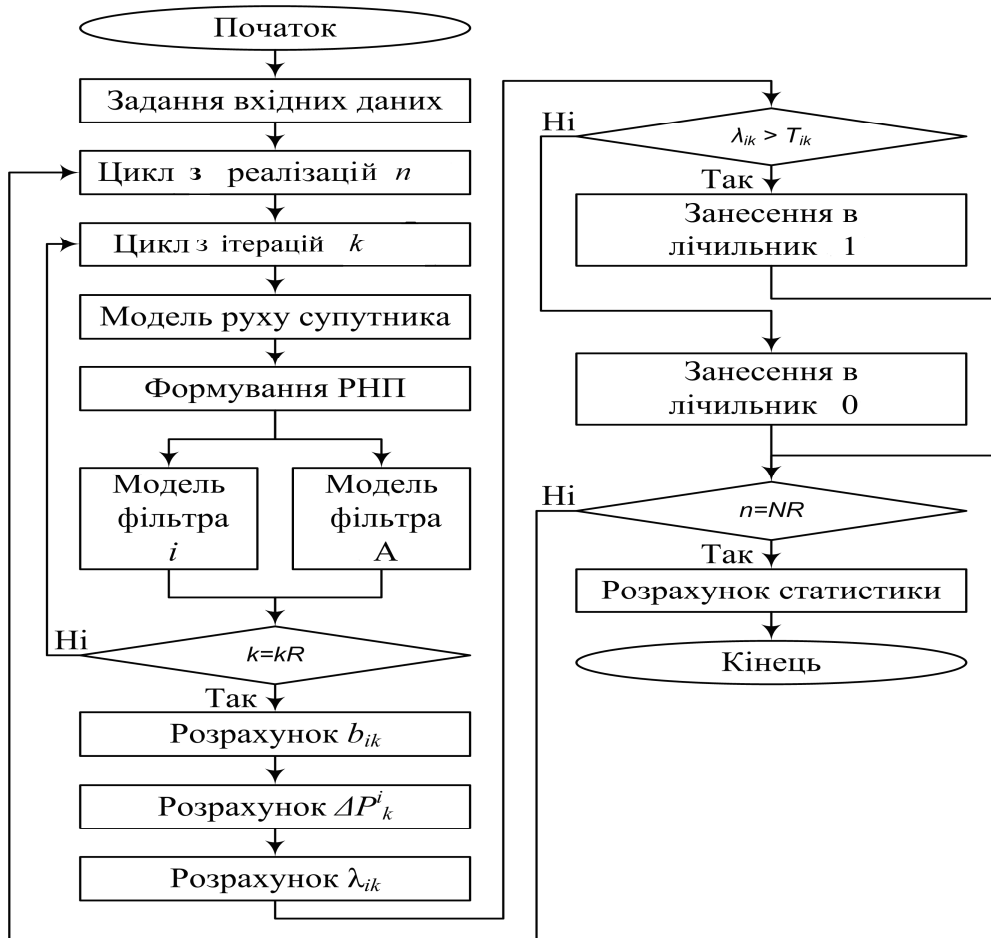
де  $D'_k, V'_k$  – похибки дальності та швидкості, причиною яких є зсув шкал годинників, вектор шумів:

$$\xi_{x,k}^T = [\xi_{x,k} \quad \xi_{y,k} \quad \xi_{z,k} \quad \xi_{D,k} \quad \xi_{V,k}].$$

Рівняння для вектора стану має вигляд:

$$X_k = F \cdot X_{k-1} + G \cdot \xi_{x,k-1},$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_1 \end{bmatrix};$$



Структура математичної моделі:  
РНП – радіонавігаційні параметри

$$G = \begin{vmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_2 \end{vmatrix};$$

$$F_1 = \begin{vmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$G_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix};$$

$$G_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix};$$

$$M \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{x,k} & \bar{\xi}_{x,k}^T \end{bmatrix} = R_\xi = \begin{vmatrix} D_{\xi_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{\xi_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{\xi_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_\xi \end{vmatrix},$$

де  $Q_\xi$  – взаємно кореляційна матриця шумів  $\xi_{D,k}$  і  $\xi_{V,k}$ .

