АЕРОПОРТИ ТА ЇХ ІНФРАСТРУКТУРА

УДК 625.717.02:624.131.439(045)

В.К. Цихановський, д.т.н., проф. С.М. Талах, к.т.н., доц. Н.Л. Трушківська, магістр

РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ АЕРОДРОМНИХ ПОКРИТТІВ ВІД ВПЛИВУ ВЕЛИКОФЮЗЕЛЯЖНОГО ПОВІТРЯНОГО СУДНА

Запропоновано методику уточнених розрахунків аеродромних жорстких покриттів на основі числової реалізації за допомогою методу скінченних елементів. Надано рекомендації з уведення в існуючі нормативні документи відповідних перехідних коефіцієнтів для визначення розрахункових згинальних погонних моментів у бетонних плитах залежно від міцності ґрунтової основи. Розв'язано задачу розрахунку реального двошарового бетонного покриття на жорсткій штучній основі перону термінального комплексу міжнародного аеропорту Бориспіль.

Methodology of define more precisely solution on strength of airdrome strict outercoveres on base numerical realization with help method of finite element are presented. Recommendations to introduce in existence standardized documents of corresponding transitory parameters for determination calculative the bending moments of concrete plate outercoveres with dependent on strength of soil foundation are given. Task of solution real two-layer concrete outercover on strict man-made foundation of platform terminal complex of airport Borispol are solved.

віртуальна робота, ґрунтова основа, жорсткі бетонні покриття, згинальний момент, коефіцієнт постелі, реакція основи, скінченні елементи

Постановка проблеми

Чинні норми проектування аеродромних покриттів не відповідають вимогам експлуатації сучасних аеропортів у зв'язку з інтенсивним запровадженням надважких повітряних суден. Вихідні параметри, які надають нормативні документи [1], залишаються занизькими і розрахунки на міцність та деформативність не забезпечують потрібної надійності та ефективності, тому актуальною є проблема запровадження в нормативну базу уточнених розрахунків та удосконалення методик визначення напружено-деформаційного стану (НДС) тонких плит на пружній основі.

У чинних нормативних документах майже не враховується взаємодія плит скінченних розмірів жорстких покриттів, а також функціональна зміна значення коефіцієнта постелі грунтових основ. Сучасні числові методи дають змогу ліквідувати цей недолік, проте треба задіяти всебічний аналіз НДС гнучких плит скінченних розмірів на пружній основі з використанням значення коефіцієнта постелі як функції координат точок у площині контакту плити покриття та пружної основи, одночасно збільшуючи цю площину у межах розрахункового фрагмента.

Методи дослідження

У запропонованій методології використано моментну схему скінченних елементів (МССЕ) [2; 3]. На її основі розроблено числову методику дослідження НДС гнучких тонких пластинок (плит) з міцних матеріалів – бетону, армобетону, фібробетону, залізобетону, металевого прокату та інших

© В.К. Цихановський, С.М. Талах, Н.Л. Трушківська, 2009

композитних матеріалів – металозалізобетону, сталево-кордного резино-подібного матеріалу, що працюють сумісно з лінійно-пружною неоднорідною основою.

Розрахунок на міцність виконують дискретним моделюванням набору плит скінченних розмірів (за розрізною і нерозрізною конструктивними схемами) на пружній основі з урахуванням однобічних зв'язків. У такому підході використовується спрощена математична модель пружної основи з припущенням пропорційності між додатним прогином пластинки і реакцією основи та урахуванням коефіцієнта пропорційності, який є змінним та залежить від координат точки серединної поверхні пластинки. Ця функція може бути аналітичним сплайном з використанням поліноміальних або тригонометричних функцій, або двовимірним сплайном з використанням коефіцієнтів відповідної вагової матриці для розглянутої ділянки інженерно-геологічного розрізу з урахуванням багатошарового грунтового півпростору в основі покриття та його товщини. При цьому функцію коефіцієнта постелі можна визначати через еквівалентний загальний модуль деформації ґрунту у певному перерізі. Наприклад, у випадку наявності лінзоподібного грунтового прошарку з відомими граничними значеннями коефіцієнтів постелі C₀ і C_{тах} ця функція набуде вигляду

$$C_{N}(x^{2}, x^{3}) = C_{o} - (C_{max} - C_{o}) \sin \frac{\pi \lambda_{N}^{2}}{l^{2}} \sin \frac{\pi \lambda_{N}^{3}}{l^{3}}, \quad (1)$$

де x_N^2, x_N^3 – поточні місцеві координати вузлових точок розрахункового фрагмента у глобальній системі координат:

 l^{2}, l^{3} – розміри розрахункового фрагмента відповідно за z^2 , z^3 глобальної системи координат у площині $OZ^{2}Z^{3}$.

