УДК 629.782.001.5(045)

А.С. Климова, доц.

ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ В ЗАДАЧАХ ВЕКТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Розглянуто методику багатокритеріального параметричного синтезу складних технічних систем для забезпечення інженерних робіт, наукових і прикладних досліджень на етапі вибору оптимальних характеристик системи.

The article is considered a methodology to specify the main characteristics of compound technical system. The methodology is used on the initial stages of an aerospace system design.

Вступ

Сучасні складні технічни системи (СТС) – це багатоцільові комплекси, призначені для ефективного вирішення широкого спектру завдань. Вони характеризуються значною складністю і великою вартістю розробки. Тому синтез оптимальної СТС здійснюється шляхом оптимізації та вибору з урахування багатьох чинників (багатокритеріальної оптимізації).

Складність вирішення завдань багатокритеріальної оптимізації СТС обумовлена тим, що до теперішнього часу недостатньо розвинений алгоритмічний і програмно-математичний апарат багатокритеріального параметричного синтезу для реалізації проектів створення і застосування СТС.

Отже, найбільш важливими напрямами підвищення ефективності проведення наукових досліджень СТС є удосконалення існуючих і розроблення нових алгоритмів і програмних засобів забезпечення параметричного синтезу СТС на основі багатокритеріальної оптимізації і марематичного моделювання.

У цій роботі, на відміну від широко використовуваної в більшості методів синтезу СТС ідеї «скаляризації» векторного критерію [1], запропоновано методику багатокритеріального параметричного синтезу оптимальних за Парето варіантів побудови СТС, що задовольняють декілька критерії і вибір єдиного найкращого з погляду особи, яка приймає рішення, оптимального її варіанта.

Загальна постановка науково-технічної проблеми

Розглянемо задачу багатокритеріального параметричного синтезу СТС.

Нехай

$$y = \{y_j\}_{j=1}^{n},$$

де $y \in Y$ – вектор концептуальних параметрів системи СТС, які визначають концепцію її побудови.

Задані для кожного параметра обмеження утворюють допустимий простір параметрів Y.

Обмеження на параметри виявляються на підставі аналізу прогнозованих умов створення і застосування СТС і мають вигляд

$$\alpha_{jH} \le y_j \le \alpha_{jB},\ \ j = \overline{1,q}\,, \qquad (1)$$

де α_{jH}, α_{jB} – відповідно допустимі нижня і верхня межі зміни числового значення j-го параметра.

Якість рішення (варіанта побудови СТС) оцінюється за сукупністю суперечливих приватних критеріїв, що є функціями від заданих параметрів y. Сукупність функцій $f_k(y)$, $k = 1, m$ утворює вектор цільової функції

$$f = f(y) = \{f_k(y)\}_{k=1}^{m}, \qquad (2)$$

який має бути в області допустимих значень F.

Передбачається, що зовнішні умови, які впливають на функціонування системи, відомі і фіксовані. Тоді векторний критерій функціонування системи є функцією тільки концептуальних параметрів $y \in Y$.

Потрібно визначити оптимальний набір (вектор) концептуальних параметрів системи $y' \in Y$, який оптимізує (у певному змісті) вектор критеріїв (2) за відомих обмежень (1).

Розв'язання задачі припускає виділення області ефективних варіантів системи (множини Парето) і вибір з цієї множини єдиного компромісного варіанта. Цей вибір здійснюється на основі додаткової суб'єктивної інформації (про відносну важливість приватних критеріїв в заданій ситуації) від особи, яка приймає рішення. На основі цієї інформації формулюється схема компромісів $F_{\text{узаг}}[f(y)]$ – узагальнена функція скалярної згортки приватних критеріїв.

Відповідна модель векторного параметричного синтезу СТС за умови мінімізації функції $F_{\text{узаг}}[f(y)]$ полягає у визначенні вектора параметрів системи y', який задовольняє векторний критерій $f(y)$ і мінімізує функцію узагальненого критерію

$$y' = \arg\min_{y \in Y} F_{\text{узаг}}[f(y)].$$

При цьому потрібно переконатися, що мінімізація функції $F_{узаг}[f(y)]$ призводить до оптимального за Парето рішення.

