ІНФОРМАЦІЙНО-ДІАГНОСТИЧНІ СИСТЕМИ

УДК 519.652:519.254 (045)

П.О. Приставка, д. т. н., проф.

ЗАСТОСУВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ФІЛЬТРІВ НА ОСНОВІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ СПЛАЙНІВ ПРИ ОБРОБЦІ РАСТРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Розглянуто обчислювальний аспект застосування для оброблення цифрованих зображень комбінованих фільтрів, отриманих шляхом лінійних перетворень окремих випадків двовимірних локальних поліноміальних сплайнів на основі B-сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому.

This article is the solution of practical research of the polynomial splines of two variable based on the B-splines that, on average, are related to the interpolar. These splines allow us to get simple calculating schemes which are convenient for the practical application for subband-filtering scheme, low-pass filtering, ets.

Постановка проблеми

Для оброблення цифрованих зображень актуальними є безліч обчислювальних задач, серед яких субполосова фільтрація, контрастування, зміна розміру зображення (масштабування) тощо.

Натепер є чимало достатньо вичерпних рекомендацій для розв’язання таких задач, викладених, зокрема, у виданнях [1–3].

Велику кількість методів опрацювання цифрованих зображень зумовлено суб’єктивним підходом до критеріїв «якості» обробки – кожна людина на власний розсуд приймає рішення, чи задовільний результат, наприклад, контрастування, або ж, чи прийнятний масштаб зображення.

Проте однією з ключових вимог до процедур обробки растрів була й залишається вимога щодо швидкодії обчислень для забезпечення виконання цільової задачі методу.

Швидкодія обробки зображення напряму залежить від кількості простіших арифметичних операцій процедури опрацювання.

Вочевидь, подібну вимогу задовольняють різного роду лінійні оператори, які й використовують під час реалізації у відповідному програмному забезпеченні. У свою чергу, лінійні оператори дозволяють з’ясувати питання щодо створення нових типів фільтрів, отриманих шляхом застосування низки різнопланових за функціональним призначенням «простих» операторів до вихідної послідовності кольорових складових растра цифрованого зображення.

Аналіз досліджень та постановка завдання

Не відкидаючи можливостей застосування методів опрацювання цифрованих зображень, пропонується розглянути питання про використання операторів, отриманих із залученням частинних випадків локальних поліноміальних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому на основі *B*-сплайнів другого – четвертого порядків.

Велика кількість растрових зображень являє собою цифровані фотознімки. Технологія збереження (або передачі) цифрованого фото припускає, що піксел растра містить інформацію, кожну з кольорових складових p якого можна подати у вигляді суми:

$$p = \overline{p} + \varepsilon , \tag{1}$$

де $\overline{p}$ – усереднене значення кольорової складової; ε – похибка.

Можна наполягати, що доречно розглядати таку суму:

$$p = p_{\text{іст}} + \varepsilon , \tag{2}$$

де $p_{\text{іст}}$ – істинне значення сигналу, що фіксується.

Проте, є заперечення проти подібного визначення. По-перше, апаратні можливості фотокамер не забезпечують виконання виразу (2) – розділення кадру по суті є визначальним у питанні щодо обсягу інформації, яку можна зосередити на одиниці площі матриці фіксації. Так, чи інакше мова йде про інтегральну характеристику, дискретним аналогом якої є саме величина $\overline{p}$. По-друге, не маючи несуб’єктивних критеріїв стосовно якості візуальної інформації, вираз (2) логічно поступається в аргументації виразу (1).

Існує вичерпно досліджений математичний апарат обробки даних, подібних виразу (1), що відповідає вимозі швидкодії відповідних обчислювальних процедур. Це – різні типи локальних сплайнів [4; 5].

У роботах [5–10] подано приклади використання окремих випадків сплайн-операторів двох змінних у задачах субполосової фільтрації, контрастування та масштабування двовимірних послідовностей, які можуть бути застосовані під час опрацювання цифрованих зображень.