Отримані числові результати розрахунку на міцність достатньо великого набору конкретних прикладів конструкцій жорсткого покриття з використанням різних дискретних моделей та типів грунтових основ свідчать про універсальність запропонованої методології дослідження НДС тонких плит на пружній неоднорідній основі. Ця методологія дає змогу враховувати адекватність впливу наскрізних швів та стикових з'єднань плит на розподіл внутрішніх зусиль, нерівномірність значень коефіцієнта постелі пружної основи і вплив цієї нерівномірності на розмір внутрішніх зусиль, концентрацію нормальних та зсувних напружень у плиті, довільну схему впливу колісного навантаження для будь-якого типу ПС та ін.

У загальному плані поставлена просторова задача дослідження гнучких плит на пружній основі належить до класу геометрично нелінійних задач, однією із основних особливостей якої є врахування однобічних зв'язків взаємодії тонкої пластинки з ґрунтовою основою. У розрахунках гнучких металозалізобетонних, металевих та композитних покриттів враховуються великі повороти, а в останньому випадку ще й великі перемішення.

Числові дослідження

Розглянуто задачу у загальному плані для гнучких оболонкових систем, при цьому як вихідні співвідношення методу скінченних елементів (МСЕ) виступають співвідношення нелінійної теорії пружності та нелінійного програмування [2; 3]. Для скінченноелементної дискретизації використано універсальний оболонковий скінченний елемент (СЕ) з 24 ступенями свободи відносно приростів узагальнених переміщень [3]. Апроксимацію ізопараметричного оболонкового просторового СЕ за допомогою лагранжевих умовних координат $S_i = \pm 1$ у просторі CE – $r_{(e)}$ для координат та узагальнених переміщень подано у риглані

$$Z^{i'}(x_{(e)}^{i}) = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \psi_{s_1s_2s_3}^{(e)} Z^{i'}_{s_1s_2s_3}; \qquad (2)$$

$$u^{i'}(x_{(e)}^{i}) = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} \psi_{s_1 s_2 s_3}^{(e)} u^{i'}_{s_1 s_2 s_3};$$
(3)

$$\Psi_{S_1S_2S_3}^{(e)} = \left(S_1 x_{(e)}^1 + \frac{1}{2}\right) \left(S_2 x_{(e)}^2 + \frac{1}{2}\right) \left(S_3 x_{(e)}^3 + \frac{1}{2}\right),$$

 $\Psi_{S_1S_2S_3}^{(e)} \equiv \Psi_{n(n=1,8)}^{(e)} - функції форми універсально$ го просторового СЕ.

Як вихідні дані МСЕ виступають варіаційні рівняння у формі приростів [2; 3] з використанням першого виразу (для динамічної задачі) принципу віртуальної роботи [3]:

$$\int_{v} \left(\hat{\sigma} + \hat{C}_{4} \hat{\gamma} \right) \delta \hat{\gamma} dv + \int_{v} \rho \vec{\ddot{u}} dv - \int_{v} \vec{\rho} \delta \vec{u} dv - \int_{s} \vec{q} \delta \vec{u} ds = 0, (4)$$

de

σ̂ – другий тензор початкових напружень Піола-Кірхгофа;

γ̂ – тензор приростів скінченних деформацій Коші-Гріна;

ρ – щільність матеріалу суцільного середовища;

 $\vec{u}, \, \vec{\ddot{u}}$ – вектори приростів переміщень і прискорень;

 $\vec{\rho}, \vec{q}$ – узагальнені вектори об'ємних і поверхневих сил.