Аналіз публікацій і загальні зв'язки з науковими і практичними завданнями

Науковим і технічним питанням синтезу (структурного і параметричного) присвячено велику кількість робіт вітчизняних і зарубіжних вчених, серед яких роботи М.Є. Салуквадзе, А.М. Вороніна, І.А. Попова, А.К. Міцитіса, С.К. Баранова, В.В. Подіновського, В.Д. Ногіна, Ю.К. Зіатдінова, О.І. Козлова та ін. У цих роботах розглянуто переважно теоретичні і практичні підходи до дослідження СТС. У роботі [2] виділено основні проблемні питання векторної оптимізації: нормалізація (приведення до єдиної міри) приватних критеріїв; виділення множини компромісів (ефективних за Парето рішень); вибір схеми компромісів і єдиного рішення та ін.

На основі аналізу робіт [1; 2; 3] можна зробити висновок, що нормалізація виконується із застосуванням вектора обмежень

$$f^0 = f^0(y) = \left\{\frac{f_k(y)}{A_k}\right\}_{k=1}^{m} = \left\{f_k^0(y)\right\}_{k=1}^{m},$$

де A_k – k-та компонента нормуючого вектора обмежень. Відповідно до відомої теореми [4], ця операція є монотонною і рішення, отримане в нормалізованому просторі критеріїв, не змінюється у разі переходу до початкового (натурального) простору приватних критеріїв.

Згідно з робою [2], множина Парето може бути виділена з нормалізованого простору критеріїв у результаті розв'язання задачі параметричного програмування

$$y' = \bigcup_{c \in X_c} \operatorname*{argmin}_{y \in Y} \sum_{k=1}^{m} c_k f_k^0(y), \tag{3}$$

де $f_k^0(y)$ – нормалізоване значення k-го приватного критерію;

$c = \{c_k\}_{k=1}^{m}$ – формальний векторний параметр, визначений на множині

$$X_c = \left\{c \mid \sum_{k=1}^{m} c_k = 1, c_k \geq 0\right\}.$$

Аналіз робіт [2; 5; 6] показує, що для побудови функції узагальненого критерію найчастіше застосовується лінійна згортка приватних критеріїв: перевага – простота; недолік – схема застосовна лише навколо точки, яка відповідає фіксованій ситуації.

Скалярна функція векторного критерію $F_{узаг}[f(y)]$ в різних ситуаціях виражає різні принципи оптимальності, яка повинна задовольняти такі вимоги:

– бути гладкою і монотонною;
– у напружених ситуаціях виражати принцип мінімакса;
– у спокійних умовах виражати принцип інтегральної оптимальності;
– у проміжних випадках призводити до оптимальних за Парето рішень.

Найпростішою функцією і такою, що задовольняє викладені вимоги, є така [1]:

$$Y(\alpha, f) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k [1 - f_{0k}(y)]^{-1};\ \alpha_k \geq 0,\ \sum_{k=1}^{m} \alpha_k = 1, \tag{4}$$

де α_k = const — коефіцієнти регресії, що відображають переваги від імені особи, яка приймає рішення за окремими критеріями.

Функція $Y(\alpha, f)$ – узагальнений критерій ($F_{узаг}[f(y)]$), що має сенс скалярної згортки вектора приватних критеріїв за нелінійною схемою компромісів.

На практиці у більшості випадків для векторної оптимізації використовують лише обмежене коло методів та інструментів аналізу, тому що:

– немає відповідного інструментарію для виконання процедур та аналізу;
– неможна застосувати будь-який метод аналізу до тих початкових даних, якими оперує аналітик;
– висока вартість програмних продуктів (може досягати декількох тисяч доларів), які реалізують велику кількість найновіших пошукових методів та аналіз даних та ін.

Тому ще однією проблемою під час вирішення векторних оптимізаційних задач є вибір інструментальних та методичних засобів для проведення наукових і прикладних досліджень, інженерних робіт. Нині існує велика кількість методів і програмних продуктів (наприклад, SPSS, ПС ПРИАМ, STATISTICA, ProSto, TURBO-OPTIM та ін.), які надають широкі можливості для вирішення задачі векторної оптимізації і проведення різних видів аналізу даних.

Як відзначено у роботі [7], найбільш прийнятним та ефективним для вирішення зазначеної задачі є використання на основі інтегрованого пакета Microsoft Office великої кількості існуючих і новостворених макросів (модулів), які можуть виконуватися програмними модулями пакета. Крім того, є можливість підтримки інтегрованого середовища Visual Basic for Applications (VBA), яке є найбільш «підведеним» під стандарти Microsoft Windows.

Сучасний пакет Microsoft Office поповнився новими інструкціями, об’єктами, властивостями і методами, а також розширеною моделлю подій. Крім того, спростилася технологія створення так званих програм-надбудов Add-Ins і об’єктних надбудов Com-Add-Ins.

