

УДК 629.735.051-52(045)

А.А. Тунік, д-р техн. наук, проф.
К.В. Мельник, асп.

ПРОЕКТУВАННЯ БАГАТОВИМІРНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ ПОЛЬОТОМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕХНОЛОГІЇ μ -СИНТЕЗУ

Викладено метод синтезу алгоритму керування та стабілізації руху багатовимірної, квазіоптимальної (майже оптимальної) системи. Передбачено наявність в об'єкті невизначеності з модельованою динамікою, дію збурювальних факторів. Досліджено динаміку системи і показано, що алгоритми, які ґрунтуються на μ -підході, надають системі властивості слабкої чутливості до яких-небудь збурювальних стохастичних впливів, забезпечують високу стабільність динамічних характеристик. Метод розглянуто стосовно завдання стабілізації руху моноплану «Navion». Наведено результати математичного моделювання процесів керування.

The purpose of this paper – is to expound the method of synthesis of algorithm of control and stabilization of motion of the multidimensional, quasi-optimal (nearly optimal) system. The presence of uncertainty with the simulated dynamics and action of perturbation factors are also foreseen in the object. The dynamics of the system is explored and it is shown that algorithms based on μ -approach, results in the system possessing property of weak sensitiveness to stochastic perturbations and provide high stability of dynamic behavior. This method is examined in application to the task of stabilizing of motion of «Navion» monoplane. The results of mathematical simulation of control processes are shown.

Постановка завдання

Синтез робастних систем керування, що зберігають стійкість та якість в умовах невизначеності параметрів моделей об'єктів керування і діючих збурень, – основний напрям керування польотом [1; 2]. Труднощі аналізу та синтезу багатовимірних систем, висока розмірність і пов'язана з цим NP -складність [3] потребували розроблення і застосування розвинених числових методів вирішення завдань багатовимірного керування з невизначеністю. До цих методів належить також μ -синтез, теоретичні основи якого викладено у працях [4; 5], а програмно-алгоритмічне підтримання описано в праці [6]. Значна кількість алгоритмів та програм, запропонованих в працях [5; 7], можливість гнучкого їх використання для вирішення різних завдань керування дозволяють говорити про технологію μ -синтезу.

Цю роботу присвячено застосуванню технології μ -синтезу для вирішення завдання стабілізації поздовжнього руху за висотою і швидкістю польоту літального апарата (ЛА) стосовно моноплану «Navion», повна нелінійна модель якого міститься в праці [8]. Цей приклад ілюструє процедуру зведення початкової системи до стандартного дробово-лінійного перетворення (ДЛП) (Linear-Fractional Transformation [4–6]), яке є відправною точкою для застосування процедури μ -синтезу і вирішення конкретних завдань керування.

Наступний значущий крок – процедура вибору вагових передатних функцій, що дозволяють отримати канали систем керування із заданими частотними властивостями (loop shaping). Після виконання цих підготовчих етапів можна скористатися стандартною процедурою $D-K$ -ітерацій, що дає змогу мінімізувати структуроване сингулярне число (ССЧ) μ за допомогою покрокового застосування процедури H_∞ -синтезу для знаходження оптимального регулятора K та подальшого поліпшення отриманого рішення завдяки оптимальному вибору масштабувальних передатних функцій $D(j\omega)$, які дозволяють скоригувати частотні властивості каналів керування.

Об'єкт дослідження

Розглядається система керування, яку у загальному випадку можна подати у вигляді, зображеному на рис. 1, де $K(s)$, $P(s)$ – матриці передатних функцій регулятора та об'єкта регулювання відповідно; $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$ – матриці передатних функцій, що враховують як ваги помилки e , керування u та вихідного вектора y , так і бажані частотні властивості (loop shaping [4–6]) кожного з наведених сигналів. Їх вибір визначає характер перебігу перехідних процесів. Зважені сигнали z_u , z_y , z_e утворюють вектор виходу

$$z = [z_e, z_u, z_y]^T,$$

що використовується для оцінювання показника якості системи.

Зовнішніми сигналами, що впливають на систему, є:

- задавальний вплив r ;
- збурення, що діє на об'єкт, w ;
- шуми вимірювань, d .

Під час дослідження систем керування польотом найбільш часто використовують модель збурень Драйдена [11], яку застосовують для моделювання системи і яку розглянуто нижче. Невизначеність параметрів об'єкта можна подати додатковим зворотним зв'язком з матрицею передатних функцій $\Delta(s)$. Надалі розглядатимемо систему стабілізації, тому $r = 0$.

