УДК 629.3.025.2(045)

О.А. Сущенко, к. т. н., доц.

РОБАСТНА СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ НАЗЕМНИХ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Проаналізовано особливості структурно-параметричного синтезу робастних систем стабілізації наземних рухомих об'єктів. Запропоновано підходи до розв'язання цієї проблеми. Подано результати моделювання.

Features of the ground vehicle robust stabilizing system structure-parametric synthesis are analysed. Approaches to this problem solution are suggested. The simulation results are represented.

Постановка проблеми

Створення високоточних систем за наявності параметричних та зовнішніх збурень являє важливу проблему проектування сучасних систем керування. Маючи багато класичних підходів до синтезу систем керування взагалі та систем стабілізації, зокрема, виходять із того, що значення параметрів відомі. Але бажано виконувати синтез системи виходячи з можливості змінювання її параметрів у деякому діапазоні.

Система вважається робастною, якщо вона характеризується достатнім рівнем стійкості та характеристик для деякого діапазону змінюваних параметрів та зовнішніх збурень.

Одним із найпоширеніших напрямів створення сучасних систем керування є структурно-параметричний синтез робастних систем, малочутливих як до варіацій параметрів реальної системи, так і до можливих відхилень параметрів моделі системи від її реальних значень. Синтез таких систем ґрунтується на мінімізації H_∞-норми матричної передавальної функції замкненої системи. Відомий також підхід до синтезу сучасних систем, який ґрунтується на мінімізації H_2-норми матричної передавальної функції замкненої системи, яка характеризує точність системи. З точки зору організації обчислювальних алгоритмів H_∞-оптимізація значно складніша від H_2-оптимізації. Методи синтезу на підставі мінімізації H_2-норми забезпечують високу точність синтезованої системи, але при цьому вона залишається чутливою як до зовнішніх збурень, так і до параметричних збурень об'єкта керування. Застосування H_∞-норми дає змогу забезпечити стійкість системи до зовнішніх збурень за умови її параметричної невизначеності. Оптимізація за змішаним критерієм дає можливість поєднувати ці переваги. Тоді синтезована система може характеризуватись оптимальною якістю за умови можливості її функціонування за наявності збурень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У наш час створенню робастних систем присвячено велику кількість наукових робіт. Основним ствердженням, яке визначило виникнення теорії робастності, є теорема Харитонова, яка вперше була сформульована в роботі [1].

Існує три основних напрями розвитку теорії робастності [2].

Перший підхід ґрунтується на роботі [3], в якій вводиться поняття багатовимірної межі стійкості.

Другий підхід викладено у роботі [4], де вводиться поняття структурованого сингулярного числа.

Третій підхід детально розглянутий у роботі [5] і пов'язаний із застосуванням лінійних матричних нерівностей.

В основу третього підходу покладено основні положення теорії стійкості А.М. Ляпунова. Суть цього методу полягає в аналітичному пошуку лінійних регуляторів, які забезпечують екстремум деякого заданого функціонала системи. При цьому оптимізація здійснюється для допустимих множин лінійних регуляторів із фіксованою або довільною структурою.

Одна із центральних ідей, на яких основані методи аналізу робастної стійкості, виходить з поняття критерію стійкості Найквіста, на якому ґрунтується теорема про малий коефіцієнт підсилення [6].

Створення методів синтезу стохастичної системи потребує урахування специфічних зовнішніх збурень, що діють на систему досліджуваного типу.

Для систем наземного призначення зовнішні збурення зумовлюються нерівностями доріг.

Дотепер відомі детермінований та статистичний підходи до урахування збурень, що діють на наземний об'єкт, на якому встановлюється система досліджуваного класу [7].

У детермінованому підході профіль нерівностей доріг описується наперед заданою, найчастіше гармонічною функцією.

У статистичному підході збурення, зумовлені нерівностями доріг, вважаються випадковими величинами.

Урахування випадкових збурень дає змогу створити процедури синтезу стохастичної системи досліджуваного класу.

Детальне дослідження особливостей збуреного руху автотранспортних засобів наведено у роботі [8], при цьому потрібно визначити характеристики збурень, типових для руху об'єктів, на яких встановлюються системи досліджуваного класу.

Процедури параметричного та структурно-параметричного оптимального синтезу робастних систем керування літальних апаратів широкого класу на підставі змішаного H_2 / H_∞-підходу подані в роботах [9; 10].

