

## ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 550.3:519.6 (045)

Н.І.Бахова, к.ф.-м.н., доц.

### ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ У СУЧАСНІЙ ГЕОФІЗИЦІ

*Досліджено сучасні методи планування обчислювального експерименту в геофізиці. Докладно викладено факторний експеримент. Особливу увагу приділено тактиці експерименту та прийняттю рішень.*

*Modern planning methods of computing experiments in geophysics are considered. The factor's experiment have been given an account in detail. The special attention is given to the experiment tactics and solution adoption.*

**аномалія, геофізика, збурювання теплового поля, контактні зони, обчислювальний експеримент, теплопровідність**

#### Постановка проблеми

В останні три десятиліття для вирішення складних проблем геофізики успішно використовують обчислювальний експеримент (ОЕ).

Суть цього методу полягає в тому, що на основі математичної моделі в результаті безпосереднього числового розв'язання відповідних рівнянь кількісно визначають поведінку досліджуваного об'єкта в тих або інших геологічних умовах.

Основні поняття про проблематику математичного моделювання й ОЕ подано в працях О.А.Самарського, А.Н.Тихонова [1–4].

Великі можливості ОЕ були продемонстровані під час розв'язання проблем ядерної фізики, фізики плазми, фізики лазерів, аерогідродинаміки, метеорології [1; 2; 5].

У геофізиці числовий експеримент використовують для розв'язання завдань механіки ґрунтів і гірських порід, газонафтопромислової механіки [6; 7].

Засобами обчислювальної математики на підставі даних про геологічні розрізи, фізичні властивості середовища можна розрахувати оптимальні режими експлуатації нафтових свердловин, вирішувати геотехнічні завдання, планувати розробку нових родовищ, підземних запасів води. Визначення властивостей речовин, тобто, геофізичне оснащення математичної моделі, є самостійною науковою проблемою, для вирішення якої необхідно проводити спеціальні ОЕ поряд з геофізичними експериментами й натурними спостереженнями.

Проведення експериментальних досліджень великого класу завдань неприйнятно з економічних міркувань, а часто й просто неможливо через труднощі коректної постановки геофізичного експерименту.

У таких випадках ОЕ частково може замінити дорогі натурні експерименти для створення не тільки якісної теорії досліджуваного явища, але й отримання точних кількісних характеристик. Тобто ідеться мова про нову систему організації геофізичних теоретичних і прикладних досліджень на основі інформаційної технології, що органічно пов'язує складові ланки єдиної системи досліджень:

- гіпотезу;
- геофізичну модель;
- математичне судження;
- математичну модель;
- обчислювальний алгоритм;
- розрахунки на ПЕОМ;
- натурні спостереження;
- геофізичний експеримент.

Технологічний базис геофізики ХХІ ст. – це інформаційні технології, які дозволять знайти не тільки вихід зі скрутних ситуацій у геофізичних дослідженнях, але й значно прискорять проведення досліджень.

Новий концептуально-методологічний апарат геофізики розвивається на основі широкого використання інформаційних методів за двома напрямками:

- розвивається математична теорія експерименту, що ґрунтується на сучасних розділах обчислювальної математики;
- нагромаджується практичний досвід числових розрахунків, методи й засоби контролю точності виконуваних обчислень.

Процесу обчислень справедливо можна надавати великої значимості. Для того, щоб ОЕ міг стати фундаментом для подальших досліджень, необхідно, щоб ОЕ мав деяку єдність, що дозволило б бачити в ньому щось інше, ніж просте нарощування розрахунків, алгоритмів, програм.

Для отримання дійсно цінного результату необхідно виконати велику кількість викладок і за допомогою ПЕОМ їх упорядкувати. Машина може змінювати сирий фактичний матеріал, але «душа» факту завжди буде вислизати від неї [8]. Математичні методи планування експерименту для вивчення геофізичних явищ досить добре розвинені. Однак у прикладних роботах, присвячених цьому напрямку, дуже мало приділяється уваги технічному аспекту ОЕ, що дозволяє бачити еволюцію математичної моделі й оцінити точність, універсальність використовуваних на практиці алгоритмів.

**Мета** роботи – розглянути методологічні концепції експериментування, потрібні для пошуку витончених ефективних розв'язків прикладних завдань геофізики.

