

УДК 531.781:550.36 (045)

Н.І. Бахова, к.ф.-м.н., доц.

ТЕРМОПРУЖНІ НАПРУЖЕННЯ В НЕОДНОРІДНИХ ГЕОЛОГІЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ СКЛАДНОГО ОБРИСУ

Інститут геофізики ім. С.І.Субботіна НАН України

На основі методу скінченних елементів отримано детальний розподіл термопружних напружень і переміщень для неоднорідного геологічного середовища. Досліджено взаємний вплив геометрії середовища й неоднорідних граничних умов на розподіл термопружних напружень та переміщень.

неоднорідне середовище, переміщення, термопружні напруження

Вступ

Існуючий напружений стан у будь-якій точці літосфери є результатом дії напружень різного походження, яких може бути багато. Найважливіші з них такі:

- 1) рух тектонічних плит у зонах субдукції;
- 2) зони спредінгу, що приурочені до серединно-океанічних хребтів;
- 3) процеси ерозії та седиментації, що спричинюють відповідно зменшення та збільшення поверхневого навантаження;
- 4) зміна температурного поля.

Системи напружень, що діють у літосфері, можна для зручності розділити на дві головні категорії: поновлювані й непоновлювані [1].

Напруження поновлюваного типу є результатом безперервної дії поверхневих і масових сил. Завдяки дії таких напружень, літосфера подібна до резервуара енергії, що накопичується в геологічних інтервалах часу та вивільнюється тектонічною активністю [1].

Теплові напруження належать до непоновлюваного типу. Вони вивільнюються в молодій океанічній літосфері й, один раз вивільнившись, не можуть накопичуватися знову. Через цю обставину теплові напруження не були повністю враховані у більшості моделей глобальних напружень.

Найбільш помітний внесок у розвиток теорії теплових напружень мали праці Д. Теркота [2; 3; 4; 5].

Перші опубліковані моделі термопружних напружень для океанічної літосфери з'явилися у 1973–1974 рр. Моделі були істотно спрощені у зв'язку з тим, що їх досліджували на основі аналітичних методів.

Проста модель одноосьових теплових напружень в океанічній літосфері, що охолоджується, Д. Теркота відкрила новий напрям дослідження феномену внутрішньоплитової тектоніки [2; 4].

Теплові напруження, що пов'язані з охолодженням океанічної літосфери, розраховують за формулою

$$\sigma_{yy} = -\alpha E(T_y - T_0),$$

де T_y – температура нижньої межі літосфери;

T_0 – температура, до якої плита охолола;

α – коефіцієнт лінійного розширення;

E – модуль Юнга.

Оскільки гребінь хребта є ослабленою ділянкою, то для спрощення аналізу припускають $\sigma_{xx} = 0$. Хоча це не зовсім точно, оскільки теплові напруження існують у X -напрямку.

Помилка в розрахованих максимальних теплових напруженнях становить 10%. Аналогічно передбачається, що $\sigma_{zz} = 0$.

Якщо $\alpha = 3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $E = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $T_y = 800 \text{ } ^\circ\text{C}$, $T_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, то $\sigma_{yy} = 4 \cdot 10^3 \text{ МПа}$. Напружень такої величини достатньо для розриву.

Таким чином, кінцеві теплові напруження внаслідок охолодження океанічної літосфери будуть напруженнями розтягування, паралельними осі хребта й магнітним аномаліям. До зон розриву в океанічній літосфері σ_{yy} будуть нормальними.

Постановка задачі

Визначення величин теплових напружень і переміщень необхідне для оцінювання тільки термопружного внеску в напружений стан літосфери.

Численні дослідження показують, що в ділянках, де відбуваються значні горизонтальні зміни величини теплового потоку, спостерігається підвищена сейсмічна активність у приповерхневій частині земної кори [6; 7; 8; 9; 10].

Припустимо, що в таких ділянках накопичуються і скидаються термопружні напруження.

У зв'язку з цим математичні моделі, що розглядаються нижче, описують неоднорідне нагрівання та контрастні теплофізичні властивості.

Для побудови комплексної моделі, що описує напружено-деформований стан якого-небудь конкретного регіону, потрібен ефективний числовий метод, який дозволить урахувати існуючі в досліджуваній ділянці сили як окремо, так і в їх сукупній дії в різні геологічні епохи. Такій складній вимозі сучасної геодинаміки відповідає метод скінчених елементів.

Для випадку плоского напруженого стану елемента ізотропного матеріалу, на який впливає зміна температури на $\Delta\theta$ з коефіцієнтом теплового розширення α , можна записати

$$\varepsilon_0 = \begin{bmatrix} \alpha\Delta\theta \\ \alpha\Delta\theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

оскільки теплове розширення (стискання) не спричиняє зсувної деформації [11].