Розроблення відповідних процедур для систем стабілізації наземного призначення залишається актуальною проблемою.

Мета роботи – дослідити особливості створення процедури робастного структурно-параметричного синтезу систем стабілізації наземних рухомих об'єктів.

Структурно-параметричний синтез робастної системи стабілізації наземних рухомих об'єктів

Для системи досліджуваного класу проблему структурно-параметричного синтезу доцільно розглядати як побудову та вибір оптимального регулятора, тобто коефіцієнтів зворотних зв'язків контурів керування на додаток до ланок блоку керування, обраних на підставі відомих підходів до створення систем аналогічного класу.

Отже, поставлене завдання зводиться до визначення лінійних оптимальних законів керування синтезованої системи.

Найбільш поширеним підходом до створення таких законів є використання квадратичного критерію якості з урахуванням гаусових керуючих та збурюючих впливів. При цьому вважається, що на вхід об'єкта керування діють випадкове збурення $\mathbf{w}$ та керування $\mathbf{u}$, а регулятор формує керування на підставі вимірювань, збурених випадковими перешкодами $\mathbf{v}$.

Відповідно об'єкт керування та вимірювальна система описуються рівняннями [11]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Gw};$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} + \mathbf{Hw} + \mathbf{v},$$

де $\mathbf{x}$ – вектор стану;

$\mathbf{y}$ – вектор спостережень;

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{G}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{H}$ – матриці системи та вхідних впливів;

$\mathbf{u}$ – відомі вхідні впливи;

$\mathbf{w}$ – збурення за входом;

$\mathbf{v}$ – похибки вимірювань.

При цьому збурення та похибки вимірювань є випадкові процеси, які являють собою "білі" шуми.

Стан системи досліджуваного класу збурюється нерівностями доріг, отже, для приведення задачі до стандартного вигляду потрібно включити до складу системи формувальний фільтр, на вхід якого надходить білий шум, а на виході формується кольоровий шум із спектральною щільністю, яка описує збурення, зумовлені нерівностями доріг. Тому для синтезу досліджуваної системи необхідно використовувати розширену модель у просторі станів, яка містить у своєму складі формуючий фільтр та характеризується матрицями $\mathbf{A}_p, \mathbf{B}_p, \mathbf{C}_p, \mathbf{D}_p$.

Лінійний квадратичний гаусів регулятор включає пристрій формування оптимальних законів керування на підставі визначення коефіцієнтів оптимальних зворотних зв'язків за змінними стану та фільтр Калмана для побудови цих оцінок.

Реалізація зворотних зв'язків за змінними стану можлива, якщо всі змінні стану є вимірюваними.

Зазвичай на практиці таких випадків немає. Але можна побудувати спеціалізований обчислювальний пристрій, який формує оцінки змінних стану на підставі відомих векторів вхідних впливів.

Відповідно до теореми розділення [12] ці два компоненти можна визначати окремо. У цьому випадку синтез оптимального регулятора розділяється на синтез оптимального стохастичного спостерігача та синтез оптимального детермінованого регулятора.

Остаточно розв'язання задачі полягає у послідовному об'єднанні синтезованих спостерігача та детермінованого регулятора.

Синтезований спостерігач забезпечує отримання оцінок вектора стану із мінімальною усталеною похибкою:

$$\varepsilon = \lim_{t \to \infty} \mathrm{M}[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^{\mathrm{T}}].$$

Фільтр Калмана описується рівняннями [11]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_p \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_p \mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}_p \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{D}_p \mathbf{u});$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_v \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{Hw} + \mathbf{v}.$$

Матриця коефіцієнтів зворотних зв’язків фільтра Калмана $\mathbf{L}$ є рішенням матричного алгебричного рівняння Ріккаті для спостерігача

$$\mathbf{0} = \mathbf{w} - \mathbf{QC}_p^{\mathrm{T}}\mathbf{vC}_p\mathbf{Q} + \mathbf{A}_p\mathbf{Q} + \mathbf{QA}_p^{\mathbf{T}},$$

де $\mathbf{Q}$ – рішення рівняння Ріккаті.

При цьому

$$\mathbf{L} = \mathbf{QC}_p^{\mathrm{T}}\mathbf{v}.$$

Вихідними даними для процедури визначення фільтра Калмана є розширена об’єднана модель об’єкта керування, виконавчого механізму, а також коваріаційні матриці випадкових зовнішніх збурень та похибок вимірювань.

