

УДК 629.735.051'622(045)

Л.М. Блохін, д.т.н., проф.
О.П. Кривоносенко, к.т.н., доц.
С.І. Осадчий, к.т.н., доц.

МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ТА ЕТАПИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОНКУРЕНТОЗДАТНОСТІ ПРОЦЕСІВ СТАБІЛІЗАЦІЇ ІСНУЮЧИХ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Запропоновано методологічні основи створення оптимальних систем стабілізації існуючих рухомих об'єктів за даними натурних досліджень їх прототипів. Стохастичні постановки використовуваних при цьому новітніх технологій вітчизняних методів оптимальної стабілізації об'єктів та структурної ідентифікації моделей динаміки частин реальних систем, а також впливів, що діють у системах стабілізації об'єктів, які модернізуються, мають гарантовано забезпечити конкурентоздатність процесів їх стабілізації у відповідальних режимах рухів.

Advanced methodological fundamentals of the optimal stabilization system's development for the real moving vehicles based on their prototypes testing are proposed. The stochastic statements of used modern technologies of native methods of optimal stabilization of objects and structural identification dynamics models of the real system's parts, and also auctioning influences in the stabilization object's systems, which are moderation, have to guarantee the competitiveness of their stabilization processes in corresponding modes of motion.

оптимальна система стабілізації, синтез, стохастична стабілізація, структурна ідентифікація

Постановка проблеми

Постійне зростання в сучасних умовах вимог до рівнів якості (точності) процесів навігації і управління рухами автономних об'єктів різного призначення передбачає розробку нових підходів до вибору структур та параметрів систем управління рухом, які б у реальних експлуатаційних умовах забезпечували конкурентоздатні рівні показників якості управління рухами.

На сьогодні відомі ефективні вітчизняні методи синтезу оптимальних систем стохастичної стабілізації та структурної ідентифікації моделей динаміки систем, їх частин, а також стохастичних впливів на процеси управління у досліджуваних системах такі, що успішно пройшли експериментальну перевірку при модернізації престижної аерокосмічної техніки [1–4]. Такі методи розроблені і можуть бути застосованими для модернізації систем стохастичної стабілізації стійких багатовимірних рухомих об'єктів, а також для об'єктів, що мають довільну динаміку, наприклад, нестійких. Зазначені методи складають основу відомої методології створення оптимальних систем стохастичної стабілізації [5]. Доцільно чітко встановити етапи та основні процедури їх успішного завершення для ряду важливих рухомих об'єктів, навіть таких, для яких створення конкурентоздатної системи управління їх рухами становить велику науково-технічну проблему. Такими важливими об'єктами є, наприклад, вертоліт з вантажним підвісом в процесі стабілізації, особливо у режимі висіння, автономний об'єкт, що рухається під водою з великою швидкістю, інші аналогічні об'єкти [6].

Базові етапи робіт

Оскільки як вхідна інформація для успішної модернізації вкрай потрібні моделі динаміки самого об'єкта, зовнішніх стохастичних впливів на нього та сигналів «вхід-вихід», які відповідають реальним режимам руху існуючого багатовимірного об'єкта, першим базовим етапом необхідних робіт, що мають привести до успішної модернізації управління, треба розглядати натурні дослідження об'єкта, який модернізується, чи його прототипу в усіх режимах рухів, які розглядаються. Для успішного завершення цього етапу необхідно приділяти увагу таким питанням, як постановка задачі експериментальних досліджень, отримання та обробка зібраної навігаційної інформації, складання її математичних моделей, тобто не випадкових характеристик реальних стохастичних динамічних векторів сигналів системи.

Після того як складені не випадкові динамічні характеристики векторів навігаційних сигналів системи, яка досліджується, можна розпочати другий базовий етап робіт з модернізації, а саме – структурну ідентифікацію моделей динаміки самого об'єкта, який досліджується, його основних частин та неконтрольованих впливів на нього. В основу базових науково обґрунтованих алгоритмів структурної ідентифікації можуть бути покладені вже відомі з робіт [3; 4] вітчизняні алгоритми. Отримані на першому та другому етапах робіт моделі динаміки об'єкта, його базових частин і сигналів мають бути належним чином редуковані та спрощені.

Третім етапом робіт, що безпосередньо дозволяє визначити структуру і параметри систем стабілізації, які складають базу модернізації і гарантують досягнення системою найвищих рубежів якості процесів стабілізації, є етап синтезу оптимальних структур стабілізуючих систем. Цей етап є науково обгрунтованим визначенням найліпших структур і параметрів систем стабілізації і дозволяє ще до початку робіт основних етапів проектування систем, тобто до основних витрат матеріальних і людських ресурсів на модернізацію, гарантовано і кількісно визначити рівень конкурентноздатності нової системи. Для виконання третього етапу робіт необхідна відповідна теоретична база. Як така база пропонується вже розроблений та відомий загальний метод синтезу оптимальних систем стохастичної стабілізації [2].

