

УДК 519.234.8:623.4.01

К.Б. Круковський-Сіневич, д-р техн. наук, проф.
О.Ф. Полегенько, канд. техн. наук, пров. наук. співроб.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СПОСОБІВ ПІДВИЩЕННЯ ПОГОДЖЕНОСТІ МАТРИЦІ ПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ

Проаналізовано способи підвищення погодженості експертних оцінок при використанні методів парних порівнянь. За результатами аналізу запропоновано модифікований метод усереднення матриць парних порівнянь.

In this paper the analyses of ways of increase of a coordination of expert ratings at use of methods of pair comparisons. By results of the analysis the modified method of averaging of matrixes of pair comparisons is offered.

Вступ

Для порівняльного аналізу альтернатив, що оцінюються декількома критеріями (задачі дискретного багатокритеріального прийняття рішень), вибору найкращих технічних рішень щодо проектування складних технічних систем та розв'язання інших подібних завдань, що погано формалізуються, найчастіше використовують різні методи експертних оцінок. Це зумовлено тим, що в таких завданнях очевидна невизначеність складу показників і структури критеріїв оцінки, для подолання якої необхідні досвід та інтуїція особи, що приймає рішення.

Аналіз проблем досягнення погодженості експертних оцінок

Одним із найпоширеніших і добре розроблених методів, що ґрунтується на використанні експертних оцінок, є метод аналізу ієрархій (метод Саті). Але в разі його використання виникають труднощі, зумовлені тим, що через непогодженість думок експертів досить важко отримати добре обумовлені матриці парних порівнянь.

Оскільки для матриць парних порівнянь, рівень погодженості яких низький, також виявляється низьким і рівень адекватності прийнятого рішення реально існуючій ситуації [1; 2].

Для вирішення проблеми досягнення прийнятно-го рівня погодженості експертних оцінок у працях [2–5] та інших розглядалося питання про способи поліпшення обумовленості матриць парних порівнянь. Усі вони містять процедуру об'єднання (узагальнення) думок групи експертів.

Як одну з доцільних у цих працях запропоновано процедуру пошуку матриці парних порівнянь на підставі консенсусу думок експертів. Практична реалізація такої процедури наштовхується на ряд труднощів, пов'язаних з необхідністю збирати разом усю групу експертів.

Досягнення консенсусу «щодо переписки» – це малоефективна і тривала процедура. Крім того, застосування такої процедури не гарантує, що в цьому випадку матриця парних порівнянь виявиться добре обумовленою. Консенсус лише деякою мірою мінімізує суперечності суджень експертів.

Консенсусом усувається зовнішня низька обумовленість думок експертів, але при цьому внутрішня висока обумовленість матриці парних порівнянь, що сформована кожним експертом, не гарантується. Крім того, при обґрунтуванні єдиної думки (досягнення консенсусу) можливий небажаний взаємний вплив експертів один на одного, що може призвести до зниження адекватності прийнятого рішення.

Постановка завдання досліджень

Як міру обумовленості матриці парних порівнянь, що визначає ступінь послідовності суджень експерта при проведенні експертної оцінки, доцільно використовувати таке співвідношення [2]:

$$k_{об} = (\lambda - n) / n - 1, \quad (1)$$

де $k_{об}$ – індекс обумовленості;

λ – максимальне власне число матриці парних порівнянь;

n – розмірність матриці парних порівнянь.

На відміну від класичної форми показника обумовленості, значення якого за деяких умов може прагнути до нескінченності, права частина співвідношення (1) завжди кінцева. Причому, чим менший $k_{об}$, тим краща погодженість матриці.

Найкраща погодженість відповідає $k_{об} = 0$, тобто коли $\lambda = n$. Деякі автори [1; 2] вважають, що матриця добре погоджена при $k_{об} < 0,1$.

Якщо обумовленість матриці виявляється низькою, метод консенсусу не дає відповіді на питання, як збільшити цей показник, крім одного, – необхідно змінювати експертів.

При цьому процедура підбору експертів у цьому методі не пропонується.

Для того щоб запобігти недолікам, які властиві методу консенсусу, в зазначених роботах запропоновано процедуру, що дозволяє об'єднати думки експертів через формування особливим методом усередненої матриці парних порівнянь.

Схема проведення досліджень

Як матриці, що усереднюються, використовують матриці, сформовані незалежно кожним експертом. Особливість усереднення полягає в тому, що безпосередньо отримати усереднену матрицю парних порівнянь простим усередненням матриць окремих експертів не вдається, оскільки при цьому порушується властивість елементів матриці Сааті, а саме:

$$a_{kn} = 1/a_{nk}, \quad (2)$$

де a_{kn} – елемент k -го рядка і n -го стовпця.

Для того щоб елементи усередненої матриці парних порівнянь мали властивість (2), пропонується усереднювати верхні трикутні матриці, отримані з повних матриць експертів.