### Визначення обчислювального експерименту

Обчислювальний експеримент – це дослідження реальних процесів засобами обчислювальної математики [5].

Технологічний цикл ОЕ можна умовно розбити на п'ять етапів [1]:

- вибір фізичного наближення й побудова математичної моделі досліджуваного явища або об'єкта;
- розроблення обчислювального алгоритму розв'язання завдання;
- реалізація алгоритму у вигляді програми для ПЕОМ;
- виконання розрахунків на ПЕОМ;
- оброблення, аналіз й інтерпретація результатів розрахунків.

За способом організації обчислювального процесу варто розрізняти попередній (факторний) і основний ОЕ.

Об'єктом досліджень у геофізиці є не тільки конкретні геологічні тіла або масиви гірських порід, але й окремі характеристики досліджуваного процесу:

- температура;
- зміна напруженого стану масиву;
- швидкість і напрямок підземних вод.

Об'єкти вирізняються, насамперед, процесами, які в них відбуваються.

Процеси, у свою чергу, характеризуються змінними, між якими існують причинно-наслідкові зв'язки.

Змінні, що виконують роль причин, називають вхідними або факторами. Вихідними або змінними називають змінні, які характеризують стан об'єкта залежно від зміни фактора й відображають результат дії фактора.

Мета попереднього або факторного ОЕ полягає в дослідженні природи всіх факторів, що впливають на об'єкт дослідження.

Розв'язати завдання з урахуванням усього різноманіття факторів навіть у загальному вигляді досить часто неможливо. Тому початковий етап дослідження — це оцінювання апріорної інформації й відсіювання факторів, несуттєвих для конкретного об'єкта дослідження. Необхідно зробити вибір “головних діючих сил у досліджуваному явищі й далі виразити це мовою математичних формул і рівнянь [2]. Тут знадобляться і аналогія, і інтуїція, і знання теорії, і досвід.

У геофізичній реальності наслідок може зумовлюватися безліччю різних причин. Труднощі розв'язання виникаючих питань зумовлюються головним чином фрагментарними знаннями законів природи. Навіть якщо можна виявити розбіжності у причинах, то завжди вона буде тільки приблизна. Бувають ситуації, коли явище, використовуване як фактор, перш ніж стати причиною, було наслідком. У такому випадку необхідно виділити декілька “рівноправних” факторів.

У результаті попереднього експерименту визначаються:

- кількість природних факторів та їх взаємодій;
- зіставність факторів та їх взаємозалежність;
- інтервал варіювання факторів.

Попередній експеримент дозволяє визначити заздалегідь, який із факторів і за яких умов виявиться визначальним, а який — другорядним. Потім на підставі наявної інформації задаються різні варіанти діючих факторів і деякий діапазон значень параметрів досліджуваних полів.

Таким чином, експериментатор-обчислювач досліджує математичну модель за допомогою факторно-діапазонної оцінки, що включає аналіз впливу різних факторів і параметрів фізичних полів Землі. Це дозволяє отримати ще ряд відомостей, нових фактів, потрібних для основного експерименту.

Завдання основного експерименту — створення ефективної математичної моделі, адекватної досліджуваному геофізичному процесу.

### Переваги обчислюваного експерименту

Обчислювальний експеримент дає змогу дослідникові активно втручатися в проходження досліджуваного процесу. Дослідник не обмежений у виборі фізичних параметрів, потрібних для розрахунків різних значень використовуваних параметрів.

Нині можна проводити математичне прогнозування складних природних процесів й отримувати теоретичне передбачення механізмів явищ, експериментальне дослідження яких є справою майбутнього.

Експериментатор-обчислювач може перевірити, як на певне геофізичне явище впливає окремо кожне з незалежних спрощених припущень.

Досліджуване явище в обчислювальному світі може повторюватися багаторазово, відроджуючись із початком роботи програми, змінюючись залежно від уведення даних.

Активне втручання дослідника в проходження природного процесу, штучне створення їм умов взаємодії аж ніяк не означає, що експериментатор-обчислювач сам, довільно і необґрунтовано створює властивості досліджуваного середовища, приписуючи їх природі. Його творча здатність виявляється в створенні таких комбінацій факторів, у результаті яких виявляються сховані, але об'єктивні властивості самої природи.

