

УДК 621.926.9 (088.8)

¹ О.Ф. Нікулін, к.т.н., с.н.с.
² О.М. Тітенко, пров. констр.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ДВОФАЗОВОГО ПОТОКУ В ПРИСКОРЮЮЧОМУ КАНАЛІ

Державна науково-виробнича корпорація «Київський інститут автоматики»

¹ E-mail: nikulin@nvkkia.ua

² E-mail: olimp-st@mail.ru

Розроблено математичну модель руху двофазового потоку, що складається із твердої дрібнодисперсної фази (часток) і газоподібної фази – енергоносія, в прискорюючому каналі.

газоподібна фаза, двофазовий потік, дрібнодисперсний матеріал, механічні та термодинамічні характеристики потоку, прискорюючий канал

Постановка проблеми

Проблеми вивчення руху двофазового потоку звертають увагу спеціалістів у багатьох галузях промисловості, зокрема, при транспортуванні, або прискоренні до значних швидкостей дрібнодисперсних матеріалів, особливо тонкого та надтонкого помелу за допомогою енергоносія – газу.

Проектування прискорюючих каналів для таких апаратів наштовкується на недостатньо розвинутий математичний апарат. Існуючі математичні моделі, засновані на емпіричному підході, не дають змоги побачити можливі нові й досить перспективні напрямки використання цього методу подрібнення.

Аналіз останніх досягнень і публікацій

Існує два підходи математичного опису двофазного потоку (одна фаза – енергоносіє, наприклад, газ, інша фаза – тверді частки).

У першому підході пропонують досить істотні спрощення й огрубіння ще на етапі постановки задачі [1; 2].

Другий підхід на основі відомого в обчислювальній математиці методу вирішення квазістационарної задачі, досить незручний для визначення передавальних функцій під час вирішення задач оптимізації та автоматичного керування [3; 4].

В обох випадках двофазовий газодисперсний потік розглядається як континуум, тобто як деяка речовина із загальними усередненими властивостями. Це, особливо в умовах великих прискорень, є досить грубим наближенням.

Мета роботи – розробка математичної моделі розгону твердих дрібних часток газовим середовищем, що рухається, у каналі для визначення різних кінематичних і термодинамічних характеристик потоку з подальшим вирішенням задач оптимізації та знаходження перехідних функцій, необхідних для проектування системи керування.

Основний матеріал

Під час вирішення задачі оптимізації, фази розглядаються як окремі субстанції, але взаємодіють між собою за допомогою аеродинамічних сил. Міжфазова передача тепла через стислість характерного часу розгону 0,001 с не враховується.

Схему прискорюючого каналу показано на рис. 1.

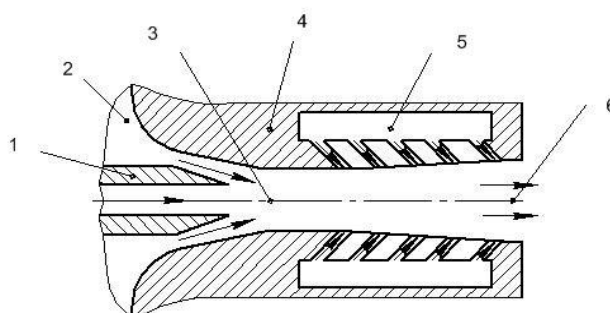


Рис. 1. Вузол прискорюючого каналу:

- 1 – труба подачі псевдозрідженого дисперсного матеріалу;
- 2 – форсажна камера першого сопла;
- 3 – зона змішування;
- 4 – корпус прискорюючого каналу;
- 5 – форсажна камера захисних сопел;
- 6 – вихідний отвір прискорюючого каналу

Дисперсний матеріал надходить потоком G_s (витрата матеріалу за одиницю часу) із середнім розміром зерен d , щільністю ρ_s , порожністю псевдозрідження ϵ в псевдозрідженому вигляді по трубі подачі 1 зі швидкістю ω_{s0} в зону змішування 3. Потік енергоносія, який надходить із форсажна камера 2, що перебуває там під тиском p_{b0} і температурі T_{b0} , через кільцеве сопло 3 кільцевим зазором шириною b , розганяє дисперсний матеріал у порожнині розгінної трубки 4. На довжині L_1 розташована зона дрібновитратних високонапірних сопел, що мають нахил α і виконують функцію захисту стінок від зношування.