Використовуючи алгоритмічне підтримання в μ -Toolbox та Robust Toolbox, можна подати схему, показану на рис. 1, у вигляді ДЛП, яке зображено на рис. 2 і є стандартною формою, до якої потрібно звести початкову систему на рис. 1, щоб скористатися технологією μ -синтезу.

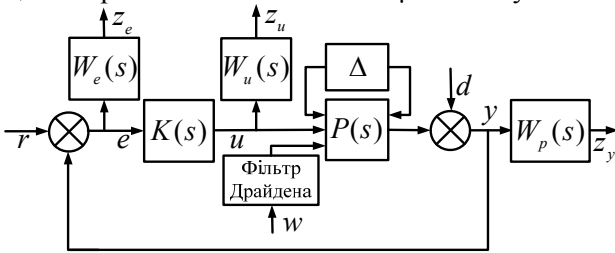


Рис. 1. Структурна схема системи стабілізації:

- $P(s)$ – об'єкт, який необхідно стабілізувати;
- $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$ – вагові функції;
- Δ – відносно структуроване збурення моделі (з модельованою динамікою);
- r – вектор сигналів, що задається;
- u – вектор керування;
- $K(s)$ – регулятор;
- d – вектор шумів вимірювань (білий шум);
- z_u, z_y, z_e – вектор помилки

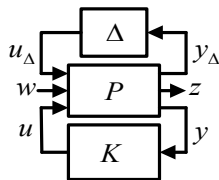


Рис. 2. Дробово-лінійне перетворення:

- u_Δ, y_Δ – додаткові входи і виходи об'єкта керування, що зумовлені параметричними збуреннями;
- w – узагальнене збурення (w та d);
- P – узагальнений об'єкт, що включає також і матриці вагових функцій W_e, W_u, W_p .

Розглянемо тепер нижнє ДЛП, що зображено на рис. 3 і є частиною ДЛП за наявності «номінального» об'єкта керування (без невизначеності).

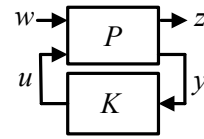


Рис. 3. Зведення до нижнього ДЛП

Ця система описується рівняннями:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}; \quad u = Ky, \quad (1)$$

де розмірності блоків $P_{ij}(s)$ відповідають вхідним і вихідним векторам та отримуються шляхом відповідного розбиття матриці передатних функцій. Виключаючи із системи рівнянь (1) u та y , можна отримати нижнє ДЛП $F_l(P, K)$, що зв'яже w та z [4–6]:

$$N = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} = F_l(P, K).$$

Тепер можна ввести матрицю $\Delta(s)$, що описує невизначеність коефіцієнтів рівнянь динаміки, увівши додаткові входи u_Δ та виходи y_Δ , які породжуються цими невизначеностями. У результаті отримаємо структурну схему, зображену на рис. 4, яку називають верхнім ДЛП.

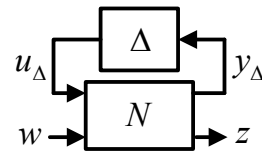


Рис. 4. Зведення до верхнього ДЛП

У цій роботі розглядаємо структуровані параметричні збурення, які описуються верхніми та нижніми границями елементів матриць A, B, C, D математичної моделі об'єкта в просторі станів. У цьому випадку матриця невизначеностей Δ є дійсною діагональною матрицею [4–6]. Зв'язок між векторами виходу z та входом w , що є матрицею передатних функцій верхнього ДЛП, визначаємо з виразу [4–6]:

$$F_u(N, \Delta) = N_{22} + N_{21}\Delta(I - N_{11}\Delta)^{-1}N_{12},$$

де блоки $N_{22}(s), N_{21}(s), N_{12}(s), N_{11}(s)$ отримують за допомогою відповідного розбиття матриці $N(s)$. Верхнє ДЛП тепер можна перетворити в так звану M_Δ -конфігурацію, структурну схему якої показано на рис. 5.

Матриця передатних функцій $M = N_{11}(s)$.