Використовуючи можливості сучасних програмних засобів і результати аналізу існуючих підходів до вирішення задачі векторної оптимізації, можна зробити такий висновок. Для підвищення ефективності проведення наукових досліджень під час реалізації заданих цільових програм на етапі синтезу нових перспективних варіантів авіаційно-космічної техніки можуть застосовуватися сучасні (досконаліші) способи, засоби і технології на основі методів багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання.

Мета роботи

У роботі розглянуто питання вдосконалення алгоритмів у вигляді обчислювальної методики багатокритеріального параметричного синтезу, призначеної для виконання конкретних прикладних завдань під час проведення військово-технічних досліджень на початкових етапах розробки і створення складних авіаційно-космічних комплексів.

Постановка завдання багатокритеріального синтезу авіаційно-космічної системи

Розглянемо постановку завдання, на яке орієнтована обчислювальна методика параметричного синтезу, на прикладі авіаційно-космічного комплексу. У роботі [2] обґрунтовано вибір вектора з п’яти основних характеристик для реалізації цільової програми, які визначають концепцію побудови комплексу:

y_1 – маса корисного навантаження;
y_2 – маса одноразових елементів;
y_3 – маса палива, що заправляється;
y_4 – темп витрачання льотного ресурсу системи;
y_5 – кут нахилу траєкторії у момент розділення.

Задані для кожного параметра обмеження у вигляді $\alpha_{jH} \le y_j \le \alpha_{jB}$, $j = \overline{1,5}$, утворюють n-вимірний паралелепіпед і є простором параметрів Y.

Оптимальний варіант побудови комплексу оцінюється за такими критеріями: $f_1(y)$ – витрати на розробку номінального комплексу; $f_2(y)$ – витрати на рішення цільової програми. Критерії є функціями від заданих параметрів. Функції $f_1(y)$ і $f_2(y)$ утворюють вектор цільової функції $f(y) = \{f_k(y)\}_{k=1}^{2}$, який належить допустимій області значень.

Критерії $f_1(y)$ і $f_2(y)$ є рівноцінними, мають бути позитивними і потребують мінімізації.

Постановка завдання полягає в тому, щоб знайти оптимальні параметрі комплексу, що мінімізує узагальнений критерій (згортку приватних критеріїв за нелінійною схемою компромісів) за заданих обмежень.

У випадках, коли аналітичні залежності критеріїв від параметрів невідомі для вирішення задачі потрібно побудувати регресійні моделі приватних критеріїв від параметрів $y = \{y_j\}_{j=1}^{5}$ через проведення експериментальних процедур [7].

Алгоритм програмного модуля для побудови регресійних моделей реалізований на VBA і використовується у вигляді надбудови Microsoft Excel 95/97/2000/2003. У випадках, коли аналітичні залежності відомі, етап проведення експериментальних процедур пропускають.

Для вирішення векторної оптимізаційної задачі з двома критеріями спочатку зі всієї множини (варіантів побудови комплексу) виділяють ефективні (оптимальні за Парето точки) варіанти, а потім, використовуючи нелінійну згортку приватних критеріїв, вибирають єдиний компромісно-оптимальний варіант її побудови.

В основу алгоритму формування множини ефективних точок покладено числове дослідження (зондування) простору параметрів проектованої системи, яке проводиться у декілька етапів.

На першому етапі зондують простір параметрів за допомогою послідовності рівномірно розподілених псевдовипадкових ЛП$_\tau$ точок.

У роботі [3] подано обґрунтування ефективності використання ЛП$_\tau$ точок для вирішення оптимізаційних задач, а саме послідовності ЛП$_\tau$ точок є найбільш рівномірно розподіленими серед відомих послідовностей.

Отримувані вихідні значення ЛП$_\tau$ точок – це лише спосіб отримання потрібних точок (варіантів побудови системи) в обмеженій області параметрів – області експерименту, яку задають у технічному завданні на проектування комплексу.

Для генерації псевдовипадкових ЛП$_\tau$ точок використовують налагоджені генератори пробних точок [3]. У цій методиці модуль генерації ЛП$_\tau$ чисел інтегрований як VBA у Microsoft Excel. Отримана сукупність ЛП$_\tau$ точок в натуральних значеннях являє собою матрицю початкових значень незалежних змінних.

Межі зміни кожного з параметрів (параметричні обмеження) виділяють у просторі параметрів гіперпаралелепіпеда.