Мета цієї роботи – розглянути побудову комбінованих фільтрів на основі лінійних операторів, поданих у зазначених роботах, показати можливість отримання фільтрів, що задовольняють зокрема і «суб’єктивні» вимоги до опрацювання растрів.

Виклад основного матеріалу

Нехай задано деякий растр, кожному пікселу якого поставлено у відповідність двійка індексів $\left\{(i,j)\right\}_{i,j\in\mathbf{Z}}$, що визначають його місцеположення. Не зменшуючи загальності, позначимо $\left\{p_{i,j,0}\right\}_{i,j\in\mathbf{Z}}$ для запису обчислювальної схеми при роботі з послідовностями кольорових складових (червоною, зеленою та синьою). Так, для рекурентного двократного збільшення масштабу (двократного зменшення горизонтального та вертикального розмірів) зображення необхідно на кожному κ-му ($\kappa=1,2\ldots$) кроці рекурсії чотирикратно зменшувати кількість пікселів, звільнюючи в новому κ-му растрі місце трьох пікселів: праворуч, зверху та зверху–навскіс від кожного (i,j)-го піксела $(\kappa-1)$-го растра. Тобто, якщо $\left\{p_{i,j,\kappa}\right\}_{i,j\in\mathbf{Z}}$ – послідовність однієї з кольорових складових κ-го зменшеного растра, то

$$p_{i,j,\kappa}=p_{2i,2j,\kappa-1}\,. \tag{3}$$

При цьому пам'ять під розміщення величин

$p_{2i+1,2j,\kappa-1}$, $p_{2i,2j+1,\kappa-1}$, $p_{2i+1,2j+1,\kappa-1}$

може бути вивільнена.

Окрім тривіального визначення членів послідовності $\left\{p_{i,j,\kappa}\right\}_{i,j\in\mathbf{Z}}$ згідно з виразом (3), реалізують збільшення масштабу зображення зі згладжуванням, контрастуванням, направленою фільтрацією тощо залежно від конкретних потреб. У такому разі величини $p_{i,j,\kappa}$ визначаються на підставі деякого лінійного функціонала

$$p_{i,j,\kappa}=B\left(p^{\kappa-1,2i,2j}\right),\ i,j\in\mathbf{Z},$$

що побудований на даних попереднього кроку рекурсії. Наприклад, зменшення зі згладжуванням з використанням низькочастотного фільтра, що оснований на двовимірному сплайні другого порядку, можна реалізувати так:

$$p_{i,j,\kappa}=\frac{1}{64}\Big(p_{2i-1,2j-1,\kappa-1}+6p_{2i-1,2j,\kappa-1}+p_{2i-1,2j+1,\kappa-1}+$$
$$+6p_{2i,2j-1,\kappa-1}+36p_{2i,2j,\kappa-1}+6p_{2i,2j+1,\kappa-1}+$$
$$+p_{2i+1,2j-1,\kappa-1}+6p_{2i+1,2j,\kappa-1}+p_{2i+1,2j+1,\kappa-1}\Big).$$

У загальному випадку застосування низькочастотних фільтрів на основі поліноміальних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому, при збільшенні масштабу зображення можна подати у вигляді [7]:

$$p_{i,j,\kappa}^{(S_{r,0})}=\sum_{i_t=2i-1}^{2i+1}\sum_{j_q=2j-1}^{2j+1}\gamma\text{н}_{2,i_t,j_q}^{(S_{r,0})}p_{i_t,j_q,\kappa-1},\ r=2,3,$$

$$p_{i,j,\kappa}^{(S_{4,0})}=\sum_{i_t=2i-2}^{2i+2}\sum_{j_q=2j-2}^{2j+2}\gamma\text{н}_{2,i_t,j_q}^{(S_{4,0})}p_{i_t,j_q,\kappa-1},$$