Відзначимо, що всі структурні перетворення виконують таким чином, щоб H_∞ -норма матриці $\Delta(s)$ була меншою за одиницю:

$$\|\Delta\|_\infty \leq 1. \tag{2}$$

У загальному випадку, коли розглядаються не тільки структуровані, але й неструктуровані параметричні збурення (тобто додаткові динамічні ланки, не враховані в моделі об'єкта), матриця Δ міститиме також і комплексні, частотно залежні елементи, тому у виразі (2) використовується H_∞ -норма. Зведення початкової системи до верхніх і нижніх ДЛП пов'язано з громіздкими перетвореннями, особливо за великої кількості параметричних збурень. У MatLab розв'язання цієї задачі значно полегшується у разі використання потужного програмного підтримання, що міститься в командах: `starp.m`, `lft.m`, `sysic.m` і деяких інших.

Структуроване сингулярне число $\mu_\Delta(M)$ визначають на основі M_Δ -конфігурації таким чином:

$$\mu_\Delta(M) = \left[\frac{1}{\min\{\|\Delta(j\omega)\|_\infty : \Delta(j\omega) \in \bar{\Delta}, \det(I - M\Delta) = 0\}} \right], \tag{3}$$

де $\bar{\Delta}$ –множина матриць $\Delta(s)$, що задовольняють вираз (3).

Отже, $\mu_\Delta(M)$ є зворотною величиною мінімальної H_∞ -норми матриці параметричних збурень $\Delta(s)$, що виводить M_Δ -конфігурацію на межу стійкості відповідно до узагальненого критерію Найквіста для багатовимірних систем [4; 5]. У праці [14] $\mu_\Delta(M)$ названо запасом стійкості багатовимірної системи.

Опис алгоритму розв'язання задачі

Як відомо [5], робастна стійкість (Robust Stabillity) справджується, якщо для M_Δ -конфігурації, яку зображено на рис. 5, виконується нерівність

$$\sup_{\Delta \in \bar{\Delta}} \mu_\Delta [M(j\omega)] \leq 1, \quad \forall \omega : \omega \in R. \tag{4}$$

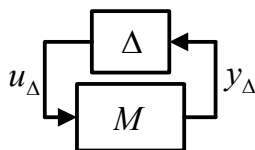


Рис. 5. Зведення до M_Δ -конфігурації

Ця властивість впливає з теореми про малий коефіцієнт підсилення та визначення ССЧ (3). Можемо також визначити ССЧ верхнього ДЛП, що зображено на рис. 4. Тоді умови робастної якості (Robust Performance) запишемо у вигляді

$$\sup_{\Delta \in \bar{\Delta}} \mu_\Delta [N(j\omega)] \leq 1, \quad \forall \omega : \omega \in R. \tag{5}$$

Розглядаючи питання робастної стійкості, необхідно брати до уваги такий факт.

Нехай $D(j\omega)$ деяка діагональна матриця такого ж самого розміру, що й $\Delta(j\omega)$, що комутує з $\Delta(j\omega)$: $\Delta(j\omega)D(j\omega) = D(j\omega)\Delta(j\omega)$.

Назвемо цю передатну матрицю матрицею масштабування. Тоді робастна стійкість у випадку [6] має вигляд

$$\min_{D(j\omega) \in \bar{D}} \bar{\sigma}(D(j\omega)M(j\omega)D^{-1}(j\omega)) \leq 1, \quad \forall \omega : \omega \in R, \tag{6}$$

де \bar{D} – множина матриць, комутованих з $\Delta(j\omega)$.

Інакше кажучи, можна підібрати таку матрицю D , за якої

$$\mu_\Delta(M) \leq \min_{\bar{D}} \bar{\sigma}(DMD^{-1}), \tag{7}$$

тобто система має найбільший запас робастної стійкості.

Співвідношення (4)–(7) визначають основну програмно-алгоритмічну процедуру μ -синтезу, названу $D-K$ -ітераціями, що складається з двох процедур оптимізації, які виконуються послідовно.

Їх називають D -кроком і K -кроком відповідно, а сама процедура виконується в MatLab за допомогою команди `dkit.m`. Процедура починається з виконання K -кроку.

1. Для фіксованої матриці $D(j\omega)$, яка на початку циклу вважається одиничною або скалярною $D = dI$, вирішується завдання мінімізації H_∞ -норми:

$$K^* = \min_{K \in K_0} \|DN(K)D^{-1}\|_\infty,$$

де K_0 – безліч регуляторів, що стабілізують об'єкт керування для номінальної моделі $P(s)$.