Модель має бути подана у просторі станів та описана матрицями $\mathbf{A}, [\mathbf{B}, \mathbf{G}], \mathbf{C}, [\mathbf{D}, \mathbf{H}]$.

Стан збуреної системи можна відновити за допомогою оптимального стохастичного спостерігача.

Після відновлення стану системи можна виконувати синтез оптимального детермінованого регулятора.

Під час синтезу оптимального регулятора для неперервної системи визначається закон керування

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}},$$

який мінімізує квадратичний критерій якості [11]:

$$J(u) = \int_0^\infty (\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{Qx} + \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{Ru} + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{Nu})dt,$$

де

$\mathbf{Q}, \mathbf{N}, \mathbf{R}$ – матриці вагових коефіцієнтів.

Матрицю коефіцієнтів зворотного зв’язку визначають виразом

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}_{\mathrm{p}}{}^{\mathrm{T}}\mathbf{S} + \mathbf{N}^{\mathrm{T}}),$$

де

$\mathbf{S}$ – рішення рівняння Ріккаті,

$$\mathbf{A}_{\mathrm{p}}{}^{\mathrm{T}}\mathbf{S} + \mathbf{SA} - (\mathbf{SB}_{\mathrm{p}} + \mathbf{N})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}_{\mathrm{p}}{}^{\mathrm{T}}\mathbf{S} + \mathbf{N}^{\mathrm{T}})\mathbf{Q} = \mathbf{0}.$$

Можливість застосування такого підходу для синтезу оптимального регулятора вимагає, щоб вихідна модель задовольняла такі умови:

1) пара матриць $\mathbf{A}_{\mathrm{p}}, \mathbf{B}_{\mathrm{p}}$ має бути стабілізованою;

2) мають справджуватись рівняння $\mathbf{R} > \mathbf{0}$ та $\mathbf{Q} - \mathbf{NR}^{-1}\mathbf{N}^{\mathbf{T}} \geq \mathbf{0}$;

3) пара матриць $\mathbf{Q} - \mathbf{NR}^{-1}\mathbf{N}^{\mathbf{T}}, \mathbf{A}_{\mathrm{p}} - \mathbf{B}_{\mathrm{p}}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_{\mathrm{p}}{}^{\mathbf{T}}$ не повинна мати неспостережувані моди із власними значеннями на уявній осі.

Для остаточного синтезу регулятора слід об’єднати фільтр Калмана та оптимальний детермінований регулятор, як це показано на рис. 1.

Рівняння об’єднаного регулятора у просторі станів для неперервних систем є такими [11]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = [\mathbf{A} - \mathbf{LC} - (\mathbf{B} - \mathbf{LD})\mathbf{K}]\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{Ly};$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}.$$

Структурно-параметричний H_2 / H_∞ синтез системи досліджуваного типу складається з декількох етапів.

На першому етапі здійснюється робастна параметрична оптимізація системи із синтезованим регулятором на підставі комплексного показника якості, який враховує якість та робастність системи з метою забезпечення компромісу між якістю та робастністю керування.

На другому етапі здійснюється аналіз синтезованої системи, зокрема, детермінованої та стохастичної H_2-норм, робастної H_∞-норми, запасів стійкості та перевірка кутової жорсткості системи за моментом.

На підставі отриманих результатів виноситься висновок про прийнятність отриманих результатів або прийняття рішення про поновлення процедури оптимізації після заміни початкових умов або вагових коефіцієнтів цільової функції.