Метод та алгоритми структурної ідентифікації моделей

З прогресом аерокосмічної техніки вимоги до якості (точності) процесів навігації і управління рухом різко підвищуються.

У працях [2; 5] об'єкт стабілізації, який має бути ідентифікований, розглядають як складну лінійну багатовимірну динамічну систему. При цьому потрібно вкрай обережно проводити декомпозицію об'єкта на частинні системи чи канали. Фактори, що збурюють рух об'єкта, як правило, мають стохастичний характер, а управління об'єктом потрібно будувати оптимальним за точнісними критеріями.

Для визначення (ідентифікації) структур і параметрів моделей динаміки об'єктів і збурень у процесі натурних випробувань об'єкта (або його прототипу) необхідні досить прості для практики і в той же час науково обгрунтовані технології структурної ідентифікації.

При експериментальних оцінках властивостей багатовимірного об'єкта стабілізації, такого, як літальний апарат чи пілот у контурі управління, можна вимірювати лише його вхідні u та вихідні x сигнали (рис. 1).

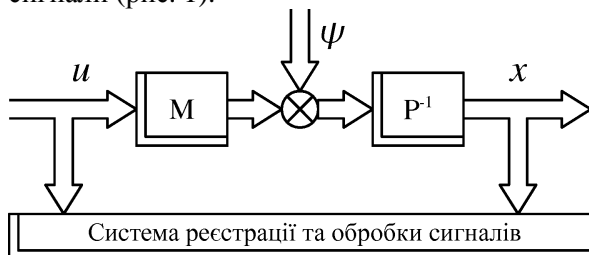


Рис. 1. Структурна схема об'єкта ідентифікації

Збурення ψ , яке діє на об'єкт, як правило, не контролюється. Виміри проводяться «неідеально» і супроводжуються завадами. Оцінити стаціонарні довготривалі режими роботи можливо лише при стійкому об'єкті.

Крім того, треба припустити некорельованість входу u зі збуренням ψ . У такому разі можливо запропонувати ефективні метод і алгоритм структурної ідентифікації моделей динаміки об'єкта і збурення, що діє на нього в штатних стохастичних режимах функціонування.

Цей метод пройшов успішне експериментальне випробування при модернізації складної аерокосмічної техніки.

Для вирішення трьох варіантів задач структурної ідентифікації, які дещо відрізняються у постановках, використовується фактично один і той самий метод ідентифікації.

Варіант 1 задачі ідентифікації

Нехай рух об'єкта стабілізації (рис.1) описується системою звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, перетвореними за Фур'є:

$$Px = Mu + \psi, \quad (1)$$

де

P і M – шукані поліноміальні матриці розмірностей $n \times n$, $n \times m$;

x – Фур'є-образ n -вимірного вектора-стовпця вихідних реакцій об'єкта;

u – Фур'є-образ m -вимірного вектора-стовпця сигналів управління;

ψ – Фур'є-образ центрованого стохастичного випадкового процесу з шуканою матрицею спектральних щільностей $S_{\psi\psi}$.

Нехай вектори сигналів u і x теж центровані n - і m - вимірні стаціонарні випадкові процеси з відомими з експерименту матрицями спектральних та взаємоспектральних щільностей. Нехай також вектор ψ можливо представити як реакцію деякого багатовимірного формуючого фільтра з шуканою матрицею передавальних функцій Ψ на n -вимірний вектор одиничних δ -корельованих «білих» шумів Δ :

$$\psi = \Psi\Delta. \quad (2)$$

Ураховуючи вираз (2), рівняння (1) можна переписати так:

$$x = P^{-1}Mu + P^{-1}\Psi\Delta. \quad (3)$$

За допомогою теореми Вінера-Хінчина у книзі [1] і виразу (3) можна записати матриці спектральних і взаємоспектральних щільностей для сигналів системи

$$S'_{xx} = P^{-1}MS'_{uu}M_*P_*^{-1} + P^{-1}\Psi S'_{\Delta\Delta}\Psi_*P_*^{-1}; \quad (4)$$

$$S'_{ix} = P^{-1}MS'_{iu}; \quad S'_{xi} = S'_{iu}M_*P_*^{-1}; \quad (5)$$

$$S'_{\psi x} = P^{-1}\Psi S'_{\Delta\Delta}; \quad S'_{x\psi} = S'_{\Delta\Delta}\Psi_*P_*^{-1}, \quad (6)$$

де

' – знак транспонування;

* – знак ермітова спряження.