Під час формування рівнянь у приростах у межах МССЕ для функцій переміщень, деформацій і напружень побудовані тензорні ряди [3] з утриманням для функцій деформацій та напружень трьох членів ряду Маклорена у прирості $\vec{r}_{(e)}$:

$$\hat{\gamma}_{(re)} = \vec{\gamma}_{(0)} + \nabla \hat{\gamma}_{(0)} \vec{r}_{(e)} + \frac{1}{2} \vec{r}_{(e)} \nabla \nabla \hat{\gamma}^{T} \Big|_{(0)} \vec{r}_{(e)};$$
(5)

$$\vec{\sigma}_{(re)} = \vec{\sigma}_{(0)} + \nabla \vec{\sigma} \Big|_{(0)} \vec{r}_{(e)} + \frac{1}{2} \vec{r}_{(e)} \nabla \nabla \vec{\gamma}^{T} \Big|_{(0)} \vec{r}_{(e)}; \qquad (6)$$

 $\hat{\mathbf{y}}_{(0)}, \hat{\mathbf{\sigma}}_{(0)}$ – тензори деформацій та напружень ізотропного приросту;

$$\nabla \vec{\sigma} \Big|_{(0)} \vec{r}_{(e)}$$
, $\frac{1}{2} \vec{r}_{(e)} \nabla \nabla \vec{\sigma}^T \Big|_{(0)} \vec{r}_{(e)}$ – тензори поворотів

та зсувів.

Для дискретної СЕ-моделі тонкої гнучкої пластинки варіаційне рівняння руху (4) з урахуванням виразів (1), (2), (3), (5), (6) зводиться до диференціального рівняння руху СЕ-моделі гнучкої пластинки на пружній основі:

$$[M \{ \ddot{u} \} + [C \{ \dot{u} \} + \{ R(u) \} - \{ Q(u) \} = \{ Q_o(u) \},$$
(7)
ne

[М], [С] – матриці мас і в'язкого демпфірування СЕ-моделі:

 $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$ – вектори приростів переміщень, швидкостей та прискорень СЕ-моделі;

 ${R(u)}, {Q(u)}, {Q_o(u)}$ – матриці узагальнених реакцій внутрішніх і зовнішніх сил СЕ-моделі пластинки та узагальнених реакцій пружної основи. Застосовуючи диференціальне рівняння руху (7), за допомогою методу установлення за схемою в'язкої релаксації [3] розв'язано задачу статики на основі неявної безумовно-стійкої схеми інтегрування (7):

$$[C]{u^{n+1}} + {R(u^{n+1})} + {Q_{(o)}(u^{n+1})} - {Q(u^{n+1})} = 0,$$
 (8)
де $[C] = c[D];$ $[D] = diag[K];$ $[K]$ – лінеарізована
матриця жорсткості СЕ-моделі;

с – коефіцієнт пропорційності пружної основи.

На основі рівняння (8) з використанням апроксимаційних формул Ньютона–Канторовича отримані рекурентні формули спеціального алгоритму неявного інтегрування диференціального рівняння руху (7) на кроці *n*+1 [4]:

$$\begin{bmatrix} K_{(NL)}^{ij'(n)} + c_{(N)}^{(n)} n_{(M)}^{(j')} \delta_{(ML)}^{ij'} \delta_{(NL)} \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} u_{i+1}^{j'(n+1)} \end{bmatrix} = \\ = \{ Q_{(N)} (u_i^{i'(n+1)}) \} - \{ R_{(N)} (u_i^{i'(n+1)}) \} - Q_{(N)(0)}^{i'}; \qquad (9) \\ \{ u_{i+1}^{i'(n+1)} \} = \{ u_i^{i'(n+1)} \} + \Delta \{ u_{i+1}^{i'(n+1)} \},$$

де

 $K_{(NL)}^{ij'(n)}$ – матриця жорсткості СЕ-моделі, що обумовлена фізико-механічними характеристиками матеріалу пластинки;

 $c_{(N)}^{(n)} n_{(M)}^{(j')} n_{(M)}^{(j')} \delta^{i'j'} \delta_{(NL)}$ – прирости діагональних коефіцієнтів матриці жорсткості СЕ-моделі, що обумовлені взаємодією з лінійно-пружною основою;

 $c_N^{(n)}$ – приведена функція коефіцієнта пропорційності реакції пружної основи у вузлі N;

 $n_{(N)}^{i}$ – компоненти вектора одиничної нормалі у вузлах СЕ-моделі гнучкої пластинки;

 $Q_{(o)}^{i'}(N)$ – компоненти векторів вузлових реакцій пружної основи;

n – номер кроку подовження за параметром збурення;

i – номер ітерації Ньютона–Канторовича у межах *n*-го кроку подовження.