Вплив енергоносія на частки визначається силою аеродинамічного опору відповідно до закону Ньютона:

$$\Phi = \eta S \rho \frac{(\omega - \omega_s)^2}{2}, \quad (1)$$

де Φ – сила, що діє на частку;

η – коефіцієнт аеродинамічного опору;

S – площа поперечного перерізу частки;

ρ – щільність енергоносія;

ω – швидкість енергоносія.

Тоді, якщо площа міделева перерізу частки (прийнята куляста форма часток) дорівнює

$$S = \pi \frac{d^2}{4},$$

де d – ефективний діаметр частки, а маса частки:

$$m = \rho_s \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3,$$

то, прирівнюючи силу інерції:

$$P = m \frac{d\omega_s}{dt},$$

і силу аеродинамічного опору частки потоку газу (1), отримаємо:

$$d\omega_s = \frac{3}{4} \frac{\eta \rho}{\rho_s} (\omega - \omega_s)^2 dt. \quad (2)$$

Для визначення коефіцієнта аеродинамічного опору η , що входить у формулу (1), скористаємося формулою (2), апроксимуючи яку в діапазоні параметрів, що цікавить нас (розмір часток 0–0,4 мм, відносна швидкість часток у газі 5–500 м/с, щільність і в'язкість енергоносія відповідає повітря), отримаємо:

$$\eta(x) = 114 \frac{1}{\text{Re}_s^{1,2}(x)} + 0,44.$$

Число Рейнольдса визначаємо за формулою

$$\text{Re}_s(x) = \rho(x) (\omega(x) - \omega_s(x)) \frac{d}{\mu},$$

де d – ефективний діаметр частки;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості.

Будемо розглядати рівняння (2) в системі часток, що рухається уздовж прискорюючого каналу за законом $x = x(t)$, тоді, зневажаючи членами більшого порядку малості, ніж dt , отримаємо:

$$dx = \frac{d}{dt}(x(t)) dt = \omega_s dt.$$

Отже, у рівнянні (2) можна перейти до просторової координати

$$d\omega_s(x) = \frac{3}{4} \frac{\eta \rho(x)}{\rho_s} \frac{(\omega(x) - \omega_s(x))^2}{\omega_s(x)} dx,$$

де $\rho(x)$ – щільність енергоносія, що змінюється за довжиною прискорюючого каналу, визначається виходячи із закону безперервності потоку [4] за формулою

$$\rho(x) = \frac{G(x)}{\omega(x)F(x)}. \quad (3)$$

З іншого боку, вплив руху часток на енергоносій, визначається за формулою Вуліса [5]:

$$\begin{aligned} d\omega(x) \frac{1}{\omega(x)} \left(\frac{\omega^2(x)}{kRT(x)} - 1 \right) = \\ = \frac{dF(x)}{F(x)} - \frac{dL_p(x)}{kRT(x)} - \frac{dG(x)}{G(x)} - \frac{dQ(x)}{RT(x)} \frac{(k-1)}{k} - \frac{dL_{FR}(x)}{RT(x)}, \end{aligned}$$

де $T(x)$ – температура потоку енергоносія;

$F(x)$ – площа поперечного перерізу прискорюючого каналу;

$L_p(x)$ – механічна робота, виконувана потоком газу, віднесена до одиниці маси енергоносія;

$Q(x)$ – кількість тепла, що підводиться до потоку газу, віднесена до одиниці маси енергоносія;

$L_{FR}(x)$ – робота тертя об стінки прискорюючого каналу, виконувана потоком газу, віднесена до одиниці маси енергоносія.

Для визначення $dL_p(x)$ (диференціал механічної роботи) проведемо перетворення:

$$dL_p(x) = dE_s(x) - dE_{SS_K}(x),$$

де $dE_s(x)$ – диференціал механічної роботи, віднесеної до одиниці маси енергоносія, виконуваної потоком при розгоні твердої фази:

$$dE_s(x) = \frac{1}{G(x)} d \left(G_s(x) \frac{(\omega_s(x))^2}{2} \right) = \frac{G_s(x)}{G(x)} \omega_s(x) d\omega_s, \quad (4)$$

$dE_{SS_K}(x)$ – диференціал кінетичної енергії, віднесеної до одиниці маси енергоносія, що підводиться до потоку захисними соплами

$$dE_{SS_K}(x) = \frac{dG}{G(x)} \frac{(\omega_{SS}(x) \cos(\alpha))^2}{2}, \quad (5)$$