Напруження та деформації пов'язані між собою таким співвідношенням

$$\sigma = \mathbf{D}(\varepsilon - \varepsilon_0), \quad (2)$$

де \mathbf{D} – матриця пружності, що відображає властивості матеріалу (модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона).

Для двовимірних задач механіки твердого тіла на основі принципу мінімуму потенціальної енергії можна отримати такий функціонал:

$$\Pi = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon^T \sigma dV. \quad (3)$$

Для кінцево-елементного розбивання вираз (3) можна записати у вигляді

$$\Pi^e = \sum_{e=1}^l t_e \int_{\Omega_e} \frac{1}{2} \varepsilon^T \sigma d\Omega_e,$$

де Ω_e – елементна підобласть;

t – її товщина;

l – загальна кількість елементів у системі.

Якщо продиференціювати елементний внесок Π^e за переміщеннями вузлів сітки δ і обчислити суму за всіма елементами, отримуємо систему алгебричних рівнянь:

$$\mathbf{K}\delta = \mathbf{F}_0, \quad (4)$$

де \mathbf{K} – матриця твердості;

\mathbf{F}_0 – сили у вузлах, що виникають під час початкової деформації.

Рівняння (4) дає змогу отримати розв'язок для переміщень. Із виразів (1) та (2) можна отримати вираз для напружень:

$$\sigma = \mathbf{D}\mathbf{B}\delta - \mathbf{D}\varepsilon_0. \quad (5)$$

Передбачається, що напруження у середині елементів є постійними і прикладені до центра ваги елемента. Матрицю \mathbf{B} можна визначити, якщо відомі функції форми та вузлові зсуви.

Результати досліджень

У цій роботі розглянуто декілька теоретичних термопружних задач для геологічних середовищ різної геометрії з контрастними теплофізичними властивостями й неоднорідними граничними умовами.

З теорії термопружності відомо, що стан тіла вважається недеформованим, якщо зовнішні сили не діють за заданої температури T_0 . У випадку $T \neq T_0$, навіть тоді, коли не діють зовнішні сили, тіло буде деформовано внаслідок теплового розширення [12].

У геофізиці визначити температуру недеформованого стану середовища достатньо складно, а часом і неможливо. У всіх теоретичних моделях роблять таке припущення: деформації, що зумовлені однорідним нагріванням однорідного середовища, вважаються нехтовно малими і температури T_0 для кожного вузла сітки розраховують за нагрівання однорідного середовища тепловим потоком $q=50$ МВт/м².

Вертикальний контакт двох середовищ з різною теплопровідністю

Модель 1 однорідного нагрівання уступоподібного контакту двох середовищ зображено на рис. 1.

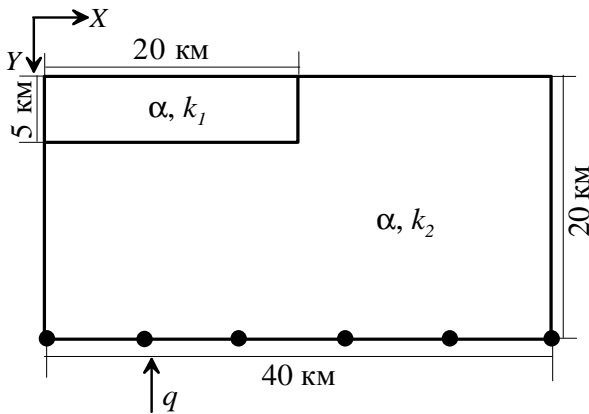


Рис. 1. Модель 1 рівномірного нагрівання уступу з нерухомою нижньою стінкою

Тепловий потік $q = 50 \text{ МВт/м}^2$ задано на нижній нерухомій межі. Відношення коефіцієнтів теплопровідності становить $k_2/k_1 = 2,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $k_1 = 1,4 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $k_2 = 3,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Значення коефіцієнта лінійного теплового розширення приймається $\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. На межі контакту двох середовищ для більшої точності обчислення шуканих величин було проведено регулярне згущення кінцево-елементної сітки.

Результати розрахунків показано на рис. 2.

Розподіл термопружних напружень, які є напруженнями розтягування, показано на рис. 2, а. Чітко виражений максимум міститься безпосередньо під низькотеплопровідним блоком біля лівої межі моделі.

Переміщення вузлових точок модельного середовища по осі X показано на рис. 2, б. Мінус означає зсув у протилежному напрямку від осі X . Ізолінії переміщень перериваються нейтральною площиною, де руху не спостерігається.

Найбільшого розтягання середовище зазнає в ділянці, що прилягає до лівої межі моделі (приблизно до 7 км по осі X і 15 км по осі Y).

Максимальне підняття (рис. 2, в) розглянутої ділянки відбувається в низько теплопровідному блоці (плюс означає рух у бік, протилежний осі Y).