Порівняно з натурним експериментом ОЕ дешевший, доступніший, легко керований. У числовому експерименті можна моделювати умови, які ще неможливо створити в лабораторії [2].

Пізнавальна роль ОЕ велика не через те, що він дає відповіді на раніше поставлені питання, але й тому, що він стимулює постановку проблем, розроблення методів дослідження завдань, про які раніше не доводилося й думати [2].

Однак ОЕ ніколи й жодною мірою не може замінити ні геофізичний експеримент, ні теоретичний аналіз. Рівняння стану суцільного середовища ніколи не можна вважати точними. У крайньому разі здрібнювання сітки розраховувані дискретизовані рівняння точно переходять у вихідні рівняння, але така межа ніколи не досягається.

Обчислювальний експеримент обмежений прийнятою математичною моделлю [2].

Майбутнє теоретичних досліджень у геофізиці – гармонічне поєднання обчислювального й геофізичного експериментів.

### **Планування обчислювального експерименту**

Для дослідження деякого об'єкта побудовано геофізичну модель, подано математично витончений її опис, обрано досконалий метод розв'язання. Після складного обчислення отримали потрібний результат: як можна швидше й

продуктивніше знайти правильний ключ до математичного рішення. Не можна все довести та все визначити без запозичення інтуїції раніше чи пізніше. Важливо, користуючись інтуїцією, навчитися правильно міркувати [8].

Інтуїція експериментатора-обчислювача дозволяє охопити якщо не весь результат у цілому, то принаймні його характерні ознаки й скласти план виконання розрахунків, а також з'ясувати, що варто змінити в обчислювальних алгоритмах для пристосування їх до вирішення інших проблем.

Крім того, необхідно передбачити, наскільки просто буде розв'язувати ці проблеми і чи варто братися за детальні обчислення.

Планування ОЕ – це оптимальне керування експериментом у разі неповного знання механізму явищ.

Числові розрахунки виконуються невеликими серіями за заздалегідь складеними алгоритмами й програмами. Після кожної невеликої серії обчислень аналізуються результати розрахунків і приймається строго обґрунтоване рішення щодо подальших дій.

Обчислювальний експеримент проводять за певним планом, який складають виходячи із заданих цілей дослідження. Успішне проведення числового експерименту залежить від методологічних концепцій.

### **Концепції методології експериментування**

Природні аномалії геофізичних полів зумовлені численними різноманітними природними факторами:

- рельєфом;
- структурним ефектом;
- седиментацією;
- ерозією;
- горизонтальними рухами;
- складчастістю;
- тектонічними й енерготвірними процесами;
- метаморфізмом;
- зміною фізичних властивостей середовища.

Методологія моделювання на основі ОЕ дає змогу розглядати кількісно вплив кожного фактора окремо.

Застосування методу скінченних елементів (МСЕ) дозволяє знайти способи якомога повнішого врахування геолого-геофізичних даних стосовно різних природних ситуацій.

У процесі дослідження можливий доступ до будь-якого елемента середовища, а отже, й оцінка його впливу на структуру поля також у будь-якій точці досліджуваної області. Тому беззастережно можна ставити завдання про виділення саме “чистих” аномалій фізичних полів Землі.

Вивчення природи факторів має вирішальне значення для інтерпретації геофізичних аномалій.

У фізичних полях Землі фіксуються досить багато помилкових аномалій, спричинених впливом різних завод, що не становлять практичного інтересу для розв’язання того чи іншого конкретного завдання.

Основою для виділення, аналізу та кількісної інтерпретації різних типів аномалій є їх форма, розміри й величина стосовно фонових значень. Інколи бажано формалізувати роль і супідрядність різних факторів, що впливають на розподіл фізичних полів Землі. Більше того, аномалії й перешкоди можуть бути як не випадковими, тобто зумовленими цілком певними об’єктами, так і випадковими, тобто зумовленими неконтрольованими факторами [10].

Використовуючи концепцію випадкового фактора розробляють методи, які дозволяють оцінювати випадкові явища й знаходити їхні стійкі характеристики. Якщо систематично діючі фактори важко піддаються обліку й контролю, випадок уводиться в обчислювальний експеримент штучно за певною, врахованою теорією, законам. Це дозволить розглядати фактори як випадкові величини й, отже, урахувувати статистично. У результаті числового експерименту зі штучно введеним випадком можна судити про інтервал варіювання значущих факторів.