де $\omega_{SS}(x)$ – швидкість витікання із захисних сопел, обумовлена за відомою формулою [4]:

$$\omega_{SS}(x) = \lambda_{SS}(x) a_{CR_SS}(x), \quad (6)$$

де $\lambda_{SS}(x)$ – наведена швидкість, обумовлена за відомою формулою [1]

$$\lambda_{SS}(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{p(x)}{p_{B_SS}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \left(\frac{k+1}{k-1} \right)}, \quad (7)$$

де $p(x)$ – статичний тиск у даному місці трубки, обумовлене за відомою формулою стану ідеального газу:

$$p = \rho RT;$$

$p_{B_SS}(x)$ – тиск у форсажних камерах захисних сопел;

$T_{B_SS}(x)$ – температура у форсажних камерах захисних сопел;

$a_{CR_SS}(x)$ – критична швидкість:

$$a_{CR_SS}(x) = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_{B_SS}(x)}. \quad (8)$$

Підставивши у формулу (5) формули (3), (6), (7), (8), отримаємо:

$$dE_{SS_K}(x) = \left[1 - \left(\frac{G(x)RT(x)}{\omega(x)F(x)p_{B_SS}(x)} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \times \\ \times \frac{kR}{k-1} \frac{T_{B_SS}(x)}{G(x)} \cos^2(\alpha) dG.$$

Для визначення диференціала тепла, що підводиться, віднесеного до одиниці маси енергоносія dQ , скористаємося принципами, викладеними в праці [4]:

$$dQ = \frac{c_p}{G(x)} (T_{B_SS}(x) - T_{B_MIX}(x)) dG, \quad (9)$$

де $T_{B_SS}(x)$ – температура гальмування енергоносія захисних сопел;

$T_{B_MIX}(x)$ – температура гальмування суміші, що складається з поточної витрати $G(x)$, температури гальмування $T_B(x)$ й знову доданого dG , з температури гальмування $T_{B_SS}(x)$:

$$T_{B_MIX}(x) = \frac{G(x)T_B(x) + dGT_{B_SS}(x)}{G(x) + dG}. \quad (10)$$

Підставивши вираз (10) у рівняння (9) і провівши спрощення, зневажаючи величинами, більшого порядку малості порівняно з dG , остаточно отримаємо:

$$dQ = c_p \frac{dG}{G(x)} (T_{B_SS}(x) - T_B(x)).$$

Для визначення dT попередньо визначаємо диференціал температури гальмування dT_B . Для цього скористаємося законом збереження енергії, вважаючи стінки теплоізолюваними від навколишнього середовища:

$$c_p dT_B = -dE_s + dQ. \quad (11)$$

Вирішивши рівняння (11) відносно dT_B , одержимо:

$$dT_B = \frac{dQ - dE_s}{c_p}. \quad (12)$$

Підставивши у формулу (12) значення dE_s з формули (4), одержимо:

$$dT_B = \frac{1}{c_p} dQ - \frac{1}{c_p} \frac{G_s(x)}{G(x)} \omega_s(x) d\omega_s.$$

Визначимо температуру потоку за відомою формулою [4]:

$$T(x) = T_B(x) - \frac{\omega(x)^2}{2c_p}.$$

Диференціал роботи сил тертя об стінки визначимо за загальноприйнятим у гідравліці виразом:

$$dL_{FR} = \zeta \sqrt{\frac{\pi}{F}} \frac{\omega(x)^2}{4} dx,$$

де ζ – коефіцієнт тертя в трубці.

Згідно з працею [2], знаходимо коефіцієнт:

$$\zeta(x) = 0.0032 + \frac{0.221}{\text{Re}(x)_T^{0.23}}.$$

Число Рейнольдса $\text{Re}(x)_T$, що обчислюється за відомою формулою [4]:

$$\text{Re}(x)_T = 2 \frac{\rho(x)\omega(x)}{\mu} \sqrt{\frac{F(x)}{\pi}},$$

де $F(x)$ – площа прохідного отвору в каналі, $\omega(x)$ – швидкість енергоносія.