Достовірність отриманих результатів на основі рівнянь (9) з використанням МССЕ [2; 3] обґрунтована результатами багатьох тестових та контрольних задач, наведених у роботі [4]. Як приклад розглянемо розрахунок необмеженої плити [5] під упливом рівномірно розподіленого навантаження по площині фігури у вигляді кута, складеного з двох прямокутників (рис. 1).



Рис. 1. Схема навантаження необмеженої плити на пружній основі

Ці навантаження зводяться до точкових впливів і тому маємо математичну модель аналітичного розв'язку однорідного диференціального рівняння у декартовій системі координат:

$$D\nabla^2 (\nabla^2 \omega(x, y)) + \rho(x, y) = 0, \qquad (10)$$

D – циліндрична жорсткість пластинки:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\gamma^2)};$$

 $\nabla \omega(x, y)$ – набла оператор Гамільтона.

Для пластинки нескінченних розмірів розв'язок (10) отриманий з використанням функцій Бесселя [5]:

$$\omega = e^{kz} e^{\pm im\varphi} z_m(k\rho),$$

а для зосереджених сил в необмеженій плиті отримані розв'язки в циліндричній системі координат (ρ , ϕ , z):

$$\omega = \frac{pl^2}{4d} f_0(\xi);$$

$$\xi = \frac{r}{l};$$

$$l = \sqrt[4]{\frac{D}{C_o}};$$

$$p = C_o \omega;$$

$$M_r = -\frac{P}{4} g_0(\xi);$$

$$M_{\varphi} = -\frac{P}{i} \tilde{g}_0(\xi),$$

де $f_0(\xi), g_0(\xi), \tilde{g}_0(\xi)$ – табульовані функції Бесселя і Ганкеля [5].

Для отримання числового розв'язку побудовано дискретну модель і відповідну розрахункову схему (рис. 2).



Рис. 2. Розрахункова схема плити під дією навантаження за площиною фігури трикутника

За числовими результатами побудовані епюри переміщень та згинальних погонних моментів у характерних перерізах, які зображено на рис. 3.

Порівняння отриманих числових результатів розрахунку (суцільні криві) з результатами у тестовому прикладі (пунктирні криві) свідчать про їх повну якісну і кількісну збіжність.

Для ілюстрації ефективності запропонованої методології розглядається приклад розрахунку на міцність жорсткого бетонного покриття перону нового термінального комплексу ДМА Бориспіль на стадії робочого проектування.

Виконуються статичні розрахунки двошарового жорсткого бетонного покриття на жорсткій штучній основі та на слабкій грунтовій основі. Розрахунки на міцність здійснюються дискретним моделюванням набору плит скінченних розмірів 7,5×7,5 м на пружній вінклерівській основі. Коефіцієнти пропорційності (постелі) отримані як інтегровані характеристики багатошарової моделі грунтової основи з використанням реального інженерногеологічного розрізу на глибину до 15 м будівельного майданчика перону термінального комплексу.

Розглянуто декілька прикладів за поздовжніми та поперечними перерізами, з яких вибрано переріз з найслабшою ґрунтовою основою, для якої еквівалентний коефіцієнт постелі за методикою з роботи [1] становить



Рис. 3. Епюри у перерізі 1 - 1 від обмеженого кутового навантаження: a – переміщень u_N^1 ;

б - погонних згинальних моментів
$$M_N^{22}$$
;

e – згинальних моментів M_N^{33}

Остаточно узгоджену конструкцію бетонного покриття подано рис. 4, на якому вказані фізикомеханічні характеристики матеріалів усіх шарів покриття за нормативними документами [1; 6]. Як розрахункове повітряне судно для визначення колісного навантаження взято літак B747-400 ER, значення його навантаження визначають за формулою

$$F_d = \frac{F_n}{n_k} k_d \gamma_f$$
,
 $F_d = \frac{969}{4} \cdot 1,15 \cdot 1,0 \cong 278,6$ кН.

Еквівалентний радіус колісного відбитку становить:

$$R_{e} = \sqrt{\frac{F_{d}}{\pi \rho_{a}}},$$

$$R_{e} = \sqrt{\frac{278,6 \cdot 10^{3}}{\pi \cdot 1,617 \cdot 10^{6}}} = 0,234 \text{ м},$$

 ρ_a – значення тиску у пневматиках шасі: ρ_a = 1,617 МПа.