Основним принципом вивчення масивів гірських порід методами геофізики є наступність результатів і використання прийомів послідовного наближення концепції послідовного ОЕ. Для вивчення впливу різних параметрів завдання, які включаються в математичну модель послідовно виконується серія розрахунків, тобто стан об’єкта визначається за результатами зміни одного параметра, потім іншого. Після кожного етапу отримані результати аналізуються із залученням додаткової інформації й приймається рішення про продовження експерименту. Така методика обчислень дозволяє розглянути кількісний вплив на геофізичний процес кожного фактора окремо.

Однієї з найпоширеніших ідей теорії ОЕ є концепція оптимального використання факторного простору, або концепція багатфакторного експерименту. Суть її полягає в тому, що стан об’єкта в кожному розрахунку визначається за результатом одночасного варіювання факторів. Це, у свою чергу, дозволяє домогтися значного збільшення точності розрахунків.

Із результатів попереднього й основного обчислювального експерименту мають бути отримані оцінки інтервалів варіювання значущих факторів. Стосовно незначущих факторів треба виявляти особливу обережність, оскільки отримана незначущість фактора може бути наслідком невдало обраного інтервалу варіювання. Можливо, інтервал був обраний надто малим. У такому випадку варто повторити ОЕ з розширеним інтервалом варіювання для досліджуваного фактора. Якщо фактор залишився незначущим після повторення потрібних розрахунків, то його більше не розглядають і переходять до оцінювання адекватності отриманої математичної моделі.

Розглянуті принципи аналізу дозволяють урахувати окремі компоненти досліджуваного середовища й дають змогу у процесі виконання розрахунків довільно змінювати їх співвідношення.

### **Вимоги до математичних методів, обчислювальних алгоритмів і програм**

Виходячи з непогрішної логіки історії виникнення методів математичного моделювання, наведемо групи методів за назвами, які вони отримали у свій час і які роз’яснюють їхній зміст:

- аналітичні;
- числові;
- змішані.

Для вивчення фізичних полів Землі потрібно знайти метод, що дозволив би отримати розв’язок із заданою точністю за мінімальний машинний час. При цьому дискретна модель має якнайкраще наближати властивості вихідного диференціального рівняння.

Досить важко, а часом і неможливо створити повністю налагоджені універсальні, оптимальні й вільні від дискусійних положень алгоритми й програми для різних завдань математичної геофізики. Як би ми не вдосконалювалися в обчислювальній техніці й обчислювальній математиці, ми ніколи не створимо загальнозастосовні й універсальні програми. Для створення таких програм потрібна нескінченна кількість алгоритмів. Тому розумно було

б розробити економічні алгоритми й гнучкі обчислювальні програми для розв'язання завдань математичної геофізики за їх цільовою і практичною спрямованістю. При цьому не варто забувати про раціональну область застосування використовуваних числових методів.

**Розв'язання завдань  
стаціонарної теплопровідності**

На теплове поле Землі впливає велика кількість природних факторів. Теплові потоки й температури залежать від інтенсивності й розподілу джерел тепла, теплофізичних властивостей гірських порід і характеру їх залягання, динаміки підземних вод, наявності інтрузивних тіл та ін.

Найбільш перспективним для моделювання теплового поля, на наш погляд, є МСЕ.

Апроксимація, покладена в основу МСЕ, має яскраво виражену фізичну природу. Це дає змогу вести прямий контроль за поведінням середовища в процесі рахунку.

Числові експерименти показали, що однією із причин геотермічних аномалій є наявність блоків з істотно різною теплопровідністю [11].

За допомогою МСЕ було розв'язано завдання довільного контакту двох середовищ за наявності товщі перекривних порід і змінних умов на межі. Як елемент обрано трикутник. Для поліпшення точності результатів у зонах контакту регулярно подрібнювалася скінченно-елементна сітка. Точність розрахунків становить 0,6 %.

Перший варіант завдання передбачає вертикальний уступоподібний контакт двох середовищ (рис. 1).