Таким чином, ми одержали систему 11 рівнянь з 11 невідомими функціями

$$\omega(x), \omega_s(x), T(x), T_B(x), L_p(x), L_{FR}(x),$$

$$Q(x), \text{Re}_s(x), \text{Re}_T(x)\eta(x), \zeta(x),$$

що залежать від координати x – уздовж осі прискорюючого каналу:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}_s(x) &= \rho(x) (\omega(x) - \omega_s(x))^{-\frac{1}{\mu}}; \\ \eta(x) &= 114 \frac{1}{\operatorname{Re}_s^{1.2}(x)} + 0.44; \\ \operatorname{Re}(x)_T &= 2 \frac{\rho(x)\omega(x)}{\mu} \sqrt{\frac{F(x)}{\pi}}; \\ \zeta(x) &= 0.0032 + \frac{0.221}{\operatorname{Re}(x)_T^{0.23}}; \\ \frac{d\omega(x)}{dx} \frac{1}{\omega(x)} \left(\frac{\omega^2(x)}{kRT(x)} - 1 \right) &= \\ &= \frac{dF(x)}{dx} \frac{1}{F(x)} - \frac{dL_p(x)}{dx} \frac{1}{kRT(x)} - \\ &\quad - \frac{dG(x)}{dx} \frac{1}{G(x)} - \\ &\quad - \frac{dQ(x)}{dx} \frac{(k-1)}{kRT(x)} - \frac{dL_{FR}(x)}{dx} \frac{1}{RT(x)}; \\ \frac{dL_p(x)}{dx} &= \frac{G_s(x)}{G(x)} \omega_s(x) \frac{d\omega_s}{dx} - \\ &\quad - \left(1 - \left(\frac{G(x)RT(x)}{\omega(x)F(x)p_{B_SS}(x)} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right) \times \\ &\quad \times \frac{kR}{k-1} \frac{T_{B_SS}(x)}{G(x)} \cos^2(\alpha) \frac{dG}{dx}; \\ \frac{d\omega_s(x)}{dx} &= \frac{3}{4} \frac{\eta \rho(x)}{d\rho_s} \frac{(\omega(x) - \omega_s(x))^2}{\omega_s(x)}; \\ \frac{dQ}{dx} &= \frac{c_p (T_{B_SS}(x) - T_B(x))}{G(x)} \frac{dG}{dx}; \\ \frac{dL_{FR}}{dx} &= \zeta \sqrt{\frac{\pi}{F}} \frac{\omega(x)^2}{4}; \\ T(x) &= T_B(x) - \frac{\omega(x)^2}{2c_p}; \\ \frac{dT_B}{dx} &= \frac{1}{c_p} dQ - \frac{1}{c_p} \frac{G_s(x)}{G(x)} \omega_s(x) \frac{d\omega_s}{dx}. \end{aligned}$$

Як ілюстрацію практичного застосування отриманої математичної моделі наведено результати чисельної її реалізації для деякого окремого випадку у вигляді графіка різних термодинамічних параметрів потоку на рис. 2, 3, 4.

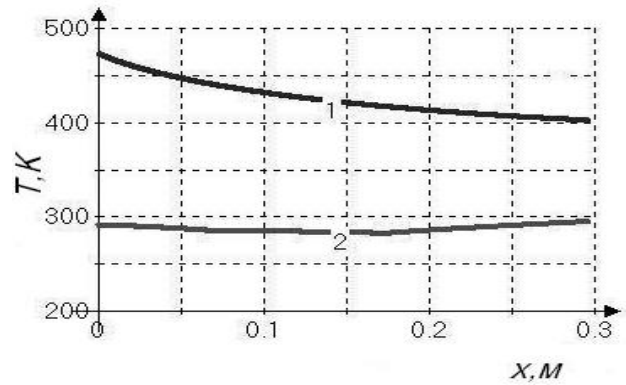


Рис. 2. Зміна температури гальмування (1) та температури енергоносія (2) уздовж каналу

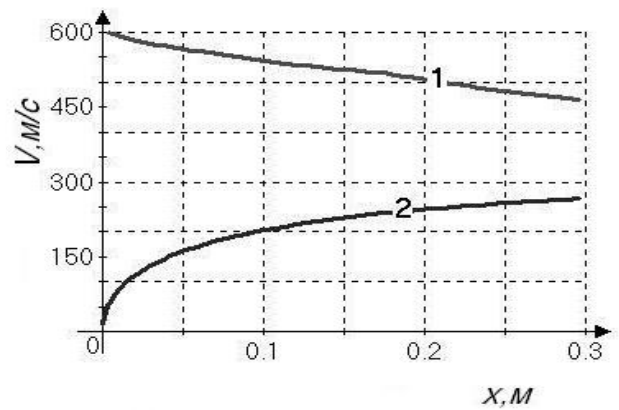


Рис. 3. Зміна швидкості енергоносія (1) та часток уздовж каналу (2)