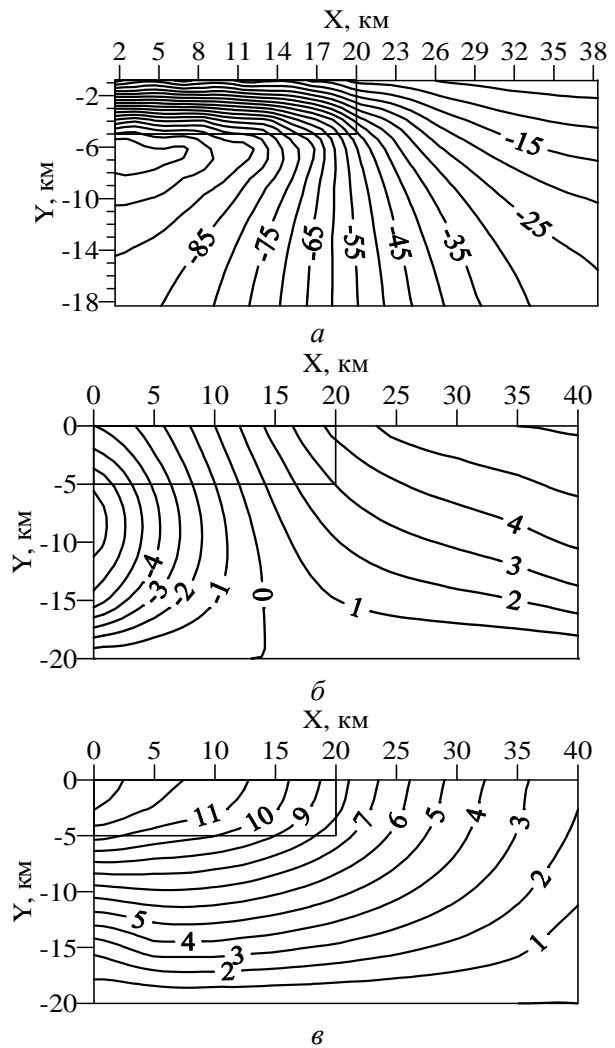


Рис. 2. Термопружна модель 1 уступоподібного вертикального контакту двох середовищ за відношення коефіцієнтів теплопровідності $k_2/k_1=2,5$:
а – розподіл термопружних напружень;
б – розподіл переміщень по осі X ;
в – розподіл переміщень по осі Y

Неоднорідне нагрівання уступу

Розглянемо задачу неоднорідного нагрівання середовища (модель 2), геометрію якого зображено на рис. 3.

На нижній нерухомій межі задано теплові потоки $q_1=80 \text{ МВт/м}^2$ й $q_2=50 \text{ МВт/м}^2$. Значення коефіцієнтів теплопровідності та коефіцієнта лінійного розширення залишаються без змін.

Ізолінії напружень безперервні, вони плавно згущаються в низькотеплопровідному блоці. Безпосередньо під горизонтальною межею середовищ з різними коефіцієнтами теплопровідності спостерігаються найвищі значення напружень (рис. 4, а).

Закономірності в розподілі переміщень не змінюються, збільшуються лише значення зсувів (рис. 4, б, в).