Припустимо, що матриці, сформовані першим і другим експертами, мають вигляд:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 0,5 & 1 & 2,5 & 2 \\ 0,2 & 0,4 & 1 & 0,80 \\ 0,25 & 0,5 & 1,25 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 0,2 & 1 & 0,6 & 0,8 \\ 0,333 & 1,67 & 1 & 1,33 \\ 0,25 & 1,25 & 0,75 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Матриці, що подані виразами (3) і (4), задовольняють умову (2). Із матриць (3) і (4) випливає, що за визначенням верхні трикутні матриці першого і другого експертів мають вигляд:

$$MR_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 2,5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0,80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$MR_2 = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0,6 & 0,8 \\ 0 & 0 & 1 & 1,33 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Отже, усереднену трикутну матрицю можна подати у вигляді:

$$M\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 3,5 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1,55 & 1,4 \\ 0 & 0 & 1 & 1,065 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Відповідно повну усереднену матрицю $M\Pi$ визначаємо виразом

$$M\Pi = \begin{bmatrix} 1 & 3,5 & 4 & 4 \\ 1/3,5 & 1 & 1,55 & 1,4 \\ 1/4 & 1/1,55 & 1 & 1,065 \\ 1/4 & 1/1,4 & 1/1,065 & 1 \end{bmatrix}.$$

Відзначимо, що матриці M_1 і M_2 обрано таким чином, що б їхні індекси погодженості дорівнювали нулю, тобто матриці були ідеально обумовлені. У цьому легко переконатися шляхом безпосереднього обчислення $k_{об}$. При цьому для матриці $M\Pi$ $k_{об} < 0,01$. Тобто усереднена матриця, отримана описаним способом, для ідеально погоджених вихідних матриць, виявляється так само дуже добре погодженою. Тому можна припустити, що в загальному випадку за умови високо погоджених матриць окремих експертів, усереднена матриця експертних оцінок також збереже високу погодженість.

Отже, запропонований метод погодження суджень різних експертів, на відміну від методу консенсусу, вказує алгоритм підбору групи експертів на основі оцінки коефіцієнта погодженості сформованих ними матриць.

Якщо не вдається підібрати експертів таким чином, щоб сформовані ними матриці мали досить малий $k_{об}$, пропонується застосувати наступну процедуру зменшення $k_{об}$.

Експертам пропонується сформувати матриці парних порівнянь. Далі перевіряється їх обумовленість. У випадку, коли деякі з них виявляються незадовільно обумовленими, пропонується такий алгоритм підвищення обумовленості. Експерт, що сформував погано обумовлену матрицю, повинен вибрати той її рядок парних порівнянь, в якому він більше всього упевнений. Далі такий рядок вважається базовим для нової матриці. На підставі цього, кращого, на думку експерта, рядка обчислюються інші елементи нової матриці.

Правило обчислення таке [6]:

$$a_{jk} = a_{Nj} / a_{Nk}, \quad (5)$$

де a_{jk} – елемент j -го рядка k -го стовпця нової матриці;

N – номер базового рядка.

Отриману в такий спосіб матрицю назвемо модифікованою.

Наприклад, нехай експерт сформував матрицю:

$$M_{\text{екс}} = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,4 & 2 & 5 \\ \text{"2"} & \text{"1"} & \text{"1"} & \text{"3"} & \text{"2"} \\ 2,5 & 1 & 1 & 4 & 3 \\ 0,5 & 0,333 & 0,25 & 1 & 4 \\ 0,2 & 0,5 & 0,333 & 0,25 & 1 \end{bmatrix}$$

і обрав як базовий другий рядок (елементи виділені лапками). Тоді відповідно до виразу (5) модифікована матриця буде мати вигляд:

$$M_{\text{мод}} = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 & 1,5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1/1,5 & 1/3 & 1/3 & 1 & 0,667 \\ 1 & 0,5 & 0,5 & 1/0,667 & 1 \end{bmatrix}.$$

Максимальне власне число λ матриці $M_{\text{мод}}$ дорівнює 5, відповідно $k_{\text{об}} = 0$, тобто матриця ідеально обумовлена.

Висновки

З розглянутих способів об'єднання суджень групи експертів, зокрема, методу консенсусу, методу усереднення матриць і модифікованого методу усереднення матриць, останній дозволяє об'єднати думки експертів і при цьому зберегти високий рівень обумовленості усередненої матриці парних порівнянь, а отже, і підвищити в цілому ступінь адекватності прийнятих експертними рішень.

Література

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 226 с.
2. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. – К.: Наук. думка, 2002. – 381 с.
3. Дочкин А.Г., Круковский-Синевиц К.Б., Полегенько А.Ф. Особенности применения метода анализа иерархий при сравнительной оценке образцов вооружения и военной техники // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2004. – № 3. – С. 3–7.
4. Круковский-Синевиц К.Б., Дочкин А.Г., Лапицкий С.В., Гурноич А.В. К вопросу о практическом применении метода анализа иерархий // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2005. – № 2. – С. 16–18.
5. Полегенько О.Ф. Визначення похибок експертних оцінок при проведенні порівняльного аналізу складних систем озброєння та військової техніки // Зб. наук. пр. ВІ КНУ ім. Т.Г. Шевченка. – 2005. – № 63. – С. 128–132.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Гостехтеориздат, 1953. – 491 с.

Стаття надійшла до редакції 26.03.08.