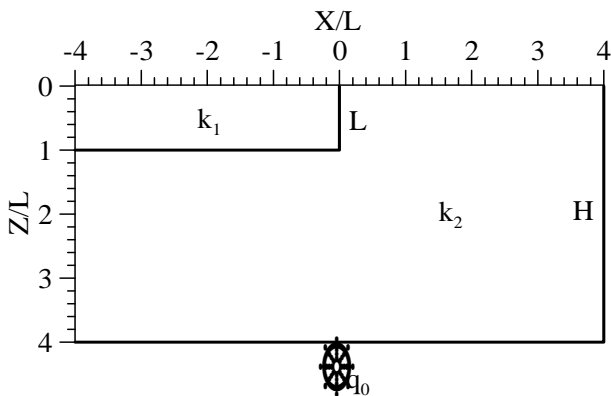


Рис. 1. Модель вертикального уступоподібного контакту двох середовищ

Розрахунки показали, що варіації теплового потоку досягають 50 % від регіонального  $q$  збурюваного значення. Збурювання теплового поля поширюються по глибині й латералі на відстань у чотири-п'ять разів, що перевищує висоту уступу (рис. 2).

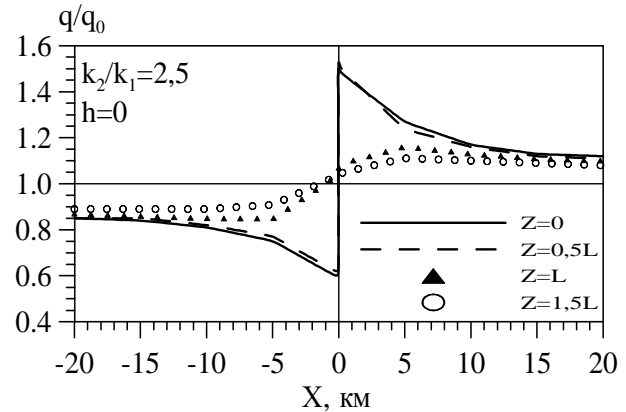


Рис. 2. Теплова модель для уступоподібного контакту двох середовищ

У другому варіанті завдання розглядався випадок, коли контактна зона перекрита шаром, теплопровідність якого становила  $k_1$ , а потужність дорівнювала висоті уступу. Параметри моделі вертикального уступоподібного контакту залишаються попередніми (рис. 3).

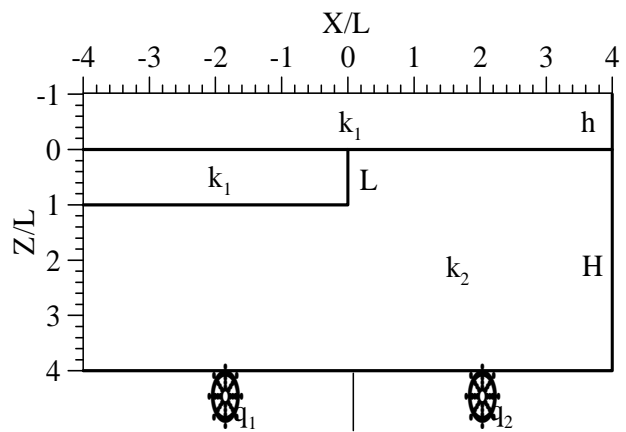


Рис. 3. Модель уступу, перекритого шаром порід потужністю  $h = L$ , зі змінними умовами на границі

Наявність перекривального низкотеплопровідного шару не впливає на закономірності розподілу теплового потоку, але спричиняє інтенсивне загасання по глибині.

Максимальні варіації потоків спостерігаються під перекривальним шаром у верхній половині уступу (рис. 4).