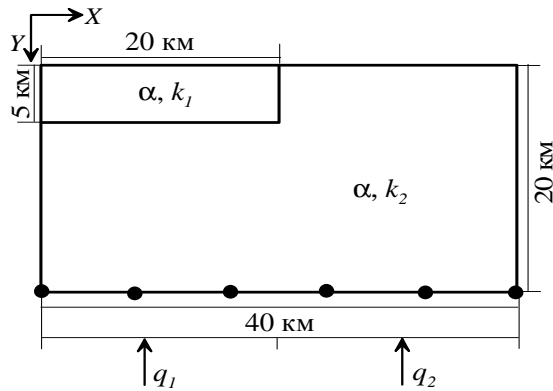


Рис. 3. Модель 2 неоднорідного нагрівання уступу з нерухомою нижньою стінкою

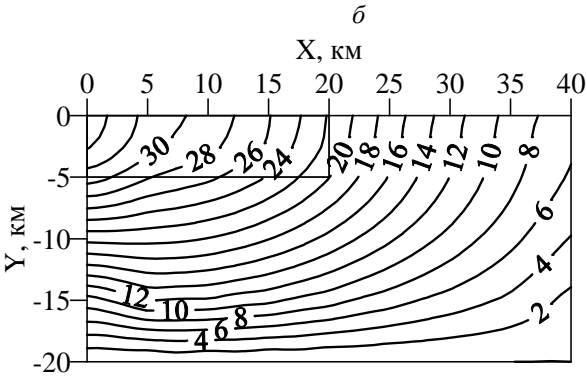
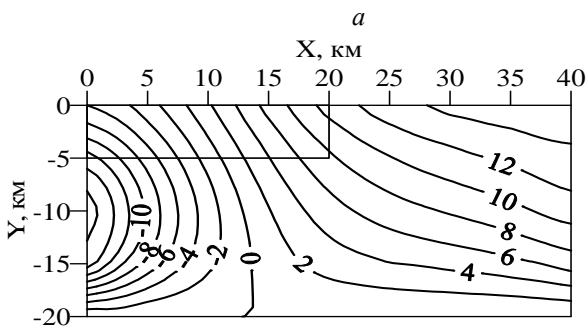
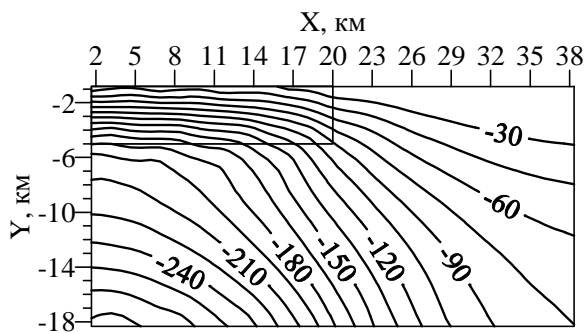


Рис. 4. Термопружна модель 2 уступоподібного вертикального контакту двох середовищ за відношення коефіцієнтів теплопровідності $k_2/k_1=2,5$ і теплових потоків $q_1/q_2=1,6$:

a – розподіл термопружних напружень;
б – розподіл переміщень по осі *X* ;
в – розподіл переміщень по осі *Y*

Нерівномірне нагрівання вертикального контакту двох середовищ за наявності товщі перекривальних порід

Розглянемо випадок (модель 3), коли контактну область перекрито шаром потужністю $h=5$ км зі значенням коефіцієнта теплопровідності $k_1=1,4$ Вт/(м·К) і коефіцієнтом лінійного розширення $\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (рис. 5).

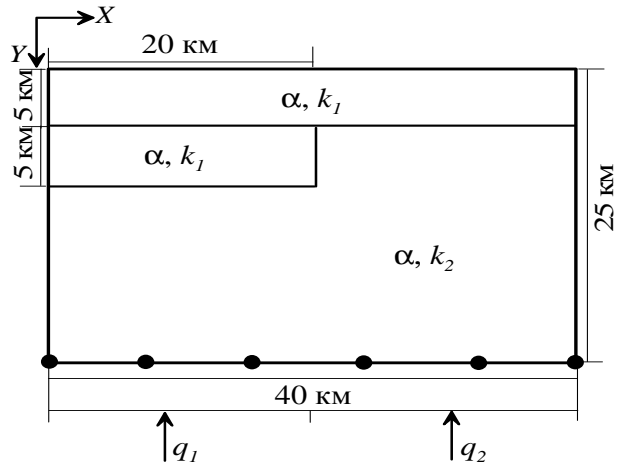


Рис. 5. Модель 3 неоднорідного нагрівання вертикального контакту двох середовищ за наявності шару перекриваючих порід

Розв’язання термопружної задачі показано на рис. 6.

Аномалія термопружних напружень спостерігається в ділянці під виступом. Наявність низькотеплопровідного блока зумовлює зменшення значень напружень (рис. 6, *a*). Закономірності розподілу переміщень на осях *X* та *Y* зберігаються на відміну від моделі 2, але значення переміщень збільшуються (рис. 6, *б*, *в*).

Таким чином, розглянуто кілька випадків нагрівання неоднорідного середовища з контрастними теплофізичними властивостями. Нижня межа у всіх трьох моделей фіксована.

Вертикальні переміщення верхньої поверхні моделей 1, 2, 3 показано на рис. 7.

У результаті нерівномірного нагрівання виступу (модель 2) збільшується вертикальне відхилення верхньої поверхні модельного геологічного середовища в два рази відносно однорідного розігрівання виступу (модель 1). Перекривальний шар у моделі 3 значно підвищує величини зсувів у напрямку *Y* порівняно з попередніми моделями.