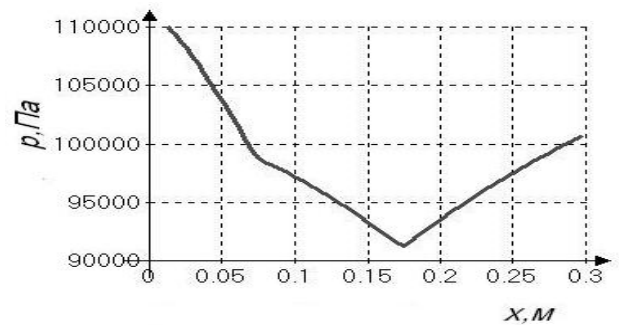


Рис. 4. Зміна статичного тиску енергоносія уздовж каналу

Висновки

Отримано математичну модель фізичних явищ процесу розгону дрібнодисперсного матеріалу газовим потоком у вигляді системи рівнянь, що може застосовуватися під час визначення різних механічних і термодинамічних характеристик потоку в аналітичному вигляді, необхідних при проектуванні системи автоматичного керування та вирішування задач оптимізації прискорюючого каналу.

Наведено приклад застосування математичної моделі та результати розрахунку механічних і термодинамічних параметрів потоку у вигляді графіків.

Література

1. *Акунов В.И.* Струйные мельницы / В.И. Акунов. – М.: Машиностроение, 1967. – 266 с.
2. *Горобец В.И.* Новое направление по измельчению / В.И. Горобец, Л.Ж. Горобец. – М.: Недра, 1977. – 330 с.
3. *Пособие* пользователя «FloVision». – М.: ТОВ «ТЕСИС», 2007. – 280 с.
4. *Вулис Л.А.* Термодинамика газовых потоков / Л.А. Вулис. – М.: Госэнергоиздат, 1950. – 304 с.
5. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика / Г.Н. Абрамович. – М.: Наука, 1976. – 600 с.

Стаття надійшла до редакції 21.10.09.

А.Ф. Никулин, А.Н. Титенко

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА В УСКОРИТЕЛЬНОМ КАНАЛЕ

Государственная научно-производственная корпорация «Киевский институт автоматики»

газообразная фаза, двухфазовый поток, мелкодисперсный материал, механические и термодинамические характеристики потока, ускорительный канал

Рассмотрена модель движения двухфазного потока, состоящего из фазы энергоносителя (ньютоновской жидкости) и твёрдой мелкодисперсной фазы (частиц). В основу математической модели положено взаимодействие двух фаз как отдельных субстанций посредством аэродинамических сил в условиях адиабатического потока. Математическая модель представлена в виде системы дифференциальных уравнений 11-го порядка. Приведены выводы уравнений на основе фундаментальных физических принципов для величин, усреднённых по поперечному сечению. Математическая модель может быть использована для определения различных кинематических и термодинамических характеристик потока для решения задач оптимизации параметров и нахождения передаточных функций, возникающих при проектировании струйной противоточной мельницы.

Alexander F. Nikulin, Alexander N. Titenko

MATHEMATICAL MODEL OF TWO-PHASE FLOW IN ACCELERATOR CHANNEL

Government Scientific Production Corporation “Kyiv Institute of Automatics”

accelerator channel, critical speed of gas, energy carrier, highly refined material, mathematical model, prechamber, stagnation parameters of flow, thermodynamic parameters, two-phase flow

The problem of two-phase flow composed of energy-carrier phase (Newtonian liquid) and solid fine-dispersed phase (particles) in counter jet mill accelerator channel is considered. The mathematical model bases goes on the supposition that the phases interact with each other like independent substances by means of aerodynamics' forces in conditions of adiabatic flow. The mathematical model in the form of system of differential equations of order 11 is represented. Derivations of equations by base physical principles for cross-section-averaged quantity are produced. The mathematical model can be used for estimation of any kinematic and thermodynamic flow characteristics for purposely parameters optimization problem solving and transfer functions determination, that take place in counter jet mill accelerator channel design.