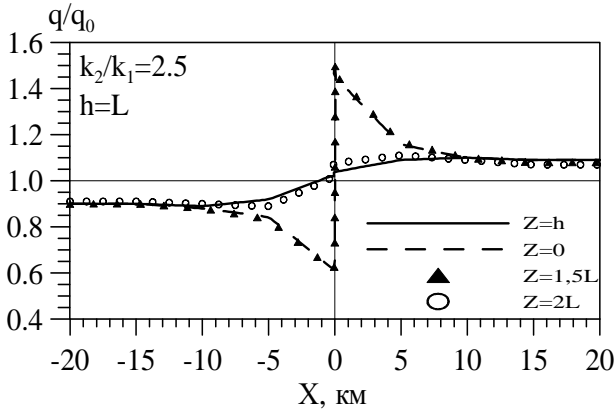


Рис. 4. Теплова модель для уступоподібного вертикального контакту двох середовищ із перекривальним шаром потужністю  $h=L$

Змінний тепловий потік, заданий на нижній границі моделі, збільшує амплітуду збурювань, не змінюючи характеру розподілу аномалій теплового поля на відміну від попередніх випадків (рис. 5).

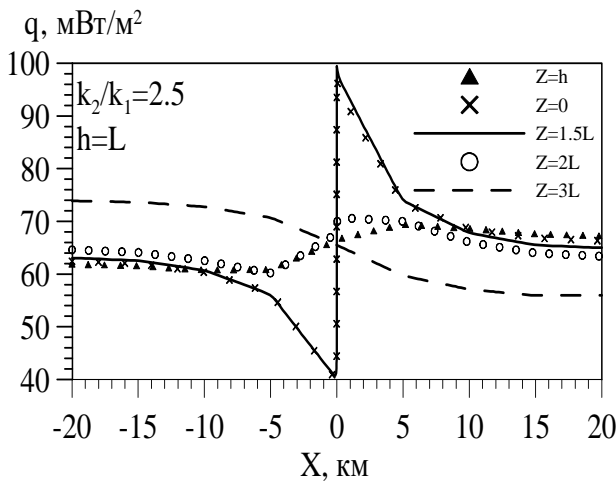


Рис. 5. Теплова модель для уступоподібного вертикального контакту двох середовищ із перекривальним шаром потужністю  $h=L$  при  $q_1/q_2=1,6$

Контактуючі блоки з різною теплопровідністю рідко мають строго вертикальні границі між собою. Параметри моделі для третього варіанта завдання залишаються попередніми, змінюється лише кут нахилу контактної границі двох середовищ (рис. 6).

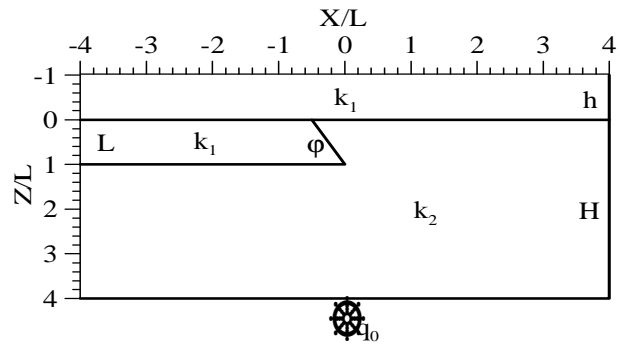


Рис. 6. Модель похилого контакту двох середовищ

Розрахунки теплового потоку виконувались при кутах нахилу  $27^\circ, 45^\circ, 68^\circ$ . Різко виражений мінімум потоку спостерігається за кута  $45^\circ$  і становить  $0,55q_0$ . Це на  $0,22q_0$  менше від екстремального значення потоку за кута контактної границі  $90^\circ$  (рис. 7).

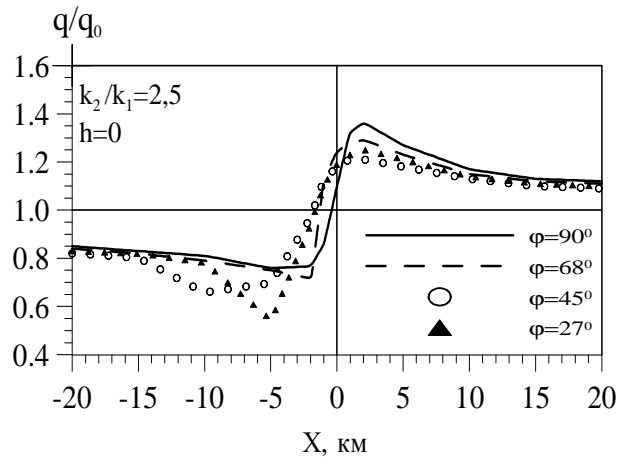


Рис. 7. Теплова модель для уступоподібного похилого контакту двох середовищ

Прогини також впливають на перерозподіл теплових потоків (рис. 8).