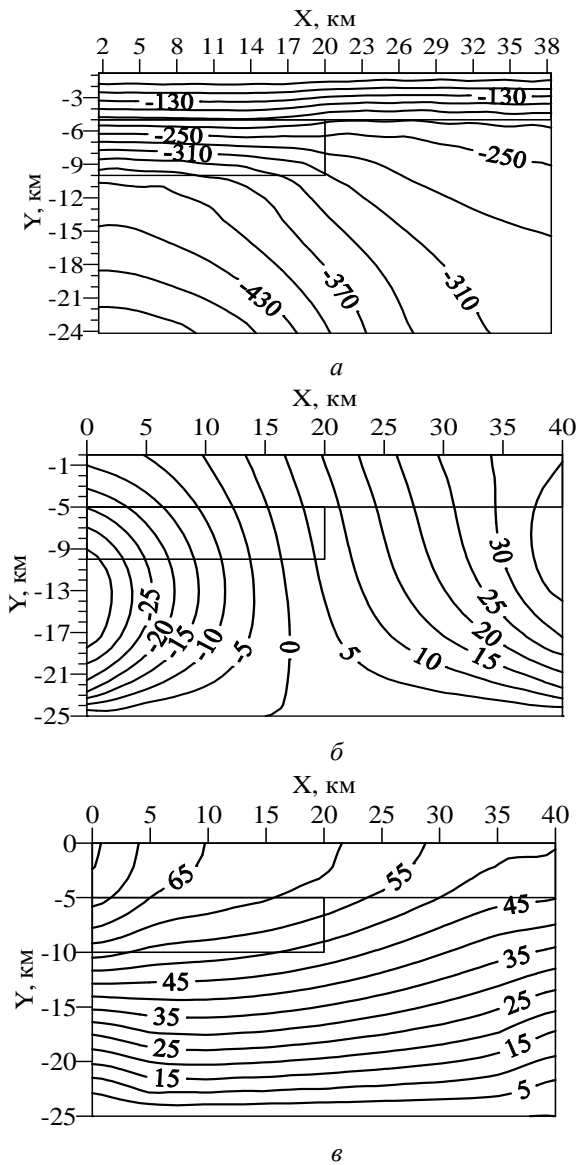


Рис. 6. Термопружна модель 3 нерівномірного нагрівання уступоподібного вертикального контакту двох середовищ за наявності перекривального шару ($k_2/k_1=2,5$; $q_1/q_2=1,6$):
 а – розподіл термопружних напружень;
 б – розподіл переміщень по осі X ;
 в – розподіл переміщень по осі Y

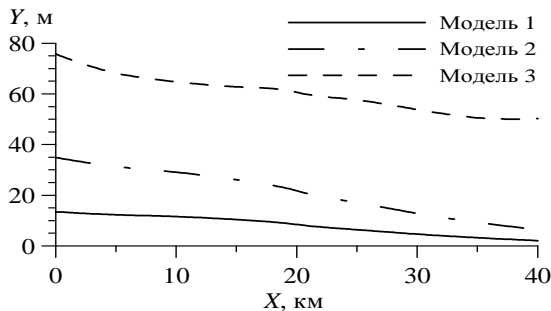


Рис. 7. Вертикальне відхилення верхньої поверхні моделей 1, 2, 3

Вплив вибору «закріплення» моделі на розподіл переміщень

Розв’язуючи термопружну задачу, необхідно задати відомі переміщення як граничні умови. Розглянемо вплив твердого «закріплення» моделі на розподіл зсувів у напрямках осі X та осі Y .

Як приклад оберемо модель 2 і закріпимо її в одній точці в нижньому правому кутку (рис. 8).

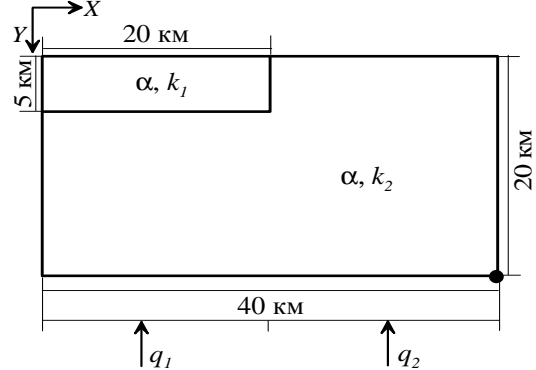


Рис. 8. Модель 4 неоднорідного нагрівання виступу із «закріпленням» в одній точці в нижньому правому кутку

Вибір «закріплення» не впливає на розподіл термопружних напружень. Це випливає з формули (5). Отримані в результаті розрахунків зсуви показано на рис. 9. Характер розподілу зсувів у напрямках осі X та осі Y істотно змінюється порівнянно з моделлю 2 з нерухомою нижньою межею. Величини переміщень по осях X та Y значно збільшуються. Ділянка, на яку впливає максимальне розтягання і найбільше прогрівання, розташована під уступом (рис. 9, а). Найбільше підняття вузлових точок моделі відбувається в низькотеплопровідному блоці (рис.9, б).