Це завдання вирішується за допомогою відомої процедури H_∞ -синтезу [12], що ґрунтується на послідовному розв'язанні двох рівнянь Ріккати (для регулятора і спостерігача). Приклад застосування цієї процедури для одновимірного об'єкта наведено в праці [10]. У MatLab ця процедура виконується за допомогою команди `hinfscyn.m`.

2. Для фіксованої матриці K , що визначена на попередньому етапі, вирішується завдання мінімізації H_∞ -норми на кожній частоті за фіксованої матриці $N(K)$:

$$D^*(j\omega) = \min_{D(j\omega) \subset D} \overline{\sigma}(D(j\omega)N(K)(j\omega)D^{-1}(j\omega)) \leq 1, \quad \forall \omega: \omega \in R. \quad (8)$$

Як оптимізовані параметри, використовують i комплексних амплітуд $d_i^k e^{-j\omega_i^k}$ для кожної фіксованої частоти ω_i :

$$0 \leq \omega_i \leq \omega_m,$$

де k – індекс відповідної передатної функції в $D(j\omega)$;

ω_m – максимальна частота у смузі пропускання системи.

Після знаходження мінімуму (8) набір цих комплексних амплітуд апроксимується стійкими передатними функціями D_k , що входять у матрицю $D^*(j\omega)$. Далі обчислюється ССЧ $\mu_\Delta(M)$. Процедура виконується в інтерактивному режимі, тобто після кожного кроку $D-K$ -ітерацій користувач оцінює отримані результати та ухвалює рішення про продовження або припинення процедури.

Процедурі методу $D-K$ -ітерацій притаманні два недоліки:

- $\mu_\Delta(M)$ приблизно виражається через верхню межу, (це не є суттєвим недоліком, оскільки значення μ і верхньої межі досить часто збігаються);
- метод $D-K$ -ітерацій, не гарантує збіжності до глобального або локального мінімуму і те, що вдасться знайти розв'язок рівняння (8), а це, у свою чергу, накладає обмеження на можливості цього методу.

Незважаючи на ці труднощі, процедуру ітерацій можна з успіхом застосовувати для вирішення багатьох практичних завдань, поставлених перед інженерами-конструкторами [3].

В узагальнену модель об'єкта, що використовується в процедурі μ -синтезу, входять як вагові матриці передатних функцій W_e, W_u, W_p , так і матриці масштабувальних передатних функцій $D(j\omega)$. Це призводить до збільшення розмірності математичної моделі системи та збільшення розмірності матриці регулятора K . У зв'язку з цим виникає завдання зниження розмірності регулятора. Найбільш ефективний метод – оптимальна апроксимація за допомогою ганкелевої норми [9].

Як відомо, ганкелеву норму будь-якої стійкої передатної функції $G(s)$ визначають як

$$\|G(s)\|_H = \sqrt{\rho(PQ)},$$

де ρ – спектральний радіус;

P – граміан керованості системи $G(s)$;

Q – граміан спостережуваності.

Якщо початкова модель $G(s)$ має порядок n , а редукована модель – $r < n$, то оптимальна ганкелева апроксимація зводиться до знаходження моделі $G^g(s)$, що мінімізує ганкелеву норму:

$$G^g(s) = \arg \min_{G^g(s) \in G^g} \|G(s) - G^g(s)\|_H,$$

де $G^g(s)$ – множина стійких моделей порядку g . Цю операцію виконують за допомогою команди `hankelmr.m`.

Таким чином алгоритм розв'язання задачі μ -синтезу робастної системи керування можна подати за допомогою структурної схеми (рис. 6).