V	> Верхній шар	Цементобетон < 4
<	> Нижній шар	Пісний бетон 🔶 🛱 🖗
	Штучна основа	Грунтоцемент 🏻

Дані для інженерного розрахунку за СНіП 2.05.08-85

R_{bib} =3,73 MIIa (38 KF/CM ²) E_b =3,53·10 ⁴ MIIa (3,6·10 ⁵ KF/CM ¹)	Бетон <i>B</i> 40/ <i>B</i> _{<i>bib</i>} 4,4/55, <i>h</i> =45 см
R_{btb} =2,26 MIIa (23 kr/cm ²) E_b =2,6 ·10 ⁴ MIIa (2,65 ·10 ⁵ kr/cm ¹)	Бетон <i>B</i> 15/ <i>B</i> _{bib} 2,8/35, <i>h</i> =30 см
$R_{btb} = 0.6 \text{ MIIa} (6.0 \text{ K}\text{F}/\text{c}\text{M}^2)$ $E_b = 1.5 \cdot 10^3 \text{ MIIa} (1.5 \cdot 10^4 \text{K}\text{F}/\text{c}\text{M}^1)$	Грунтоцемент <i>М</i> 40, <i>h</i> =15 см ГОСТ 23558-93

Дані для числового розрахунку за СНіП 2.03.01-84*

R_b =22,0 ΜΠα (224 кг/см ²),	Бетон класу <i>В</i> 40 для
R_b =1,4 ΜΠα (14,3 кг/см`)	граничного стану I групи,
E_b =3,6·10 ⁴ ΜΠα (3,67·10 ⁵ кг/см ¹)	<i>h</i> =45 см
$R_b = 14,5$ MIIa (148 kg/cm [°]),	Бетон класу В20 для
$R_{bt} = 1,05$ MIIa (10,7 kg/cm ²)	граничного стану I групи,
$E_b = 3,0 \cdot 10^4$ MIIa (3,06 \cdot 10 ⁵ kg/cm ¹)	h=30 см
$R_{bt} = 0.3 \text{ MIIa} (3 \text{ KT/cM}^2)$	Грунтоцемент <i>М</i> 40,
$E_b = 1.5 \cdot 10^3 \text{ MIIa} (1.5 \cdot 10^4 \text{ KT/cM}^1)$	<i>h</i> =15 см

Рис. 4. Конструкція аеродромного покриття перону



Рис. 5. Розрахункова схема покриття перону

З урахуванням рівняння (11), значення надлишкового тиску у пневматику та дискретної моделі і розрахункової схеми визначено вузлові значення навантажень у моделі колісного відбитку, який складається з чотирьох СЕ:

– для центрального вузла

$$Q_1 = \frac{41.6^2}{4} \cdot 16.2 = 7008.8$$
 Krc

$$Q_2 = \frac{41,0}{8} \cdot 16,2 = 3504,4$$
 Krc;

– для кутових вузлів

M³³, кгм/м;

$$Q_3 = \frac{41.6^2}{16} \cdot 16.2 = 1752.2$$
 кгс.

З метою забезпечення адекватності взаємодії плит у розрахунковому фрагменті та в реальній конструкції, тобто якщо немає в'язів на повороти $\phi_{2^{\circ}}, \phi_{3^{\circ}}$ (відносно координатних осей глобальної

системи координат $OZ^{1}Z^{2}Z^{3}$) введено на стиках плит (поздовжніх і поперечних) ребра-урізки (рис. 6).





Відповідно маємо такі значення параметрів моделей цих стикових вставок:

 відношення висоти урізки (ребра) до товщини умовної пластинки

$$\frac{h_{(2)}}{t_{(e)}} = \frac{40}{83} = 0,482;$$

 відношення ексцентриситету урізки до товщини пластинки

$$\frac{l_x}{t_{(e)}} = -\frac{21,5}{83} = -0,259;$$

 модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу вставки

$$E_{b(r)} = 2,6 \cdot 10^3$$
 кгс/см²; $v_{b(r)} = 0,2;$

 відношення питомої ваги матеріалу вставки до питомої ваги матеріалу умовної пластинки

$$\frac{\gamma_{b(r)}}{\gamma_e^{cp}} = \frac{0,0016}{0,002551} = 0,627 \; .$$

Результати досліджень

Результати числового розрахунку жорсткого аеродромного покриття отримано у двох варіантах: – з постійним коефіцієнтом постелі $C \equiv k_{se} = 4,54 \text{ кгс/см}^3;$

– зі змінним коефіцієнтом постелі у межах розрахункового фрагмента за формулою (1) (за наявності лінзи слабкого прошарку ґрунту) з

$$C \equiv k_{se} = 4,54 \text{ krc/cm}^3$$

$$C_{\min} = 3,3 \text{ кгс/см}^{3}$$

За перерізом 1 - 1 (рис. 5) числового розрахунку побудовано епюри переміщень, згинальних погонних моментів та вузлових реакцій ґрунтової основи (рис. 7).