Модель вторинних спостережень описується виразами у векторному вигляді:

$$Y_{D,k} = h_D(x_k) + n_{D,k};$$

$$Y_{V,k} = h_V(x_k) + n_{V,k},$$

де  $n_{D,k}$ ,  $n_{V,k}$  – вектори дискретних білих шумів.

Компоненти векторів для  $i$ -го супутника

$$h_{Di} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + D';$$

$$h_{Vi} = \frac{(x_i - x)(\dot{x}_i - \dot{x})}{D_i} +$$

$$+ \frac{(y_i - y)(\dot{y}_i - \dot{y})}{D_i} +$$

$$+ \frac{(z_i - z)(\dot{z}_i - \dot{z})}{D_i} + V',$$

де  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координати користувача;

$D'$ ,  $V'$  – похибки дальності та швидкості, причиною яких є зсув шкал годинника.

Модель фільтра Калмана описується рівнянням [3]:

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + D_{x,k} \left( \frac{\partial h(\tilde{x}_k)}{\partial x} \right)^T R_n^{-1} (Y_k - h(\tilde{x}_k));$$

$$\tilde{x}_k = F \hat{x}_{k-1};$$

$$D_{x,k}^{-1} = \tilde{D}_{x,k}^{-1} + \left( \frac{\partial h(\tilde{x}_k)}{\partial x} \right)^T R_n^{-1} \frac{\partial h(\tilde{x}_k)}{\partial x};$$

$$\tilde{D}_{x,k} = F D_{x,k-1} F^T + G R_\xi G^T;$$

$$Y_k^T = \begin{vmatrix} y_{D,k} & y_{V,k} \end{vmatrix};$$

$$h^T = \begin{vmatrix} h_D & h_V \end{vmatrix},$$

де  $\hat{x}_k$  і  $\tilde{x}_k$  – поточна та екстрапольована оцінки вектора стану;

$D_{x,k}$  – матриця дисперсій похибок фільтрації;

$R_n$  – взаємно кореляційна матриця  $n_{D,k}$  і  $n_{V,k}$ ;

$\tilde{D}_{x,k}$  – матриця дисперсій похибок екстраполяції.

### Результати моделювання

Як початкові дані для моделювання взято координати та швидкості сузір'я із шести супутників GPS на фіксований момент часу і відомі координати користувача.

Задано необхідні для функціонування моделі вхідні дані, зокрема,  $R_\xi$ ,  $R_n$ .

У припущенні некорельованості випадкових похибок діагональні компоненти матриць відповідно становлять для матриці  $R_\xi$ :

$$D_{\xi_x} = D_{\xi_y} = 25 \text{ м}^2,$$

$$D_{\xi_z} = 100 \text{ м}^2,$$

$$D_{\xi_D} = 4 \text{ м}^2,$$

$$D_{\xi_v} = 1 \text{ м}^2/\text{с}^2;$$

для матриці  $R_n$ :

$$D_{n_x} = D_{n_y} = 49 \text{ м}^2,$$

$$D_{n_z} = 100 \text{ м}^2,$$

$$D_{n_v} = 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}^2.$$

Зроблено припущення, що користувач нерухомий. Параметри супутників змінювалися в часі з кроком дискретизації  $T = 1$  мс.

Радіонавігаційні параметри формувались одночасно для фільтра А на шістьох супутниках, для фільтра і на один супутник менше за однакових похибок вимірів за дальності  $\sigma_\xi = 5$  м, та швидкості  $\sigma_v = 0,1$  м/с (середньоквадратичні значення).