З виразів (5), знаючи матриці S'_{uu} , S'_{ix} і S'_{xi} як результати первинної обробки даних експерименту, можна знайти шукану матрицю передавальних функцій об'єкта від сигналів управління u до виходу x та її ермітово спряжену матрицю:

$$P^{-1}M = S'_{ix}(S'_{uu})^{-1};$$

$$M_*P_*^{-1} = (S'_{uu})^{-1}S'_{xi}. \quad (7)$$

Хоча матриця формуючого фільтра Ψ поки не визначена, з рівняння (6) формально можна записати

$$P^{-1}\Psi = S'_{\psi x}(S'_{\Delta\Delta})^{-1};$$

$$\Psi_*P_*^{-1} = (S'_{\Delta\Delta})^{-1}S'_{x\psi}. \quad (8)$$

Для визначення матриць $S'_{\psi x}$ і $S'_{x\psi}$ підставимо вираз (7) і (8) в рівняння (4):

$$S'_{xx} = S'_{ix}(S'_{uu})^{-1}S'_{xi} + S'_{\psi x}(S'_{\Delta\Delta})^{-1}S'_{x\psi}. \quad (9)$$

Рівняння (9), де невідомі лише матриці $S'_{\psi x}$ і $S'_{x\psi}$ (матриця $S'_{\Delta\Delta} = E_u$), перепишемо так:

$$S'_{\psi x}S'_{x\psi} = S'_{xx} - S'_{ix}(S'_{uu})^{-1}S'_{xi}. \quad (10)$$

Права частина виразу (10) повністю відома за даними первинної обробки результатів вимірювань. Факторизувавши за процедурою Вінера вираз (10), визначимо матриці $S'_{\psi x}$ і $S'_{x\psi}$, після підстановки яких у вираз (8) отримаємо шукані матриці $P^{-1}\Psi$ і $\Psi_*P_*^{-1}$, які визначаються однозначно. Однозначно визначені також матриці $P^{-1}M$ та $M_*P_*^{-1}$ у виразах (7).

Але для опису руху багатовимірних систем за даними експериментів існує велика кількість еквівалентних систем диференціальних рівнянь, при яких система буде мати однакові матриці передавальних функцій з управління і збурень.

Варіант 2 задачі ідентифікації

Вважаємо, що сигнали ψ і u корельовані.

За допомогою теореми Вінера-Хінчина запишемо матрицю спектральних щільностей вектора реакцій системи

$$S'_{xx} = P^{-1}MS'_{uu}M_*P_*^{-1} + P^{-1}MS'_{\psi u}P_*^{-1} + P^{-1}S'_{u\psi}M_*P_*^{-1} + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1}, \quad (11)$$

матриці взаємоспектральних щільностей:

$$S'_{ix} = P^{-1}MS'_{iu} + P^{-1}S'_{i\psi};$$

$$S'_{xi} = S'_{iu}M_*P_*^{-1} + S'_{\psi u}P_*^{-1}. \quad (12)$$

Вирази (12) можна переписати у вигляді

$$P^{-1}S'_{i\psi} = S'_{ix} - P^{-1}MS'_{iu};$$

$$S'_{\psi u}P_*^{-1} = S'_{xi} - S'_{iu}M_*P_*^{-1}. \quad (13)$$

Підставимо матриці (13) у вираз (11) і отримаємо

$$S'_{xx} = P^{-1}MS'_{iu}M_*P_*^{-1} + P^{-1}M(S'_{xi} - S'_{iu}M_*P_*^{-1}) + (S'_{ix} - P^{-1}MS'_{iu})M_*P_*^{-1} + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1} = -P^{-1}MS'_{iu}M_*P_*^{-1} + P^{-1}MS'_{iu} + S'_{ix}M_*P_*^{-1} + P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1}. \quad (14)$$

Вираз (14) можна переписати так:

$$P^{-1}S'_{\psi\psi}P_*^{-1} = S'_{xx} + P^{-1}MS'_{iu}M_*P_*^{-1} - P^{-1}MS'_{iu} - S'_{ix}M_*P_*^{-1}. \quad (15)$$

Якщо вважати, що матриця $P^{-1}M$ приблизно визначена у варіанті 1 задачі ідентифікації, то рівняння (15) являє собою матрицю спектральних щільностей збурень, які зведені до виходу об'єкта.

Варіант 3 задачі ідентифікації

У деяких випадках динаміка рухомих об'єктів суттєво ускладнюється у зв'язку з необхідністю приєднання до об'єкта додаткових мас (вертоліт з вантажним підвісом, дирижабль з пасажирською кабіною тощо).

Як правило, відносний рух вантажного підвісу контролюється деякими засобами, а зовнішні впливи (наприклад, турбулентність вітру) не підлягають безпосередньому контролю.

При розв'язанні задач ідентифікації слід оцінювати моделі динаміки обох каналів впливу зазначених факторів на вихідні реакції об'єкта, що досліджується. У цьому випадку рух об'єкта не змінює характер контрольованих впливів.

Задачу структурної ідентифікації динаміки багатовимірного стаціонарного лінійного об'єкта з додатковими постійно діючими стаціонарними контрольованими випадковими впливами поставимо таким чином, як у працях [3; 4].