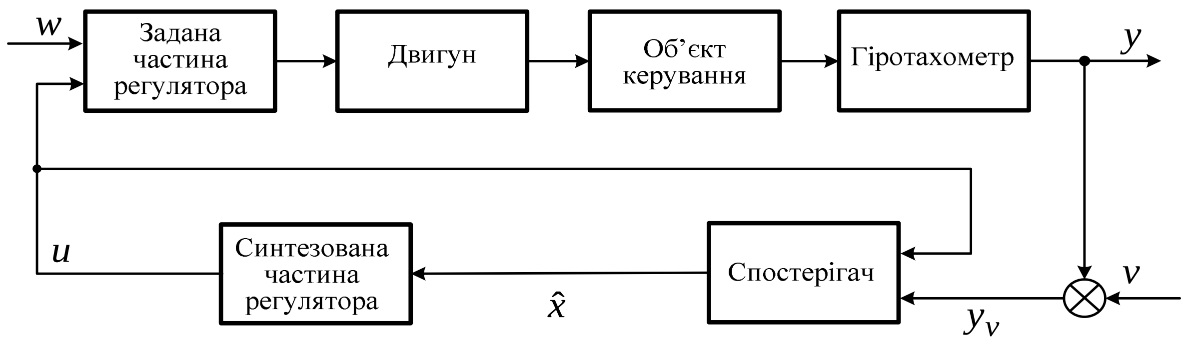


Рис. 1. Структурна схема поєднання спостерігача з регулятором

На третьому етапі на підставі теореми розділення здійснюється синтез оптимальної структури регулятора системи, який складається з оптимального детермінованого регулятора та спостерігача стану системи (фільтра Калмана). Показником якості цього етапу є H_2-норма системи за випадкових зовнішніх збурень.

Синтез спостерігача та регулятора відбувається за допомогою розв'язання класичних рівнянь Ріккаті у стандартній лінійно-квадратично-гаусовій постановці.

На четвертому етапі здійснюється аналіз синтезованої системи, зокрема H_2-норм та H_∞-норми, запасів стійкості та перевірка жорсткості системи за моментом.

На підставі отриманих результатів робиться висновок про прийнятність отриманих результатів або приймається рішення про поновлення процедури оптимізації після заміни початкових умов або вагових коефіцієнтів цільової функції.

На п'ятому етапі здійснюється параметрична робастна оптимізація основних параметрів синтезованого регулятора, включаючи стохастичний спостерігач та відповідні зворотні зв'язки.

У свою чергу третій етап складається з кількох кроків.

На першому кроці виконується синтез стохастичного спостерігача, тобто фільтра Калмана, за допомогою якого можна визначити оцінки змінних стану системи.

На другому кроці виконується розрахунок коефіцієнтів зворотних зв'язків за спостережуваними змінними стану з метою мінімізації критерію якості, тобто формування оптимального детермінованого регулятора.

На третьому кроці здійснюється об'єднання фільтра Калмана та оптимального детермінованого регулятора в єдиний регулятор.

Структурний синтез системи досліджуваного типу має деякі особливості, зумовлені її астатизмом. У літературі [11] розглянуто деякі підходи до розв'язання таких проблем.

Перший підхід пов'язаний з уведенням малої сталої до інтегруючої ланки, тобто до перетворення її в аперіодичну ланку.

Другий підхід полягає у штучному зсуві моделі об'єкта вліво на площині комплексної змінної з наступним зсувом отриманого регулятора вліво на таку саму величину. Перший метод спотворює структуру регулятора, а другий виявляється неефективним для досить складних моделей об'єкта керування.

Для досліджуваної системи використання цього підходу ускладнюється тим, що об'єкт керування та виконавчий механізм (двигун) пов'язані пружним зв'язком. Тому під час структурно-параметричного синтезу системи досліджуваного типу потрібні деякі додаткові операції.

Перш за все необхідно отримати мінімальну та збалансовану реалізації для моделей, які використовуються під час синтезу.

Після побудування збалансованої реалізації діагональ результуючого граміана може бути використана для зниження порядку моделі. Якщо знехтувати модами, яким відповідають малі значення діагональних елементів результуючого граміана, то динамічні властивості вихідної моделі можуть бути збережені значною мірою.

Зниження порядку моделі можливе за умови збереження коефіцієнта передачі або за умови прийнятно точної апроксимації перехідних процесів [13].

Перехідні процеси вихідної моделі та моделей зі зниженим порядком за умови збереження коефіцієнта передачі (параметр функції 'mdc') та за умови більш точної апроксимації перехідних процесів (параметр 'del') зображено на рис. 2.