де

$$\gamma\text{н}_2^{(S_{2,0})}=\frac{1}{64}\begin{pmatrix}1&6&1\\6&36&6\\1&6&1\end{pmatrix};$$

$$\gamma\text{н}_2^{(S_{3,0})}=\frac{1}{36}\begin{pmatrix}1&4&1\\4&16&4\\1&4&1\end{pmatrix};$$

$$\gamma н_2^{(S_{4,0})}=$$
$$=\frac{1}{147456}\begin{pmatrix}1&76&230&76&1\\76&5776&17480&5776&76\\230&17480&52900&17480&230\\76&5776&17480&5776&76\\1&76&230&76&1\end{pmatrix}.$$

Застосування контрастних фільтрів зі збільшенням масштабу зображення забезпечується, наприклад, такими функціоналами [8]:

$$p_{i,j,\kappa}^{(S_{r,0})}=\sum_{i_t=2i-2}^{2i+2}\sum_{j_q=2j-2}^{2j+2}\gamma\text{з}_{2,i_t,j_q}^{(S_{r,0})}p_{i_t,j_q,\kappa-1},\ r=2,3,$$

де

$$\gamma\text{з}_2^{(S_{2,0})}=\frac{1}{1156}\begin{pmatrix}1&-8&48&-8&1\\-8&64&-384&64&-8\\48&-384&2304&-384&48\\-8&64&-384&64&-8\\1&-8&48&-8&1\end{pmatrix};$$

$$\gamma\text{з}_2^{(S_{3,0})}=\frac{1}{196}\begin{pmatrix}1&-6&24&-6&1\\-6&36&-144&36&-6\\24&-144&576&-144&24\\-6&36&-144&36&-6\\1&-6&24&-6&1\end{pmatrix}.$$

Цікавим для аналізу та дослідження є застосування при масштабуванні лінійних операторів, що мають властивості різних форм впливу на кольорові складові пікселів растра.

Наприклад, зменшення розміру растра зі згладжуванням та подальшим контрастуванням уже змасштабованого зображення, по суті, є операцією, аналогічною зменшенню за виразом (3).

Так, якщо згладжування при зменшенні виконується на підставі розглянутого низькочастотного фільтра з маскою $\gamma н_2^{(S_{2,0})}$, а потім утворений растр контрастується фільтром з маскою $\gamma з_2^{(S_{2,0})}$, то неважко переконатися, що такі дії еквівалентні визначенню членів послідовності $\left\{p_{i,j,к}\right\}_{i,j\in\mathbf{Z}}$ за функціоналом

$$p_{i,j,к}=\sum_{i_t=2i-3}^{2i+3}\sum_{j_q=2j-3}^{2j+3}\gamma_{2,i_t,j_q}p_{i_t,j_q,к-1},$$

де

$$\gamma_2=\frac{1}{73984}\begin{pmatrix}1&-2&1&272&1&-2&1\\-2&4&-2&-544&-2&4&-2\\1&-2&1&272&1&-2&1\\272&-544&272&73984&272&-544&272\\1&-2&1&272&1&-2&1\\-2&4&-2&-544&-2&4&-2\\1&-2&1&272&1&-2&1\end{pmatrix}\approx$$

$$\approx\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Аналогічний результат можна отримати, якщо зменшувати растр з контрастуванням за $\gamma з_2^{(S_{2,0})}$, а потім згладжувати утворене масштабоване зображення з використанням $\gamma н_2^{(S_{2,0})}$. Інший нетривіальний приклад застосування комбінованих фільтрів при масштабуванні зображень – використання маски для subdivision-формули за сплайном $S_{2,1}(p,t,q)$ [5] та контрастного фільтра з маскою $\gamma з_2^{(S_{2,0})}$ до збільшеного зображення:

$$\gamma к_2^{\left(S_{2,1}+\gamma з_2^{(S_{2,0})}\right)}=$$

$$=\frac{1681}{4624}\begin{pmatrix}\frac{1}{60516}&\frac{1}{1476}&-\frac{1}{246}&-\frac{1}{246}&\frac{1}{1476}&\frac{1}{60516}\\\frac{1}{1476}&\frac{1}{36}&-\frac{1}{6}&-\frac{1}{6}&\frac{1}{36}&\frac{1}{1476}\\-\frac{1}{246}&-\frac{1}{6}&1&1&-\frac{1}{6}&-\frac{1}{246}\\-\frac{1}{246}&-\frac{1}{6}&1&1&-\frac{1}{6}&-\frac{1}{246}\\\frac{1}{1476}&\frac{1}{36}&-\frac{1}{6}&-\frac{1}{6}&\frac{1}{36}&\frac{1}{1476}\\\frac{1}{60516}&\frac{1}{1476}&-\frac{1}{246}&-\frac{1}{246}&\frac{1}{1476}&\frac{1}{60516}\end{pmatrix}.$$

Отже, отримання нових комбінованих фільтрів для застосування при масштабуванні цифрованих зображень є перспективною задачею. Для її розв'язання витрачається менше часу на обчислення, зокрема, коли необхідно для деякого класу зображень одночасно збільшити та відконтрастувати, зменшити, сильно згладжуючи, зменшити та незначно відконтрастувати тощо.

Дослідження різних комбінованих фільтрів може давати, на перший погляд, досить несподівані результати. Не зменшуючи загальності та задля економії місця, наведемо порівняльний аналіз дії двох фільтрів на кольорову складову рядка растра деякого зображення. Тобто, нехай задано послідовність $\left\{p_i\right\}_{i\in\mathbf{Z}}$, де (як і раніше у викладенні)

$$p_i=\overline{p}_i+\varepsilon_i,\ i\in\mathbf{Z}. \qquad (4)$$

Розглянемо дію на цю послідовність двох операторів (фільтрів) з масками

$$\gamma^*=\frac{1}{14}\begin{pmatrix}1\\-6\\24\\-6\\1\end{pmatrix}$$

та

$$\gamma^{**}=\frac{1}{56}\begin{pmatrix}-1\\-8\\74\\-8\\-1\end{pmatrix}.$$

Перша з масок – маска контрастного фільтра $\gamma к^{(S_{3,0})}$, зворотного до дії низькочастотного фільтра, отриманого зі сплайна $S_{3,0}(p,t)$ [8], друга – комбінованого фільтра, побудованого за такими перетвореннями: бінарне збільшення членів послідовності $\left\{p_i\right\}_{i\in\mathbf{Z}}$ за маскою процедури subdivision сплайна $S_{4,0}(p,t)$ [5] з наступним двократним зменшенням кількості членів утвореної послідовності за маскою, того ж таки контрастного фільтра $\gamma к^{(S_{3,0})}$. Нехай є такі вирази:

$$p_i^*=\sum_{j=i-2}^{i+2}\gamma_j^*\cdot p_j,\ i\in\mathbf{Z};$$

$$p_i^{**}=\sum_{j=i-2}^{i+2}\gamma_j^{**}\cdot p_j,\ i\in\mathbf{Z}.$$

Якщо підставити у функціонали для визначення членів послідовностей $\{p_i^*\}_{i\in\mathbf{Z}}$, $\{p_i^{**}\}_{i\in\mathbf{Z}}$ значення з виразу (4), тоді:

$$p_i^* = \overline{p}_i - \frac{1}{7}\Delta^2\overline{p}_i + \frac{1}{14}\Delta^4\overline{p}_i + $$

$$+\varepsilon_i - \frac{1}{7}\Delta^2\varepsilon_i + \frac{1}{14}\Delta^4\varepsilon_i, \qquad (5)$$

$$p_i^{**} = \overline{p}_i - \frac{1}{7}\Delta^2\overline{p}_i + \frac{1}{56}\Delta^4\overline{p}_i + $$

$$+\varepsilon_i - \frac{1}{7}\Delta^2\varepsilon_i + \frac{1}{56}\Delta^4\varepsilon_i, \qquad (6)$$