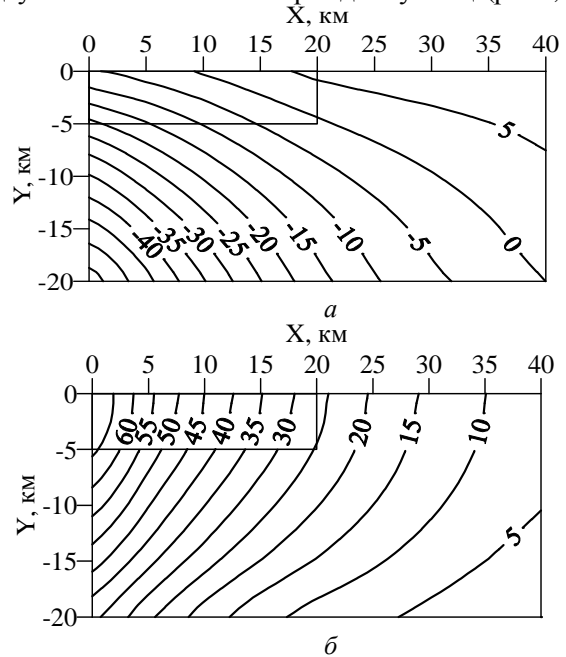


Рис. 9. Розподіл переміщень для моделі 4:
 а – у напрямку x ;
 б – у напрямку Y

Вплив форми неоднорідного середовища на розподіл термопружних напружень і переміщень

Досліджуване геологічне середовище не завжди має чітко визначену форму. Його геометрія може бути різною. Урахування геометричних навантажень у геофізичних дослідженнях — важливе питання.

Під геометричними навантаженнями розуміють геометричні розміри геологічного середовища та форми неоднорідних включень (прошарки, блоки тощо).

У літературних джерелах часто вказується на те, що геометричний фактор має негативне значення. Геометрія геологічного середовища є такою, якою вона є. Середовище гармонійне та гармонійно узгоджується з усіма законами природи.

Отже, має бути гармонія як у фізико-геологічній моделі, так і в математичному її описі.

Урахування геометричного фактора, що стосується, переважно, наук про Землю, призводить до постановки цікавих задач. А саме, коли геометрія геологічного простору визначає вибір числового методу. Боротьба з геометричним фактором неодмінно призведе до аналітичних і числових труднощів.

У такому випадку розв'язання буде стикатися з черговими складностями й саме по собі буде позбавлене значення, досягнення якого надто трудомістке.

Виберемо уступоподібну форму неоднорідного середовища на основі моделі 4 і жорстко закріпимо її в одній точці, як показано на рис. 10.

Теплофізичні й пружні властивості, граничні умови залишаються попередніми. На бічній межі моделей 1, 2 тепловий потік задано за лінійним законом

$$q' = q_1 - \frac{q_1 - q_2}{y_1} y_n,$$

де y_n — дискретні значення глибин, що перебувають в інтервалі $10 \text{ км} < y_n < 20 \text{ км}$.

Результати розрахунків для двох варіантів задання показано на рис. 11 ($k_2/k_1=2,5$; $q_1/q_2=1,6$).

Закономірності розподілу напружень не змінюються щодо моделі прямокутної форми (рис. 11, а, з). Максимальні термопружні напруження накопичуються під контактною зоною. У низькотеплопровідному блоці напруження більше, ніж в іншій приповерхневій ділянці.

Вигин ізоліній на межі контакту поблизу поверхні спричинено варіаціями, що зумовлено переходом від низькотеплопровідного середовища до високотеплопровідного.

Наявність виступоподібного вирізу завширшки 10 км не змінює характеру розподілу переміщень у напрямках осей X та Y (рис. 11, б, в).

За ширини виступу 20 км (рис. 11, д) нейтральна площина для горизонтальних переміщень зміщується у праву сторону моделі. Збільшення значень вертикальних переміщень у нижній частині моделі із шириною виступу 10 км (рис. 11, в) відбувається менш інтенсивно, ніж за ширини уступу 20 км (рис. 11, е).

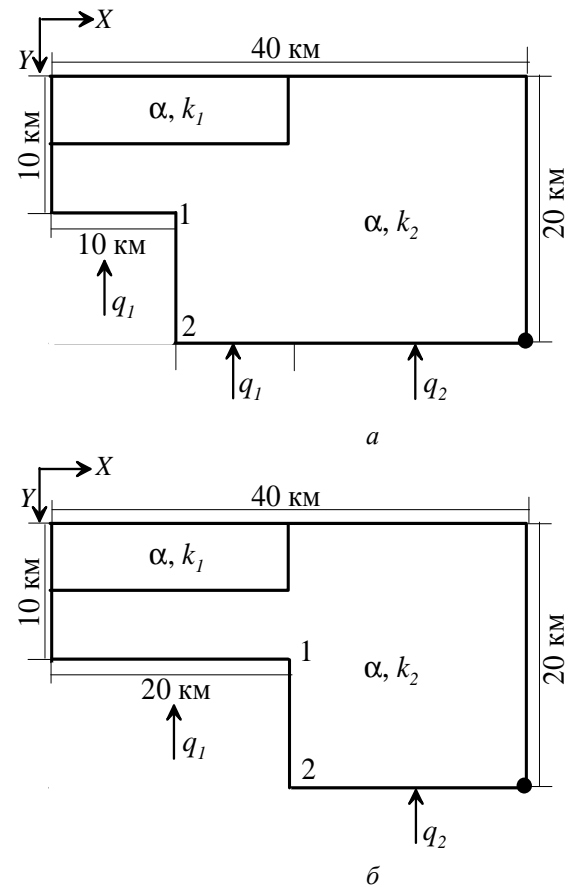


Рис. 10. Модель середовища уступоподібної форми: а — ширина уступу 10 км; б — ширина уступу 20 км