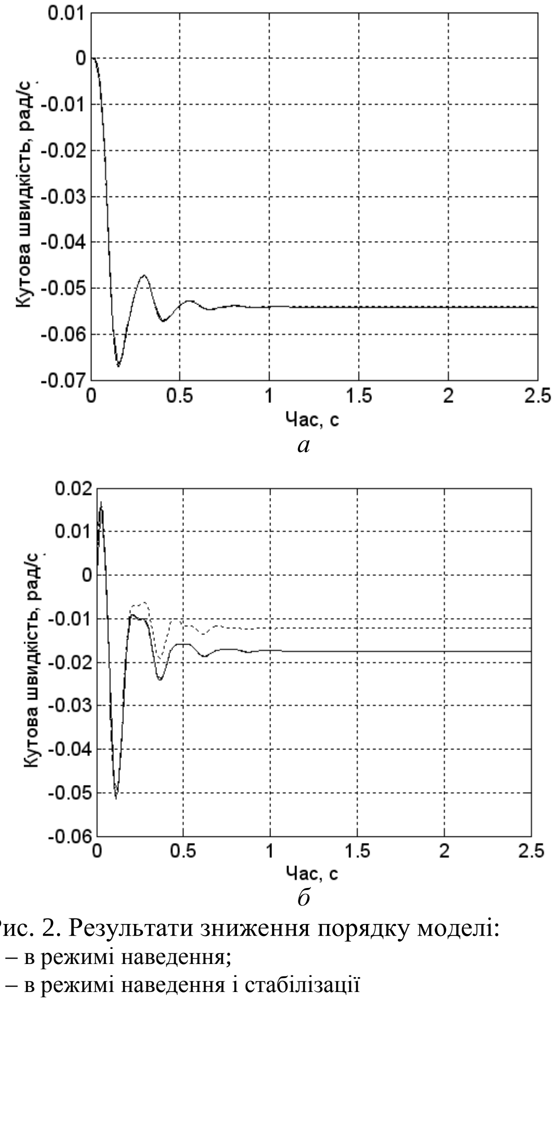


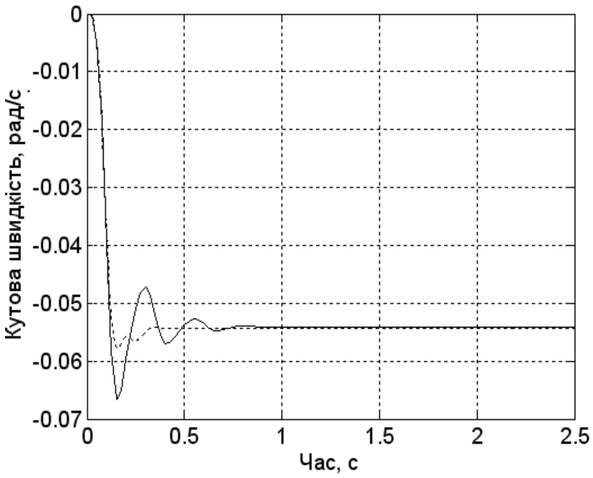
Рис. 2. Результати зниження порядку моделі:
а – в режимі наведення;
б – в режимі наведення і стабілізації

Отже, обидва підходи до зниження порядку моделі не призводять до спотворення результатів у режимі наведення, але мають відмінності для режиму наведення і стабілізації.

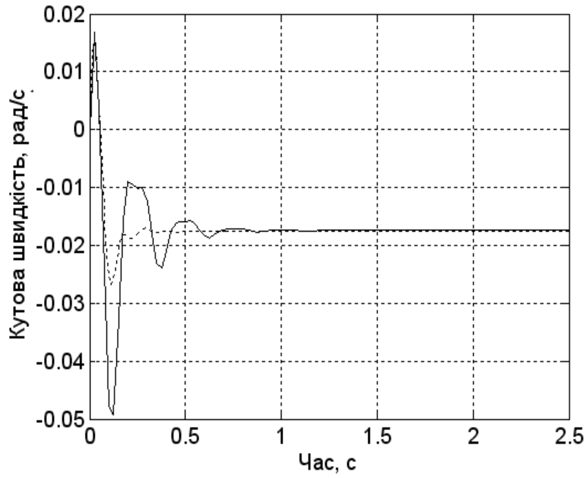
Результати структурно-параметричного синтезу неперервної системи досліджуваного типу у вищезгаданих режимах подано на рис. 3.

Реакцію системи на випадкові збурення для системи, синтезованої у процесі структурно-параметричної оптимізації, подано на рис. 4.

Блок-схему обчислювальної процедури структурно-параметричного синтезу показано на рис. 5.