де

$$\Delta^{2u}\overline{p}_i = \Delta^{2u-2}\overline{p}_{i-1} - 2\Delta^{2u-2}\overline{p}_i + \Delta^{2u-2}\overline{p}_{i+1},\ u = 2, 4.$$

Порівнюючи вирази (5) та (6), доходимо такого висновку. Вочевидь, вираз (6) засвідчує, що лінійний оператор з маскою γ^{**} менше залежний від величин похибок ε_i, $i \in \mathbf{Z}$. Крім того, контрастування також більш «стійке» і менше залежить від величин осциляцій послідовності $\{p_i\}_{i\in\mathbf{Z}}$. Тобто для оброблення растрів цифрованих зображень двовимірний комбінований фільтр

$$\gamma_2^{**} = \frac{1}{3136}\begin{pmatrix} 1 & 8 & -74 & 8 & 1 \\ 8 & 64 & -592 & 64 & 8 \\ -74 & -592 & 5476 & -592 & -74 \\ 8 & 64 & -592 & 64 & 8 \\ 1 & 8 & -74 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

на основі одновимірного γ^{**} має перевагу при застосуванні перед $\gamma\kappa_2^{(S_{3,0})}$ [8] – відповідним двовимірним на основі γ^*.

Висновки

Розглянутий підхід до побудови комбінованих фільтрів для опрацювання цифрованих зображень, показує можливість використання окремих випадків поліноміальних сплайнів на основі лінійних комбінацій *B*-сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому. Подальші дослідження подібних лінійних операторів ставлять за мету отримання таких фільтрів, які можна використовувати для створення інформаційних технологій стиснення цифрованих зображень із втратами і технологій цифрової стабілізації зображень. Використання тривимірних комбінованих фільтрів може бути виправданим при опрацюванні цифрованих відеосигналів.

У роботі подано лише загальні принципи створення нових лінійних операторів складного функціонального призначення. Доцільно досліджувати можливість побудови фільтрів на зразок γ_2^{**}, отриманих, наприклад, з використання обчислювальних схем небінарного масштабування. Окремо слід відзначити необхідність порівняльного аналізу роботи комбінованих фільтрів з різною шириною вікна маски фільтра.

Література

1. *Павлидис Т.* Алгоритмы машинной графики и обработки изображений: пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 400 с.
2. *Цифровая* обработка изображений в информационных системах: учеб. пособие / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых и др. – Новосибирск: НГТУ, 2000. –168 с.
3. *Гонсалес Р., Вудс Р.* Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.
4. *Лигун А.А., Шумейко А.А.* Асимптотические методы восстановления кривых. –К.: ІМ НАН України, 1996. – 358 с.
5. *Приставка П.О.* Поліноміальні сплайни при обробці даних. –Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2004. – 236 с.
6. *Приставка П.О.* Поліноміальні сплайни в задачах бінарного поповнення // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій: зб. наук. пр. – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2003. – Т.7. – С. 39–53.
7. *Приставка П.О.* Обчислювальні аспекти застосування поліноміальних сплайнів при побудові фільтрів // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій: зб. наук. пр. – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2006. – Т.10. – С. 3–14.
8. *Приставка П.О.* Побудова контрастних фільтрів за використанням поліноміальних сплайнів // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій: зб. наук. пр. – Д.: Вид-во Дніпропетр. ун-ту, 2007. – Т. 11. – С. 15–22.
9. *Приставка П.О.* Поповнення послідовностей відліків функцій двох змінних на основі поліноміальних сплайнів // Вісн. НАУ. – 2007. – №3-4. – С. 36–39.
10. *Приставка П.О.* Поповнення зі згладжуванням послідовностей відліків функцій двох змінних на основі сплайнів // Математичне моделювання. – 2008. – №1(18). – С.9 – 12.

Стаття надійшла до редакції 17.06.08