Рис. 7. Епюри прогинів, згинальних погонних моментів та реакцій основи в перерізі 1-1

За цими результатами отримано дані для визначення максимальних значень головних напружень в умовній плиті і відповідно за формулами з роботи [4] напруження у верхньому та нижньому шарах реальної конструкції покриття:

$$\sigma_{1,\text{sup}} = \sigma_{\text{max}} \frac{E_{\text{sup}}}{E_{(e)}} \frac{2t_{(b)}^{1}}{t_{(e)}} \frac{(1 - v_{(e)}^{2})}{(1 - v_{(1)}^{2})};$$

$$\sigma_{1,\text{inf}} = \sigma_{\text{max}} \frac{E_{\text{inf}}}{E_{(e)}} \frac{2t_{(\mu)}^{1}}{t_{(e)}} \frac{(1 - v_{(e)}^{2})}{(1 - v_{(2)}^{2})};$$

 $\langle \rangle$

або

$$\sigma_{1,\sup} = k_{1,\sup} \sigma_{\max}^{(e)};$$

$$\sigma_{1,\inf} = k_{1,\inf} \sigma_{\max}^{(e)}.$$
 (12)

3 урахуванням виразів (12) маємо:

$$k_{1,\text{sup}} = 1,254;$$

$$k_{1,\text{inf}} \cong 0,63;$$

$$\sigma_{1,\text{sup}} = 15,3 \cdot 1,254 \cong 19,9 \text{ KF/cm}^2$$

$$\sigma_{1,\text{inf}} = 15,3 \cdot 0,63 \cong 9,64 \text{ KF/cm}^2.$$
(13)

Визначаємо допустимі напруження:

3 виразів (13) і (14) маємо:

$$\sigma_{1,\text{sup}} < \left| R_{bt}^{\text{sup}} \right| \rightarrow 19,9 < 25,74;$$

 $\sigma_{1,\text{inf}} < \left| R_{bt}^{\text{inf}} \right| \rightarrow 9,64 < 16,52 \text{ kg/cm}^2.$

Висновки

Виконаний комплексний розрахунок жорсткого двошарового покриття на жорсткій штучній основі (за наявності слабких прошарків у ґрунтовій основі) на колісну дію шасі B747-400ER свідчить, що запропонована конструкція бетонного покриття відповідає вимогам міцності та надійності розглянутої конструкції покриття.

За результатами розрахунків реальної конструкції покриття перону термінального комплексу ДМА Бориспіль в умовах наявності слабких прошарків грунтів в основі покриття можна зробити висновок, що запропонована методологія чисельних досліджень жорстких покриттів від дії колісного навантаження надважких повітряних суден є достатньо ефективною та достовірною, відповідає вимогам забезпечення надійної експлуатації аеродромів сучасних аеропортів.

Література

1. *СНиП* 2.05.08-85 Аэродромы. – М.: Госкомитет СССР по делам строительства, 1985. – 58 с.

2. Баженов В.А. Моментная схема метода конечных элементов в задачах нелинейной механики сплошной среды / В.А. Баженов, А.С. Сахаров, В.К. Цыхановский // Прикладная механика. – К.: Ин-т механики НАН Украины, 2002. –Т. 38 (48). – № 6, июль. – С.24–63.

3. Шимановский А.В. Теория и расчет сильнонелинейных конструкцій / А.В.Шимановский, В.К. Цыхановский. – К.: Сталь, 2005. – 432 с.

4. *Цыхановский В.К.* Расчет тонких плит на упругом основании методом конечных элементов / В.К. Цыхановский, С.М. Козловець, А.С. Коряк. – К.: Сталь, 2008. – 234 с.

5. *Коренев Б.Г.* Расчет плит на упругом основании / Б.Г. Коренев, Е.И. Черниговская. – М.: ГИЛСА и СМ, 1962. – 355 с.

6. *СНиП* 2.03.01-84^{*} Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Госстрой СССР, 1989. – 77 с.

Стаття надійшла до редакції 25.06.09.