Нехай збурений довготривалий рух об'єкта (рис. 2) при малих відхиленнях від заданої траєкторії можна описати системою звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, які перетворені за Фур'є, вигляду

$$Px = Mu + Nf + \psi,$$

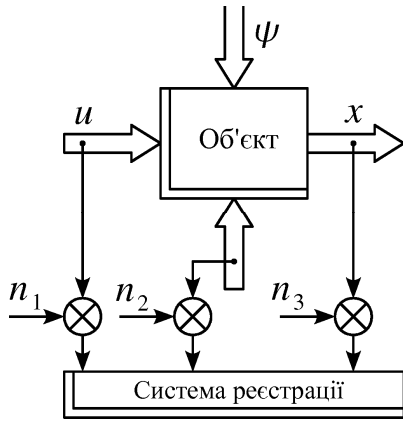


Рис. 2. Блок-схема системи реєстрації даних експерименту

де P, M, N – шукані поліноміальні матриці аргументу $s = j\omega$, (визначник матриці P відповідає умові Гурвіца);

x – Фур'є-образ n -вимірною вектора управління; f, ψ – Фур'є-образи відповідного k -вимірною і n -вимірною векторів контрольованих та неконтрольованих впливів.

При проведенні експерименту фіксуються вектори сигналів x, u, f , які являють собою багатовимірні центровані стаціонарні випадкові процеси з відомими матрицями спектральних та взаємоспектральних щільностей: $S_{xx}, S_{xu}, S_{ux}, S_{uu}, S_{uf}, S_{fu}, S_{ff}, S_{xf}$ і S_{fx} .

Сигнал ψ треба вважати некорельованим із сигналами u і f . Крім того вважається, що сигнал ψ можна записати так

$$\psi = \Psi \Delta, \tag{16}$$

де Ψ – шукана матриця передавальних функцій формуючого фільтра;

Δ – Фур'є-образ δ -корельованого багатовимірною «білого» шуму

Введемо такі позначення

$$y = (u', f', \Delta)'; \tag{17}$$

$$\Phi = (\Phi_{11}, \Phi_{12}, \Phi_{13}) = (P^{-1}M, P^{-1}N, P^{-1}\Psi).$$

З урахуванням виразів (17) і умови (2) рівняння (16) запишемо так

$$x = \Phi y. \tag{18}$$

Враховуючи «неідеальність» реальних вимірювань сигналів, тобто враховуючи наявність завад n_1, n_2 і n_3 , рівняння (18) треба переписати у вигляді

$$\varepsilon = \hat{x} - \Phi \hat{y}, \tag{19}$$

де ε – n -вимірний вектор випадкових похибок ідентифікації.

Символ « \wedge » визначає оцінку сигналів і у подальшому не наводиться.

За аналогією з методом у праці [1] запишемо функціонал якості ідентифікації вигляду

$$e = \langle \varepsilon' R \varepsilon \rangle = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \text{tr}(S'_{\varepsilon\varepsilon} R) ds, s = j\omega, \tag{20}$$

де

$S_{\varepsilon\varepsilon}$ – матриця спектральних щільностей помилки ε ;

R – позитивно визначена симетрична вагова матриця;

tr – слід матриці.

За допомогою теореми Вінера-Хініна з урахуванням виразів (17) і (19) визначимо транспоновану матрицю спектральних щільностей похибки ідентифікації у вигляді

$$S'_{\varepsilon\varepsilon} = S'_{xx} - S'_{yx} \Phi_* - \Phi S'_{xy} + \Phi S'_{yy} \Phi_*, \tag{21}$$

де

$$S'_{xy} = \begin{bmatrix} S'_{xu} \\ S'_{xf} \\ S'_{x\Delta} \end{bmatrix}; S'_{yx} = [S'_{ux}, S'_{fx}, S'_{\Delta x}]$$

$$S'_{yy} = \begin{bmatrix} S'_{uu} & S'_{fu} & 0 \\ S'_{uf} & S'_{ff} & 0 \\ 0 & 0 & S'_{\Delta\Delta} \end{bmatrix}.$$

Вираз (21) можна переписати так

$$S'_{xx} = P^{-1} (MS'_{uu}M_* + MS'_{fu}N_* + NS'_{uf}M_* + NS'_{ff}N_* + \Psi S'_{\Delta\Delta} \Psi_*) P_*^{-1}; \tag{22}$$

$$S'_{ux} = P^{-1} (MS'_{uu} + NS'_{uf}); \tag{23}$$

$$S'_{xu} = (S'_{uu}M_* + S'_{fu}N_*) P_*^{-1}; \tag{23}$$

$$S'_{fx} = P^{-1} (MS'_{fu} + NS'_{ff}). \tag{24}$$

Розв'язуючи сумісно систему відповідних рівнянь (23) і (24), можна одержати орієнтовні вирази матриць передавальних функцій

$$A = P^{-1}M, B = P^{-1}N$$

у вигляді

$$A = P^{-1}M = [S'_{ux} - S'_{uf}(S'_{uu})^{-1}S'_{fu}] \times [S'_{uu} - S'_{fu}(S'_{ff})^{-1}S'_{uf}]^{-1}; \tag{25}$$

$$B = P^{-1}N = \left[S'_{fx} - S'_{ux}(S'_{uu})^{-1}S'_{fu} \right] \times \\ \times \left[S'_{ff} - S'_{uf}(S'_{uu})^{-1}S'_{fu} \right]^{-1}. \quad (26)$$