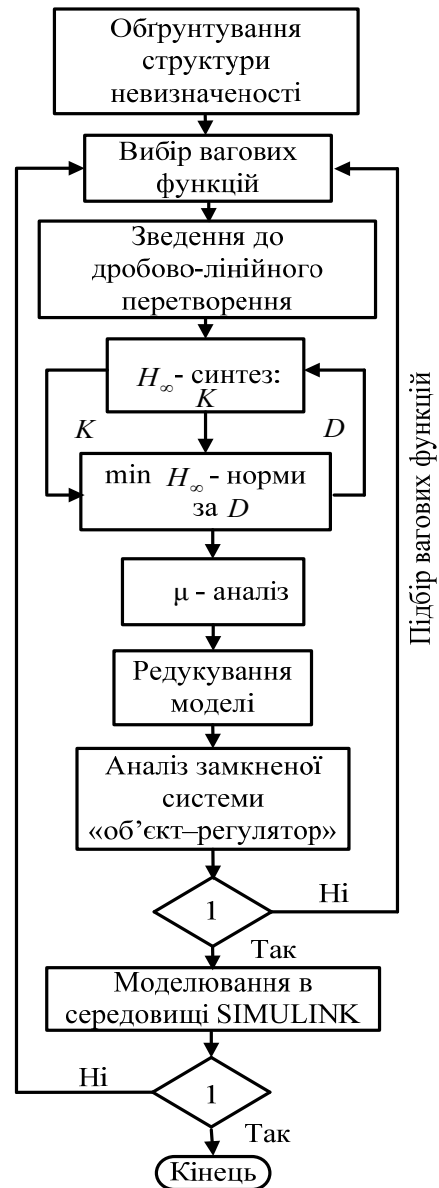


Рис. 6. Структурна схема алгоритму μ -синтезу:

блок 1 – прийняття рішення про відповідність показників якості вимогам до динаміки замкненої системи

Завершальним етапом циклу μ -синтезу є моделювання системи в середовищі SIMULINK, за допомогою якого враховуються різні нелінійності, що притаманні системам керування польотом.

Застосування μ -синтезу для вирішення завдання стабілізації поздовжнього руху пасажирського літака

Розглянемо завдання стабілізації висоти H та дійсної повітряної швидкості (ДПШ) V пасажирського моноплана «Navion», повну нелінійну математичну модель якого подано в праці [8]. Поряд зі звичайними шумами d у датчиках і змінами параметрів літака система керування має протидіяти збуренням, спричиненим турбулентністю уздовж траєкторії польоту. При цьому завдання субоптимального лінійного керування вирішується у разі неповного вимірювання вектора стану системи.

На заданій траєкторії набору висоти модель руху літака досить добре апроксимується лінійною моделлю. Поздовжній рух ЛА з урахуванням вітрових збурень та шумів вимірювань описується лінійною системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\dot{x} = Ax + B_1u + B_2f; \quad (9)$$

де $x = [u, w, q, \theta, H, \Omega]^T$ – вектор стану;

u, w – поздовжня та бокова складова швидкості відповідно;

q – кутова швидкість тангажа;

θ – кут тангажа;

H – висота;

Ω – кутова швидкість обертання двигуна;

A, B_1, B_2 – постійні матриці відповідних розмірів, які визначають структуру об'єкта керування;

$u = [\vartheta_{p.v}, \delta_{dr}]^T$ – вектор керування;

$\vartheta_{p.v}$ – керування, що формує відхилення руля висоти;

δ_{dr} – дроселювання двигуна;

$f = [w_u, w_w, w_q]^T$ – вектор зовнішніх вітрових збурень;

w_u – горизонтальна складова швидкості вітру;

w_w – вертикальна складова швидкості вітру;

w_q – турбулентна кутова швидкість тангажа.

Повітряну швидкість V моноплана, що підлягає вимірюванню, знаходять таким чином:

$$V = \sqrt{u^2 + w^2}.$$

Рівняння для вимірювального виходу з урахуванням шумів вимірювання d , запишемо у вигляді

$$y = Cx + D_1u + D_2f + d, \quad (10)$$

де C – матриця вимірювальних виходів;

D_1, D_2 – матриці прямого зв'язку (нульові);

$d = [d_V, d_q, d_\theta, d_H]^T$ – вектор шумів вимірювань.

Складність створення алгоритму автоматичного керування рухом літака полягала в тому, що об'єкт являє собою багатовимірну динамічну систему та розглядаються дві моделі: номінальна (якщо ДПШ $V = 250$ км/год) і збурена (якщо ДПШ $V_p = 230$ км/год).

Ця невизначеність ДПШ виникає як наслідок особливостей визначення аеродинамічних характеристик ЛА в трубі, так і внаслідок похибок стабілізації ДПШ під час польоту.