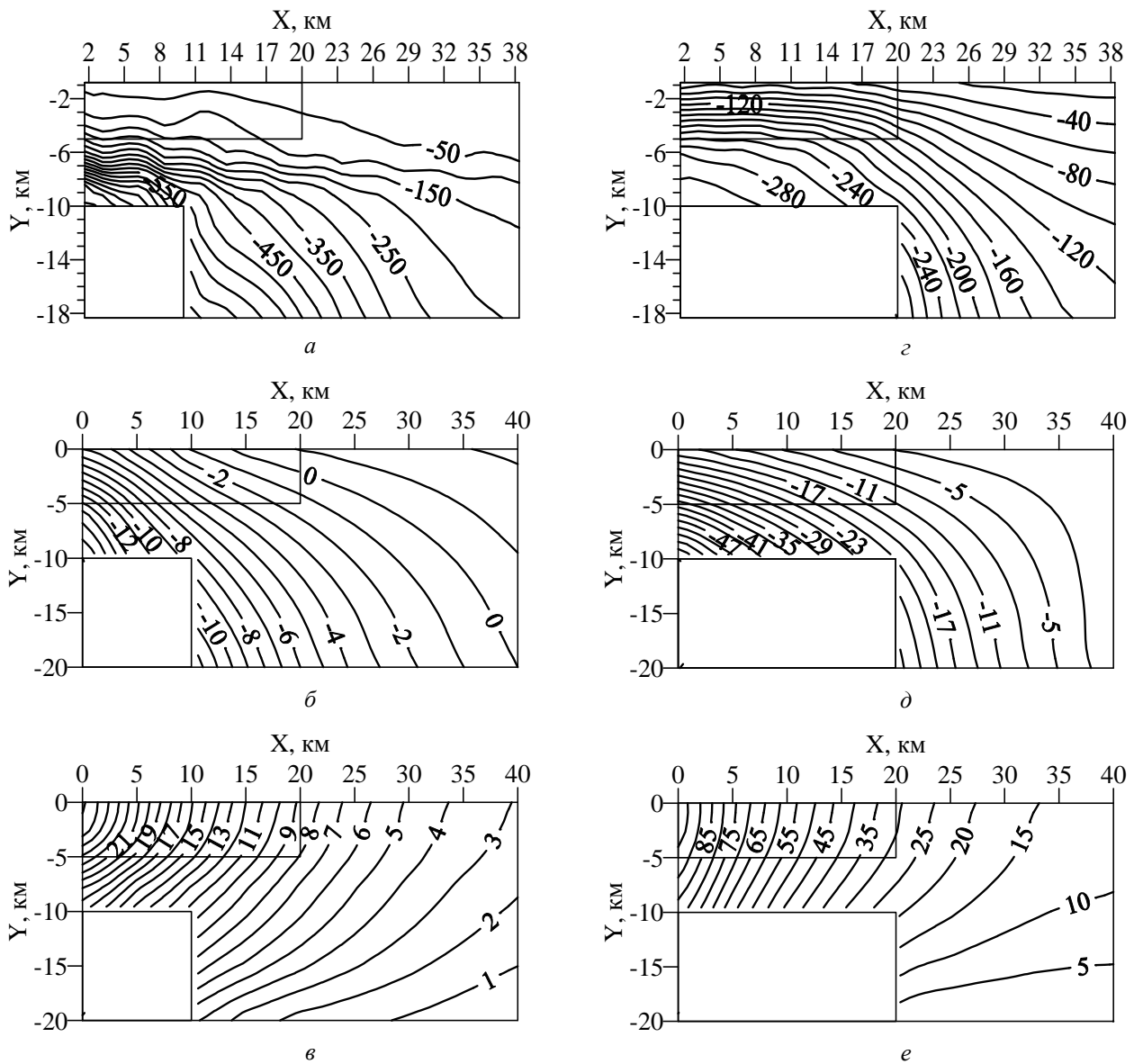


Рис. 11. Термопружна модель для нерівномірного нагрівання уступоподібного вертикального контакту двох середовищ з шириною уступу 10 км (а, б, в), з шириною уступу 20 км (г, д, е):

а, г – розподіл термопружних напружень;

б, д – розподіл переміщень по осі x ;

в, е – розподіл переміщень по осі y

Висновки

Отримано детальний розподіл термопружних напружень і переміщень для класичних завдань термопружності.

Досліджено взаємний вплив геометрії неоднорідного середовища і граничних умов.