Підставивши вирази (25) і (26) в рівняння (22), перепишемо останнє у вигляді

$$S'_{\Delta x}(S'_{\Delta\Delta})^{-1}S'_{x\Delta} = S'_{xx} - (AS'_{uu}A_* + \\ + AS'_{uf}B_* + BS'_{fu}A_* + BS'_{ff}B_*). \quad (27)$$

Факторизувавши праву частину виразу (27), спочатку отримаємо орієнтовну матрицю

$$C = P^{-1}\Psi = S'_{\Delta x}. \quad (28)$$

Підставивши вираз (28) у вираз (21), а у подальшому матрицю $S'_{\epsilon\epsilon}$ у функціонал (20), отримаємо можливість мінімізувати його.

Таким чином, задача ідентифікації у варіанті 3 полягає в тому, щоб вибором фізично реалізованої матриці Φ досягти мінімум функціоналу (2). Мінімізацію функціоналу робимо [1], базуючись на ідеях методу Вінера-Колмогорова. Умовою, що досягає мінімуму функціоналу (20) є алгоритм вигляду

$$\Phi = \Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}, \quad (29)$$

де

Γ – результат факторизації матриці $R = \Gamma_*\Gamma$;

$T_0 + T_+$ – результат вінерівської сепарації матриці:

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma S'_{xy}D_*^{-1};$$

D – результат факторизації матриці S'_{yy} у виразі $DD_* = S'_{yy}$.

При практичному розв'язанні задачі структурної ідентифікації треба діяти таким чином.

Зафіксовані при експерименті дані треба первинно обробити за запропонованими методами і визначити матриці

$$S_{xx}, S_{xu}, S_{ux}, S_{uu}, S_{fx}, S_{xf}, S_{ff}, S_{uf}, S_{fu}.$$

Потім результати первинної обробки даних слід підставити у вирази (22) – (28) і алгоритм (29) та визначити оптимальну функцію Φ , яка є блочною матрицею-рядком (17). У ній останній блок Φ_{13} містить необхідну інформацію про модель динаміки Ψ , що формує з вектора «білих» шумів матрицю спектральної щільності $S'_{\Psi\Psi} = \Psi S'_{\Delta\Delta} \Psi_*$.

Перші два блоки матриці Φ містять оцінки матриць передавальних функцій $P^{-1}M$ і $P^{-1}N$ двох базових трактив об'єкта.

Таким чином, за допомогою запропонованого алгоритму ідентифікації є можливість за даними експерименту отримати найліпші за точнісним критерієм (20) оцінки шуканих матриць передавальних функцій об'єкта.

Метод та алгоритми синтезу оптимальних робастних багатовимірних систем стохастичної стабілізації

Визначальна особливість сучасних постановок задач синтезу високоточних систем стабілізації – обов'язкове врахування таких об'єктивних моментів, як можливість «свавілля» у динаміці об'єкта (об'єкт може бути стійким, нестійким, мінімально-фазовим і т. ін.); стохастичний характер зовнішніх та внутрішніх збурюючих факторів, що діють у системі; недостовірні знання і уявлення про реальні динамічні характеристики об'єкта стабілізації і збурюючих факторів, а також про механізми їх дії; недостовірне знання характеру змін у динаміці об'єкта та збурень у конкретних режимах руху чи у процесі довготривалої експлуатації рухомих комплексів та інші вагомні моменти.

Прикладами недосконалих уявлень можуть бути:

- недосконале знання моделей динаміки оператора у контурі управління;
- міра нестійкості таких об'єктів, як вертоліт;
- повна відсутність чи невикористання моделей динаміки об'єктів і збурень, які отримані за результатами їх ідентифікації у натурних режимах руху;
- відсутність чи невикористання результатів динамічної атестації бортових вимірювальних приладів, систем і комплексів в умовах функціонування близьких до реальних.

На сьогодні найвищі рубежі якості функціонування рухомих об'єктів, практично досяжні лише в оптимальних системах, синтезованих за допомогою спеціальних наукових технологій, що базуються на ідеях вінерівської та калманівської оптимальних фільтрацій. Для послаблення негативних наслідків, які викликані при синтезі нечіткими уявленнями про моделі динаміки, синтезують так звані робастні малочутливі до будь-яких збурень системи [7].