Відліки фільтрів Калмана знімалися у разі досягнення сферичної похибки визначення координат не більше 100 м. Відмова супутника моделювалася у вигляді додаткових похибок визначення псевдовідстані з середньоквадратичним значенням

$$\sigma_d = \Delta\sigma_\xi.$$

Поріг  $T_{ik}$  вибрано експериментально, виходячи з імовірності хибної відмови, що дорівнює 0,004.

Імовірність відмови  $P$  розраховували з усередненням за  $NR=5 \cdot 10^3$  реалізацій для різних значень  $\Delta$  (див. таблицю).

#### Результати моделювання

$\Delta$	1	2	3	5	10	15
$P$	0,03	0,1	0,2	0,3	0,46	0,55
$P_M$	0,04	0,2	0,35	0,57	0,76	0,82

Дослідження статистики  $\lambda_{ik}$  показали, що вона характеризується великим залишковим значенням навіть без відмови. Це зумовлює неефективність алгоритму контролю відмови, оскільки приріст  $\lambda_{ik}$  незначний порівняно з абсолютним значенням за малих  $\Delta$ . Для підвищення чутливості алгоритму необхідно мінімізувати залишкову статистику.

Пропонується така модернізація методу, яку можна використовувати для моніторингу цілісності, наприклад, у контрольно-коригувальних станціях.

Окрім пари фільтрів Калмана А та і, що працюють у звичайному режимі вводимо ще одну пару аналогічних фільтрів, які працюють за розрахованими псевдовідстанями.

Псевдовідстані до кожного супутника розраховують за відомими координатами супутника і користувача плюс випадкова похибка з апріорною дисперсією  $\sigma_{\xi_1}^2$ .

Зі статистики робочої пари  $\lambda_{i,k}$  віднімається статистика допоміжної пари  $\tilde{\lambda}_{i,k}$ .

Рішення про наявність відмови приймають з огляду на порівняння з порогом величини

$$\Delta\lambda_{i,k} = \lambda_{i,k} - \tilde{\lambda}_{i,k}.$$

Імовірність відмови  $P_M$ , визначена за даним методом наведено в таблиці. Як видно, модернізація сприяла суттєвому покращенню характеристик методу.

Порівняння характеристик запропонованого алгоритму з характеристиками алгоритмів методу оцінювання, наведених у праці [3], показало, що в межах зміни  $\Delta$  від 0 до 10 запропонований алгоритм ефективніший від квазіоптимальних алгоритмів, але поступається оптимальному алгоритму методу оцінювання.

У межах зміни  $\Delta$  від 0 до 2 розглянутий алгоритм перевищує всі алгоритми методу оцінювання.

Порівняння з характеристиками фільтраційного методу, наведеного в праці [3], неправомірне внаслідок різних моделей відмов.

У наведеному дослідженні не розглянуто питання впливу геометричного фактора на  $\lambda_{ik}$ . Але теоретично запропонований модифікований алгоритм не повинен реагувати на геометрію розташування супутників.

#### Висновки

Метод контролю цілісності з використанням групи фільтрів Калмана доцільно застосовувати тільки для його модифікації.

Модифікований алгоритм більш ефективний для виявлення малих рівнів похибки, яка зумовлена відмовою, порівняно зі стандартною похибкою вимірювання псевдо відстаней.

Про доцільність використання методу можна судити в результаті оцінювання розрахункових затрат на його реалізацію.

#### Література

1. *Бабак В.П.* Супутникова радіонавігація / В.П. Бабак, В.В. Конін, В.П. Харченко. – К.: Техніка, 2004. – 328 с.
2. *ІСАО.* Приложение 10. Авиационная электросвязь. – Т. 1. 6-е изд., 2006. – 606 с.
3. *Глонасс.* Принципы построения и функционирования. 3-е изд. / под ред. А.И. Перова, В.И. Харисова. – М.: Радиотехника, 2005. – 688с.
4. *Контроль целостности и комплексирование бортовой спутниковой навигационной аппаратуры.* – <http://cadcamcenter.ru/content/view/471/34/>.