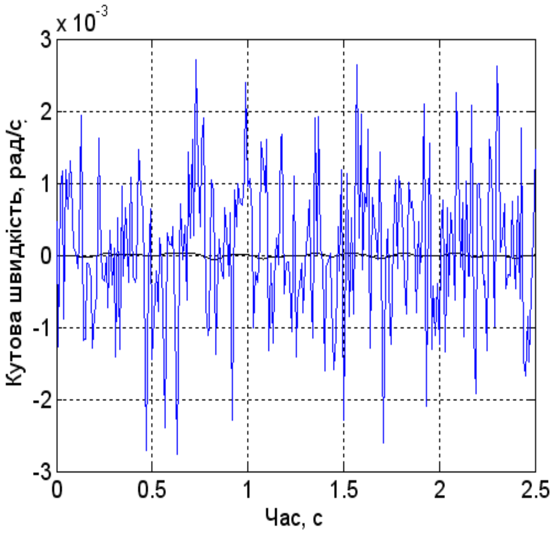


а

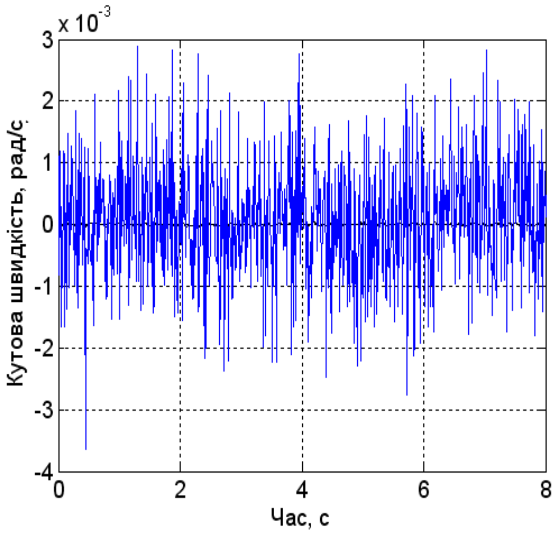


б

Рис. 3. Результати структурно-параметричного синтезу системи:
а − режим наведення;
б − режим наведення і стабілізації;
суцільна лінія − вихідна система;
переривчаста лінія − синтезована система



а



б

Рис. 4. Вплив збурення на систему:
а − режим наведення;
б − режим наведення і стабілізації