На схемі типової системи стабілізації пунктиром позначено об'єкт стабілізації O і регулятор P (рис. 3).

Система вимірювань вектора вихідних сигналів x об'єкта вважається «ідеальною», але враховуються завади вимірювань (вектор φ). Динаміку реальної системи вимірювань (на рис. 3 не показано) можливо врахувати відомим способом за даними праці [1].

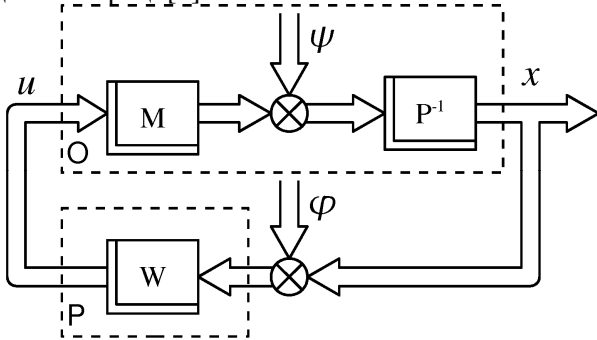


Рис. 3. Структурна схема типової системи стабілізації

Нехай рух об'єкта стабілізації можна описати системою звичайних диференціальних рівнянь вигляду (1), перетвореною за Лапласом, а динаміка вектора сигналів випадкового стаціонарного збурення ψ задана матрицею спектральних щільностей вимірювань $S_{\psi\psi}$. Вважаються відомими також матриці спектральних щільностей завади вимірювань $S_{\varphi\varphi}$ і взаємоспектральних щільностей збурення та завади $S_{\psi\varphi}$ і $S_{\varphi\psi}$.

За аналогією з відомою з праці [2] процедурою можна ввести функцію чутливості θ , а також вектори ψ_0 , ζ і ξ :

$$\psi_0 = (\psi', \varphi)'; \zeta = (E_n, P)\psi_0; \xi = \theta\zeta. \quad (30)$$

Причому функція θ має дорівнювати

$$\theta = F_x^\psi P, \quad (31)$$

де

F_x^ψ – матриця передавальних функцій замкненої системи стабілізації від збурення ψ до входу x ;

E_n – одинична матриця.

Відповідно до зазначеної процедури можна записати вектори сигналів виходу x та управління u системи так

$$\begin{aligned} x &= F_1\psi_0 = [F_x^\psi(E_n P) - (O_n, E_n)]\psi_0; \\ u &= F_2\psi_0 = F_u^\psi(E_n, P)\psi_0, \end{aligned} \quad (32)$$

де

F_1 і F_2 – матриці передавальних функцій замкненої системи;

F_u^ψ – матриця передавальних функцій замкненої системи стабілізації від збурення ψ до вектора управління u .

Матриці F_x^ψ і F_u^ψ пов'язані між собою рівнянням $F_x^\psi = P^{-1}(MF_u^\psi + E_n)$. (33)

Функціонал якості системи стабілізації, яка підлягає синтезу, має вигляд

$$\begin{aligned} e &= \langle x'Rx \rangle + \langle u'Cu \rangle + \\ &+ \langle \xi'\Lambda\xi \rangle + \langle \zeta'\Lambda\xi \rangle = \\ &= \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \text{tr} [S'_{xx}R + S'_{uu}C + \theta S'_{\zeta\zeta}\Lambda + \Lambda S'_{\zeta\zeta}\theta_*] ds, \end{aligned} \quad (34)$$

де

S_{xx} , S_{uu} , $S_{\zeta\zeta}$ – матриці спектральних щільностей векторів сигналів x , u , ζ відповідно;

R , C і Λ – вагові тільки позитивно визначені матриці;

$\langle \rangle$ – математичне сподівання.

На фізичному рівні задачу синтезу можна сформулювати таким чином. Вибором оптимальної структури (матриці передавальних функцій W) регулятора необхідно досягти мінімум функціоналу (34) та одночасно забезпечити стійкість замкненої системи стабілізації.

Для стійкого об'єкта стабілізації подібна задача розв'язана раніше. При довільній динаміці об'єкта в процедуру розв'язання задачі треба ввести ряд доповнень.

У задачах синтезу систем стабілізації стійкого об'єкта як варійовану функцію у функціоналі (34) за рядом об'єктивних причин зручно брати матрицю F_u^ψ , але при довільній динаміці об'єкта потрібні додаткові умови, які приводять до необхідності фізичної реалізованості функції F_x^ψ . З метою досягнення фізичної реалізованості матриці F_x^ψ рівняння (33) треба переписати так

$$F_x^\psi = [F_x^\psi]_+ = [P^{-1}(MF_u^\psi + E_n)]_+, \quad (35)$$

де нижній індекс «+» – знак сепарації за Вінером. Для забезпечення виконання загальної умови (35) слід виписати її окремі складові.