Виділення ефективних точок грунтується на вирішенні задачі параметричного програмування і формуванні множини ефективних рішень в нормалізованому просторі критеріїв. Визначають точки за формулою (3). Згідно з роботою [3], ламана, що сполучає (у послідовності) всі ефективні точки, завжди безперервна, і з'єднавши їх, можна отримати наближену компромісну криву. Коли кількість вихідних $ЛП_\tau$ точок зростає, наближена компромісна крива в деякому розумінні наближається до точної компромісної кривої.

На практиці використовують зазвичай не ділянки наближеної компромісної кривої, а оптимальні за Парето точки, яким завжди відповідають реальні ефективні варіанти побудови системи [2].

Остаточний вибір оптимального варіанта покладається на суб'єкт досліджень і значною мірою залежить від вдалого вибору схеми компромісів і коефіцієнтів важливості (ваги) приватних критеріїв. У результаті оцінювання альтернативних варіантів комплексу множина ефективних рішень звужується і закінчується вибором єдиного оптимально-компромісного варіанта. Для отримання єдиного рішення на першому етапі необхідно, підставляючи аналітичні залежності приватних критеріїв від параметрів (регресійні моделі) у виразі (4), отримати функцію узагальненого критерію у вигляді нелінійної згортки компромісів. Для задачі з двома критеріями маємо

$$F_{узаг}[f(y)] = \alpha_1 \times (1 - f_1(y))^{-1} + $$
$$+ (1 - \alpha_1)(1 - f_2(y))^{-1}, \ \alpha_1 = 0, \ldots, 1.$$

На другому етапі обчислюються значення функції $F_{узаг}[f(y)]$ у всіх точках нормалізованого простору критеріїв за заданих значень коефіцієнтів важливості критеріїв $\alpha_k \geq 0, \ \sum_{k=1}^{m} \alpha_k = 1$. Оскільки в нашій постановці задачі критерії рівноцінні, то значення коефіцієнтів становлять 0,5. Крім того, якщо $f_{i1}^0(y)$ і $f_{i2}^0(y)$ – нормалізовані значення приватних критеріїв в i-й точці, то значення функції узагальненого критерію в цій точці обчислюють за формулою

$$F_{i\,узаг}[f(y)] = 0{,}5 \times (1 - f_{i1}^0(y))^{-1} +$$
$$+ (1 - 0{,}5) \times (1 - f_{i2}^0(y))^{-1}. \qquad (5)$$

На третьому етапі вирішується задача пошуку точки A', для якої

$$F_{узаг}(A') = \min_{A \in Y} F_{узаг}(A).$$

У роботі [3] доведено, що координати точок A є ділянкою послідовності, рівномірно розподіленої у просторі параметрів. Це забезпечує хорошу швидкість збіжності під час чисельного рішення задачі пошуку мінімуму $F_{узаг}(A)$. Можна скористатися будь-яким методом локального пошуку екстремумів, вибираючи як початкові всі точки A_i, що належать допустимій області.

Для пошуку $\min_{A \in Y} F_{узаг}(A)$ використовують значення, отримані в результаті обчислення за формулою (5).

Знайшовши точку мінімуму в нормалізованому просторі критеріїв, можна визначити відповідну їй точку в натуральному просторі критеріїв.

Цій точці відповідає точка в просторі параметрів, координатами якої є шукані параметри (вектор характеристик) значень, що задовольняють векторний критерій $f(y)$.

Висновки

Розглянута у роботі методика основана на методах і алгоритмах багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання. Вона забезпечує вирішення широкого спектру завдань, починаючи з проведення процедури побудови регресійних моделей критеріальних функцій на основі даних експерименту, обчислень за моделями допустимих варіантів системи і закінчуючи вибором остаточного компромісно-оптимального рішення. Розроблені програмні засоби можуть бути застосовані під час досліджень на початкових етапах розробки і проектування складних авіаційно-космічних комплексів.

Література

1. *Воронин А. Н.* Многокритериальный синтез динамических систем. – К: Наук. думка, 1992. – 160 с.

2. *Воронин А.Н., Зиатдинов Ю.К., Марченко А.В., Осташевский В.В.* Сложные технические и эргатические системы: методы исследования /монография. – Х.: Факт, 1997. – 240 с.

3. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 110 с.

4. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций. – М.: Наука, 1971. – 383 с.

5. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

6. *Карлин С.* Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М.: Мир, 1964. – 838 с.

7. *Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н.* Статистика в науке и бизнесе. – К: ООО «МОРИОН», 2002. – 640 с.

Стаття надійшла до редакції 08.12.08.