Обчислювальні експерименти показали, що величина максимальних термопружних напружень може сягати 500 бар, максимальні значення вертикальних переміщень перебувають в межах 80–90 м, а горизонтальних – 40–50 м.

Кількісний опис режиму термопружних напружень і переміщень, отриманий за допомогою методу скінчених елементів, дасть змогу не тільки краще зрозуміти регіональні характеристики сейсмічної й вулканічної активності, але й забезпечити додаткову інформацію, що дозволить оцінити небезпеку, пов'язану з цими загрозливими природними явищами.

Література

1. *Bott M.H.P.* The origin of tectonic stress in the lithosphere / M.H.P. Bott, N.I. Kusznir // *Tectonophysics*. – 1984. – 105, No 1–4. – С. 1–13.
2. *Turcotte D.L.* Are transform faults thermal contraction cracs? / D.L. Turcotte // *J. Geophys. Res.* – 1974. – 79. – С. 585–587.
3. *Turcotte D.L.* Membrane tectonics / D.L. Turcotte // *Geophys. J.R. Astron. Soc.* – 1974. – 36. – С. 33–42.
4. *Turcotte D.L.* Mid-plate tectonics / D.L. Turcotte, E.R. Oxburgh // *Nature*. – 1973. – 244, № 5415. – С. 337–339.
5. *Turcotte D.L.* Stress accumulation in the lithosphere / D.L. Turcotte, E.R. Oxburgh // *Tectonophysics*. – 1976. – 35, No.1–3. – С. 183–199.
6. *Sandwell D.T.* Thermal stress and spacing of transform faults / D.T. Sandwell // *J. Geophys. Res.* – 1986. – 91. – С. 6405–6417.
7. *Jadamec M.A.* Analytic model for orogenic collapse / M.A. Jadamec, D.L. Turcotte, P. Howell // *Tectonophysics*. – 2007. – 435. – С. 1–12.
8. *Manaker D.M.* Damage formation associated with bending under a constant moment / D.M. Manaker, D.L. Turcotte, L.H. Kellogg // *Tectonophysics*. – 2007. – 433. – С. 81–95.
9. *Holliday J.R.* A review of earthquakes statistics: fault and seismicity-based models, ETAS and BASS / J.R. Holliday, D.L. Turcotte, J.B. Rundle // *Pure and Applied Geophysics*. – 2008. – 165, No 6. – С. 1003–1024.
10. *Бахова Н.И.* Тепловые неоднородности и напряженное состояние океанической литосферы // *Геотермия сейсмичных и асейсмичных зон*. – М.: Наука, 1993. – С. 86–92.
11. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
12. *Ландау Л.Д.* Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 246 с.

Стаття надійшла до редакції 12.01.10.

Н.И. Бахова

ТЕРМОУПРУГИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ СЛОЖНОГО ОЧЕРТАНИЯ

Институт геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины

неоднородная среда, перемещения, термоупругие напряжения

Термоупругие напряжения относятся к невозобновляемому типу напряжений, то есть, однажды высвободившись, напряжения не могут накапливаться вновь. Расчет термоупругого вклада в напряженное состояние литосферы дает дополнительную информацию, позволяющую оценить опасность, связанную с такими природными явлениями, как сейсмичность и вулканическая активность. Рассмотрено несколько теоретических моделей для геологической среды сложного очертания с неоднородными теплофизическими характеристиками. Решение получено на основе численного метода конечных элементов. Исследовано влияние «закрепления» модели, геометрического фактора, неоднородных граничных условий на распределение термоупругих напряжений и перемещений. Вычислительные эксперименты показали, что величина максимальных термоупругих напряжений достигает 500 б. Максимальные величины вертикальных перемещений не превышают 90 м, горизонтальных — 50 м. Положение нейтральной плоскости определяется точно.

Natalya I. Bakhova

THERMOELASTIC STRESSES IN NON-UNIFORM GEOLOGICAL ENVIRONMENTS DIFFICULT OUTLINE

Institute of Geophysics by name S.I. Subbotin of the National Academy of Sciences of Ukraine

dislocation, non-uniform environment, thermoelastic stresses

Thermal stresses concern not renewed type of stresses, that is once having liberated, they cannot accumulate more. The estimation of purely thermoelastic contribution to a lithosphere stress state gives the additional information, allowing to predict the danger connected with such natural factors, as seismic and volcanic activity. Some theoretical thermoelastic problems for the geological environment of a difficult outline with non-uniform thermophysical characteristics are considered. The decision is received on the basis of a numerical finite elements method. Influence of the model fixation, the geometrical factor and boundary conditions on distribution of thermal stresses and dislocation is investigated. Computing experiments have shown, that the size of the maximum thermal stresses reaches 500 bar. The maximum values of vertical dislocation are reached by 90 m, and horizontal — 50 m. Neutral plane position are precisely defined.