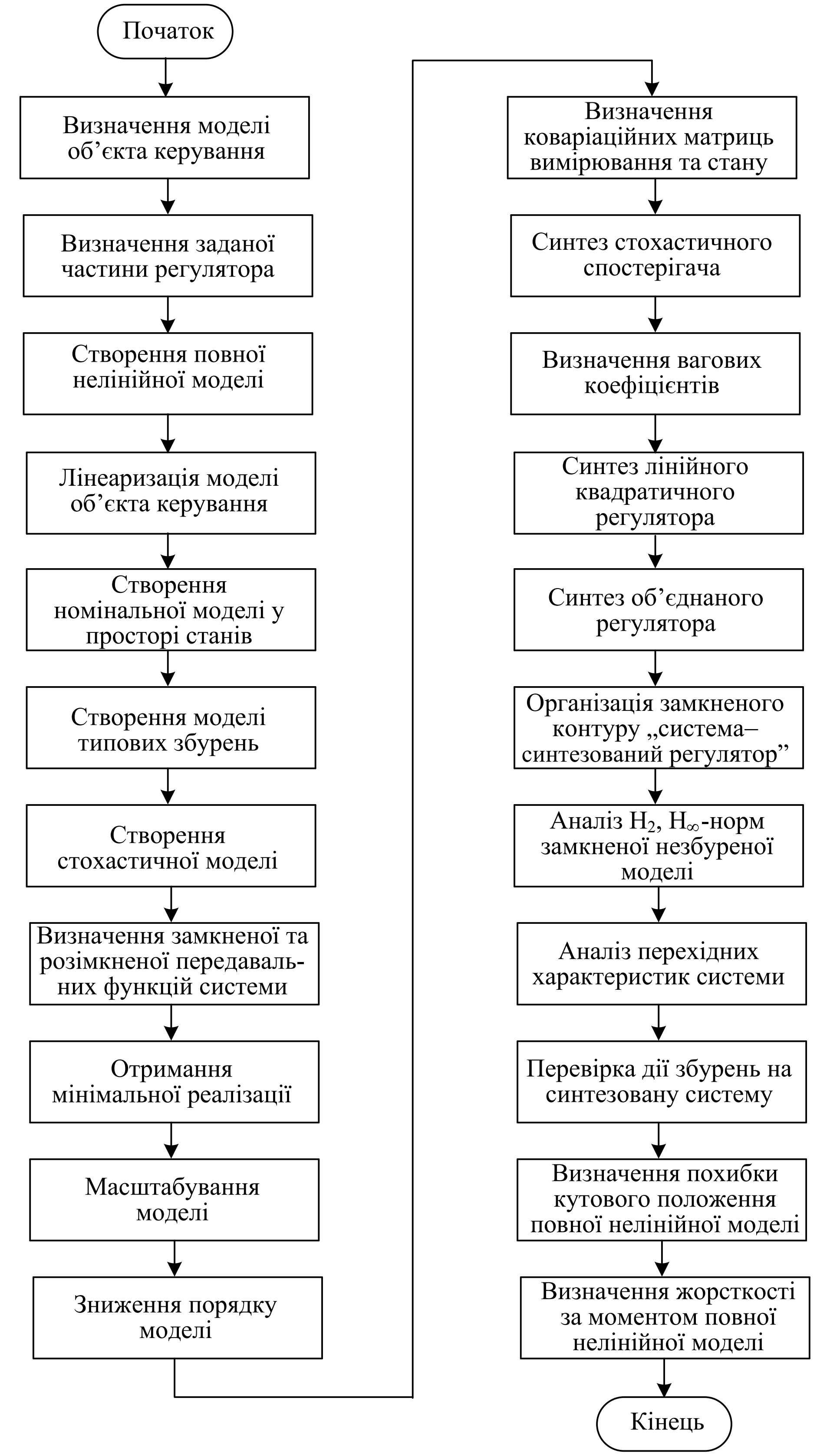


Рис. 5. Блок-схема алгоритму обчислювальної процедури структурно-параметричного синтезу робастної системи стабілізації наземного рухомого об’єкта

Висновки

Проведені дослідження дають змогу визначити принципи оптимального структурно-параметричного синтезу робастної системи наземного рухомого об'єкта з урахуванням дії збурень та особливостей системи досліджуваного типу, перш за все астатизму і неповної керованості та спостережуваності. Запропонована процедура структурно-параметричного синтезу дає можливість задовольнити комплексні вимоги "робастність–якість".

Література

1. *Харитонов В.Л.* Асимптотическая устойчивость положения равновесия систем дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 1978. – № 11. – С. 2086–2088.
2. *Веремей В.И.* Введение в анализ и синтез робастных систем управления // matlab.exponenta.ru/optimrobust/ book2/index.php.
3. *Safonov M.G., Athans M.* A multiloop generalization of the circle criterion for stability margin analysis //IEEE Trans. On Automatic Control. – 1981. – Vol. 26, No 2. – P. 415–422.
4. *Doyle J.C.* Analysis of feedback systems with structured uncertainties // IEEE Proc. Pt. D: Control theory and applications. – 1982. – Vol. 129, No. 6. – P. 242–250.
5. *Boyd S., Ghaoui E., Feron E., Balakrishnan V.* Linear matrix inequalities in systems and control theory // Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. – 1994. – 193 p.
6. *Zames G.* On the input-output stability of time-varying nonlinear feedback systems. P. I, II // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1966. – Vol. 11, No. 2. – P. 228–238; Vol. 11, No. 3. – P. 465–476.
7. *Дмитриев А.А., Чобиток В.А., Тельминов А.В.* Теория и расчет нелинейных систем подрессоривания гусеничных машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 207 с.
8. *Динамика* системы–шина–автомобиль–водитель / под. ред. А.А. Хачатурова. – М.: Машиностроение, 1976. – 536 с.
9. *Tunik A.A., Hyu R.,.Ahn I.K,.Lim C.H.* Parametric Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design // Proc. of the KSAS Fall Annual Meeting 2000, KSAS Publication, Daejeon, Korea. − P. 293–300.
10. *Tunik Anatol A., Hyeok Ryu, Hae-Chang Lee.* Parametric Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design // KSAS International Journal. − 2001. – Vol. 2, November. – P. 95–107.
11. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. – М.: Мир, 1977. – 464 с.
12. *Balas G., Chiang R., Packard A., Safonov M.* Robust Control Toolbox User's Guide // The Math Works Inc, 2005–2008.
13. *Медведев В.С., Потемкин В.Г.* Control System Toolbox. – М.: Диалог-МИФИ, 1999. – 287 с.

Стаття надійшла до редакції 08.12.08.