Необхідно матрицю $P^{-1}M$, яка має у загальному випадку полюси також і у правій півплощині (ППП) комплексної змінної s , записати у вигляді $P^{-1}M = NB_*^{-1}$, (36)

де матриця B_*^{-1} отримана як результат виконання операції однобічного виділення полюсів, які розміщені лише у ППП. Вираз (36) – перша складова умови (35). Зміст другої складової полягає у виборі варійованої матриці F_u^ψ у такому вигляді

$$F_u^\psi = B_*\Phi + A, \quad (37)$$

де Φ – нова варійована функція;
 A – деяка поліноміальна матриця аргументу s .
 Підставивши вираз (37) у рівняння (35), можна записати

$$F_x^\Psi = P^{-1}MB_*\Phi + P^{-1}(MA + E_n). \quad (38)$$

Після сепарації виразу (38), можна отримати другу умову

$$(P^{-1}MA)_- = -P_-^{-1}. \quad (39)$$

Визначені умови (36) і (39) довізначають матрицю (37) та після визначення матриць A і B , дозволяють використовувати вирази (37) і (38) у процедурі синтезу оптимальної системи стабілізації об'єкта з довільною динамікою.

Подальша процедура синтезу аналогічна варіанту синтезу системи стабілізації стійкого об'єкта. Для розв'язання поставленої у роботі задачі синтезу, використавши вирази (30)–(34), можна конкретизувати та, після відомих перетворень, переписати функціонал (34) так:

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} tr \left[F_{1*} R F_1 S'_{\Psi_0 \Psi_0} + F_{2*} C F_2 S'_{\Psi_0 \Psi_0} + \theta S'_{\zeta \zeta} \Lambda + \Lambda S'_{\zeta \zeta} \theta_* \right] ds = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} tr; \\ \left\{ \left[\begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} F_{x*}^\Psi - \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} \right] R \left[F_x^\Psi(E_n, P) - (O_n, E_n) \right] S'_{\Psi_0 \Psi_0} + F_{u*}^\Psi C F_u^\Psi(E_n, P) S'_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} + F_x^\Psi P S'_{\zeta \zeta} \Lambda + \Lambda S'_{\zeta \zeta} P_* F_{x*}^\Psi \right\} ds = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} tr \left(\left[\begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} \left[\Phi_* B M_* P_*^{-1} + (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} \right] - \begin{pmatrix} O_n \\ E_n \end{pmatrix} \right] R \times \times \left\{ \left[P^{-1} M B_* \Phi + P^{-1} (M A + E_n) \right] (E_n, P) - (O_n, E_n) \right\} \times \times S'_{\Psi_0 \Psi_0} + (\Phi_* B + A_*) C (B_* \Phi + A) S'_{\zeta \zeta} + \left[P^{-1} M B_* \Phi + P^{-1} (M A + E_n) \right] P S'_{\zeta \zeta} \Lambda + \Lambda S'_{\zeta \zeta} P_* \left[\Phi_* B M_* P_*^{-1} + (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} \right] \right) ds.$$

Доцільні такі позначення:

$$(E_n, P) S'_{\Psi_0 \Psi_0} \begin{pmatrix} E_n \\ P_* \end{pmatrix} = D D_*; \quad (40)$$

$$B(M_* P_*^{-1} R P^{-1} M + C) B_* = \Gamma_* \Gamma; \quad (41)$$

$$T = T_0 + T_+ + T_- = \Gamma_*^{-1} B \times \times \left[M_* P_*^{-1} R P^{-1} (M A + E_n) D + C A D - - M_* P_*^{-1} R (S'_{\Psi_0 \Psi_0} + S'_{\Phi \Phi} P_*) D_*^{-1} + + M_* P_*^{-1} \Lambda S'_{\zeta \zeta} P_* D_*^{-1} \right]; \quad (42)$$

$$\Sigma = (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} R P^{-1} (M A + E_n) S'_{\zeta \zeta} + + A_* C A S'_{\zeta \zeta} - (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} R \times \times (S'_{\Psi_0 \Psi_0} + S'_{\Phi \Phi} P_*) - (S'_{\Psi_0 \Psi_0} + P S'_{\Phi \Phi}) R P^{-1} \times \times (M A + E_n) + P^{-1} (M A + E_n) P S'_{\zeta \zeta} \Lambda + + \Lambda S'_{\zeta \zeta} P_* (A_* M_* + E_n) P_*^{-1} + R S'_{\Phi \Phi}; \quad (43)$$

$$\Gamma \Phi D = \Phi_0, \quad (44)$$

де матриця D – результат вінерівської факторизації виразу (40);
 матриця Γ – результат факторизації виразу (41);
 матриці T_0 , T_+ , T_- – результати вінерівської сепарації виразу (43).

Причому T_0 – матриця, елементи якої тільки поліноми аргументу s , T_+ – матриця, усі елементи якої правильні дроби з полюсами тільки у лівій півплощині комплексної змінної, T_- – матриця, усі елементи якої правильні дроби з полюсами тільки в ППП.