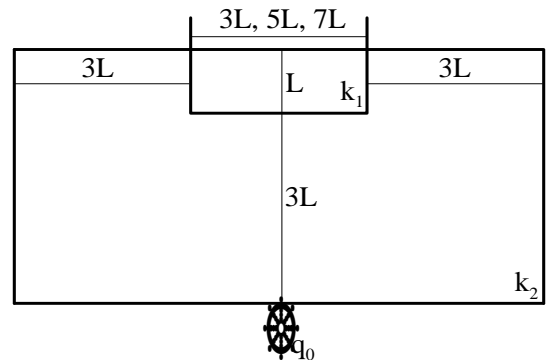


Рис. 8. Модель грабенподібного прогину для глибини

Так, за відношення глибини прогину до його ширини 1:3 і коефіцієнтів теплопровідності в прогині та за його межами 1:2 спотворення теплового потоку становлять 27 %. Чим менша ширина прогину, тим інтенсивніша негативна аномалія в його центральній частині. Теплові потоки тут на 25 % менші від незбурених регіональних потоків. У міру збільшення ширини грабена (відношення глибини до ширини дорівнює 1:7) аномалія досягає 35 %, а в центрі прогину потоки зменшуються на 12 % (рис. 9).

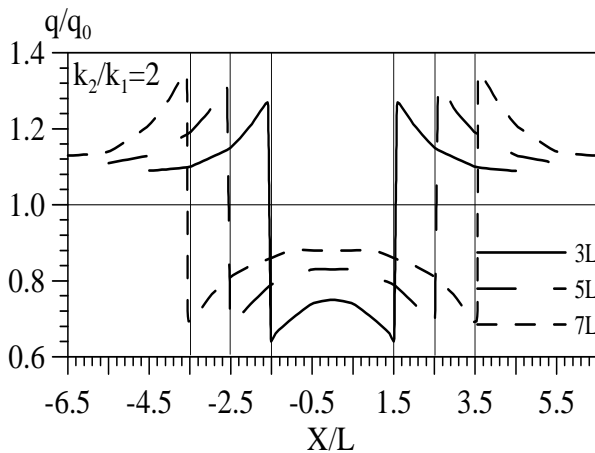


Рис. 9. Зміна нормованого теплового потоку для ширини прогину 3L, 5L, 7L

Наявність радіогенних джерел тепла впливає на величину теплового потоку (рис. 10).

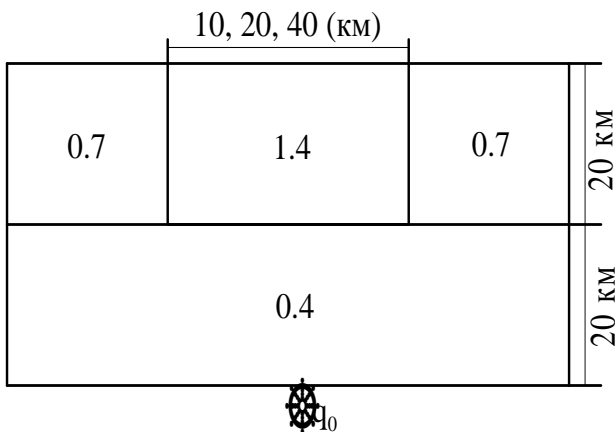


Рис. 10. Модель грабеноподібного прогину

За відношення глибини прогину до його ширини 2:1 і теплогенерації порід, що складають прогин, і теплогенерації порід за його вертикальними й горизонтальними межами

2:1 аномалія в центральній частині прогину досягає 7 % відносно фонового значення теплового потоку. Зі збільшенням горизонтальних розмірів грабена (відношення глибини до ширини дорівнює 1:2) і попереднього співвідношення теплогенерацій аномалія збільшується до 19 %.

На рис. 11 показано зміну поверхневого теплового потоку для ширини прогину 10, 20, 40 км при  $k = 2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$  й значеннях теплогенерації, зазначених на рис. 10.

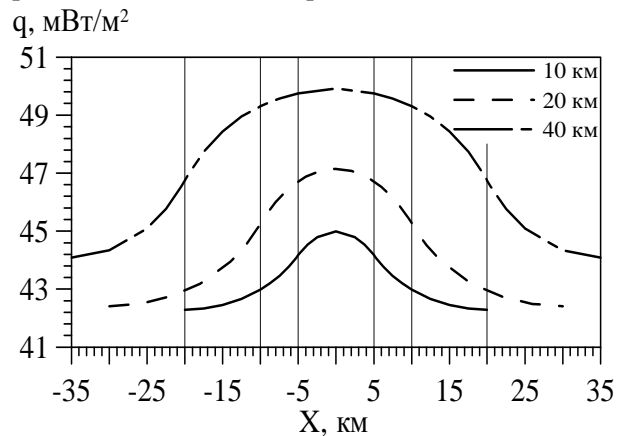


Рис. 11. Зміна поверхневого теплового потоку

Однак наявність блоків з різною теплопровідністю спричиняє більш значні спотворення теплового поля порівняно з радіогенними джерелами тепла. На рис. 12 показано зміну теплового потоку для ширини прогину 10, 20, 40 км при відсутності джерел тепла й значеннях теплопровідності, зазначених на рис. 10.

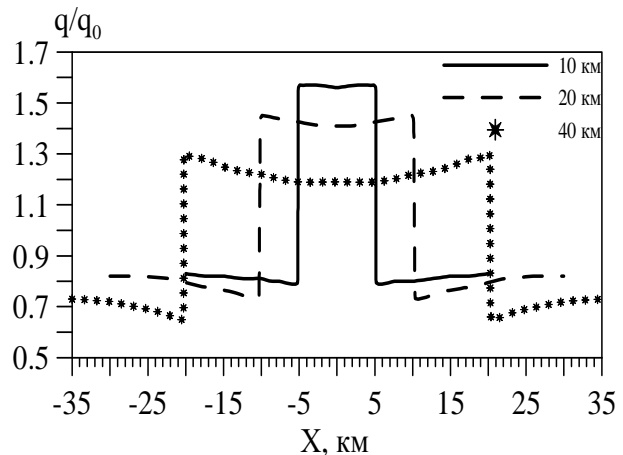


Рис. 12. Зміна нормованого теплового потоку

## Висновки

Обчислювальні експерименти свідчать про те, що пов'язані з контактними зонами аномалії досить інтенсивні й займають великі території. Оскільки аномалії в зонах контактів можуть створюватися іншими факторами (рухом вод, додатковою генерацією тепла та ін.), то критерієм для ідентифікації збурювань теплового поля в областях з контрастною теплопровідністю може бути їх специфічна форма.

Математики надають великого значення добірності своїх методів і результатів [8].

## Література

1. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестник АН СССР. – 1979. – №5. – С. 38–49.
2. Самарский А.А. Вычислительный эксперимент в физике / А.А. Самарский, Ю.П. Попов // Наука и человек: сб. – М.: Знание, 1975. – С. 280–291.
3. Тихонов А.Н. Водные лекции по прикладной математике / А.Н. Тихонов, Д.П. Костомаров. – М.: Наука, 1984. – 359 с.
4. Самарский А.А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабишевич. – М., 2044. – 478 с.
5. Самарский А.А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – 2-е изд. – М.: Наука, 1980. – 351 с.
6. Аликин В.Н. Метод конечных элементов в задачах газонефтепромышленной механики / В.Н. Аликин, И.Е. Литвин, С.М. Щербаков, В.П. Бородавкин. – М.: Недра, 1992. – 287 с.
7. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
8. Пуанкаре А. О науке / А. Пуанкаре. – М.: Наука, 1990. – 735 с.
9. Огильви А.А. Основы инженерной геофизики / А.А. Огильви. – М.: Недра, 1990. – С. 500.
10. Электроразведка. справочник геофизика // под ред. В.К. Хмелевского, В.М. Бондаренко. – М.: Недра, 1989. – 1 том. – 437 с.
11. Кутас Р.И. Исследование вариаций теплового потока в зонах с контрастной теплопроводностью (конечно-элементная модель) // Доп. НАН України / Р.И. Кутас, Н.И. Бахова. – 1995. – №4. – С. 75–77.

Стаття надійшла до редакції 08.09.09.