З урахуванням виразів (40)–(44) функціонал системи, яка синтезується, можна переписати так:

$$e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} tr \left[\Phi_0^* \Phi_0 + \Phi_0^* (T_0 + T_+ + T_-) + + (T_0 + T_+ + T_-) \cdot \Phi_0 + \Sigma \right] ds. \quad (45)$$

Задачу синтезу, яка еквівалентна задачі мінімізації функціоналу (45) на класі нових варійованих функцій Φ_0 сформулюємо так. Необхідно вибрати структуру шуканого регулятора такою, щоб на клас лінійних дробово-раціональних функцій Φ_0 , аналітичних тільки в ППП сумісно з її першою варіацією $\delta\Phi_0$, яка при $s \rightarrow \infty$ має асимптоту $\frac{1}{s^\beta}$, $\beta \geq 1$, функціонал (45) досягав мінімуму.

Першу варіацію функціоналу (45) можна записати так:

$$\delta e = \frac{1}{j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \text{tr} \{ \delta \Phi_0 [\Phi_0 + (T_0 + T_+ + T_-)] + [\Phi_{0*} + (T_0 + T_+ + T_-)_*] \delta \Phi_0 \} ds. \quad (46)$$

Використовуючи процедуру метода Вінера-Колмогорова, можна визначити умову тотожної рівності нулю варіації (46) при одночасній фізичній реалізованості функції Φ_0 :

$$\Phi_0 = -(T_0 + T_+). \quad (47)$$

Підставивши вираз (44) в умову (47), визначимо оптимальну структуру безпосередньо шуканої варійованої функції Φ :

$$\Phi = -\Gamma^{-1}(T_0 + T_+)D^{-1}. \quad (48)$$

Матрицю (48) треба підставити у вирази (37) і (38), і як результат отримати оптимальні структури і параметри матриць передавальних функцій замкненої системи F_x^ψ і F_u^ψ , визначивши які за виразом

$$W = F_u^\psi (F_x^\psi)^{-1}, \quad (49)$$

неважко отримати шукані оптимальні структуру і параметри регулятора W , які у подальшому підлягають реалізації засобами сучасної обчислювальної техніки.

Таким чином, задача, яка поставлена у роботі, розв'язана, а вирази (47)–(49), а також (37), (39), (40)–(44) складають загальний алгоритм синтезу оптимальної робастної системи стохастичної стабілізації багатовимірного об'єкта з довільною динамікою.

Отриманий алгоритм синтезу має достатню прозорість і дозволяє безпосередньо складати різні його частинні модифікації, які мають зацікавити спеціалістів при розв'язанні конкретних практичних задач.

Висновки

Запропоновані процедури синтезу досить ефективні і зручні при практичному використанні та дозволяють гарантовано створювати високоточні конкурентоздатні системи стабілізації важливих об'єктів. Дані процедури особливо ефективні при синтезі систем стохастичної стабілізації об'єктів із довільною динамікою. Запропонований алгоритм синтезу особливо продуктивний в задачах синтезу систем стабілізації з великою мірою невизначеності у вхідній інформації.

Література

1. *Блохин Л.Н.* Оптимальные системы стабилизации / Л.Н. Блохин. – К.: Техніка, 1982. – 144 с.
2. *Блохин Л.Н.* Синтез оптимальных робастных систем в задачах эргономики и стохастической стабилизации / Л.Н. Блохин // Кибернетика и вычислительная техника. – 1999. – Вып.122. – С. 28–50.
3. *Блохин Л.М.* Новый метод структурной идентификации моделей динамики рухомих об'єктів в штатних режимах функціонування / Л.М. Блохин, І.Ю. Сафронова // Вісник Північного наукового центру ТАУ. – 2003. – Вип. 6. – С. 60–62.
4. *Блохин Л.М.* Алгоритм структурной идентификации об'єкта з частково контрольованим випадковим впливом / Л.М. Блохин, О.А. Суценко, Л.О. Кошева // Вісник Північного наукового центру ТАУ. – 2002. – Вип.5. – С. 55–56.
5. *Азарсков В.Н.* Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации / В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий. – К.: НАУ, 2007. – 437 с.
6. *Осадчий С.І.* Структурна ідентифікація багатовимірного автономного об'єкта за даними реалізації параметрів його руху у збуреному середовищі/ С.І. Осадчий, І.Ю. Прокоф'єва//VI МНТК «Гіротехнології, навігація, керування рухом та конструювання авіаційно-космічної техніки»: зб. доп., 4 П. – Л.: НТУУ «КПІ», 2007. – С. 84–91.
7. *Хьюбер Дж.П.* Робастность в статистике / Дж.П. Хьюбер / пер с англ. – М.: Мир, 1984. – 340 с.

Стаття надійшла до редакції 27.01.09.