Невизначеність ДПШ і швидкісного напору виявляється в зміні майже всіх коефіцієнтів матриць A, B, C , які розглянуто в працях [9–10; 14; 15]. Розглянемо ці матриці для швидкості $V = 250$ км/год та $V_p = 230$ км/год. При цьому матриці, що відповідають швидкості V_p позначимо через A_p, B_p, C_p .

$$A = \begin{bmatrix} -0.11 & 0.13 & 0.72 & -9.81 & 0 & 1.6e-2 \\ -0.31 & -2.5 & 68 & 0.1 & 0 & 0 \\ -8.6e-3 & -0.19 & -2.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1.1e-2 & -1 & 0 & 69 & 0 & 0 \\ 36 & -0.38 & 0 & 0 & -4.3e-2 & -14 \end{bmatrix};$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -9.7e-2 & 0.15 & -2e-2 & -9.80 & 0 & 1.5e-2 \\ -0.30 & -2.3 & 62 & -3.0e-3 & 0 & 0 \\ -6.0e-3 & -0.18 & -2.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3.0e-4 & -1 & 0 & 64 & 0 & 0 \\ 34 & 1e-2 & 0 & 0 & -7.9e-3 & -12 \end{bmatrix};$$

$$B_p = \begin{bmatrix} -1.6e-3 & 0 \\ -11 & 0 \\ -15 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 470 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -5.7e-2 & 0 \\ -14 & 0 \\ -18 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 380 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1.1e-2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & 3.0e-4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

Значення елементів матриць у виразах (11), які змінюються при варіаціях ДПШ, виділено жирним шрифтом. Як видно з виразу (11), невизначеність властива більшості цих елементів. Виконавчий механізм моноплана описується передатною функцією:

$$W_a(s) = \frac{1}{0,5s+1}.$$

Відхилення компонент вектора швидкості турбулентного вітру (від їх установлених значень), які є основним джерелом стохастичних зовнішніх збурень, можна аналітично подати моделлю Драйдена, яку широко використовують для досліджень поведінки літаків в умовах турбулентності.

З огляду на працю [11] формувальний фільтр, що ґрунтується на збуреній моделі Драйдена, має таку структуру: вектор входу $n = [n_1, n_2]'$,

де n – білий шум;

n_1, n_2 – білі некорильовані гауссівські шуми з нульовим значенням.

Матриці стану A_f , керування B_f і спостереження C_f мають вигляд:

$$A_f = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda^2 & -2\lambda & 0 \\ 0 & -k_q k_w \lambda_q \beta & -k_q k_w \lambda_q & -\lambda_q \end{bmatrix};$$

$$C_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_w \beta & k_w & 0 \\ 0 & k_w k_q \beta & k_w k_q & 1 \end{bmatrix}; \quad B_f = \begin{bmatrix} k_u & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$D_f = 0_{3 \times 2},$$

$$k_w = \sigma \sqrt{\frac{3v_t}{\pi L_t}};$$

$$k_u = \sigma \sqrt{\frac{2v_t}{\pi L}};$$

$$k_q = \frac{\pi}{4b};$$

$$\lambda = \frac{v_t}{L_t};$$

$$\beta = \frac{\lambda}{\sqrt{3}};$$

$$\lambda_q = \frac{\pi v_t}{4b};$$

де σ – СКО поривів вітру (σ залежить від погодних умов);

L_t – масштаб турбулентності горизонтальних u_g та вертикальних w_g поривів;

b – розмах крила моноплана «Navion».

Відповідно до праці [2] L_t дорівнює 533,4 м. Структурну схему системи стабілізації зображено на рис. 1.

Багатопараметричність та достатньо велика невизначеність аеродинамічних характеристик ЛА ускладнюють завдання синтезу алгоритму стабілізації. Потрібно визначати фіксовану розрахункову математичну модель ЛА, яка описувалася в просторі станів і тому використано модель матричної невизначеності. Після того як об'єкт, складений із четвірки матриць $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$,

ється в послідовний зв'язок з виконавчим механізмом, загальна кількість компонент в об'єкті, що підлягала змінюванню, дорівнювала 23.

На рис. 7, зображено лише деякі амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) моделі з ДПШ $V_p = 230$ км/год (лінія 1) та $V = 250$ км/год (лінія 3), номінальна модель (лінія 2) відношення, що пов'язують відхилення керма висоти з висотою (a), швидкістю (b); дроселювання двигуна зі швидкістю (e), висотою (z). Треба синтезувати такий регулятор, що стабілізує всю сім'ю моделей, які входять у допустимий «коридор» для варіацій АЧХ фактичного та збуреного об'єктів. Усі відомі методи синтезу (частотних характеристик, кореневого годографа, фазової площини і т.ін.) були придатні лише для окремих, вузьких питань, але не дозволяли вирішити проблему в цілому. Тому передусім потрібно було з'ясувати доцільність застосування μ -методики до конкретного завдання синтезу.

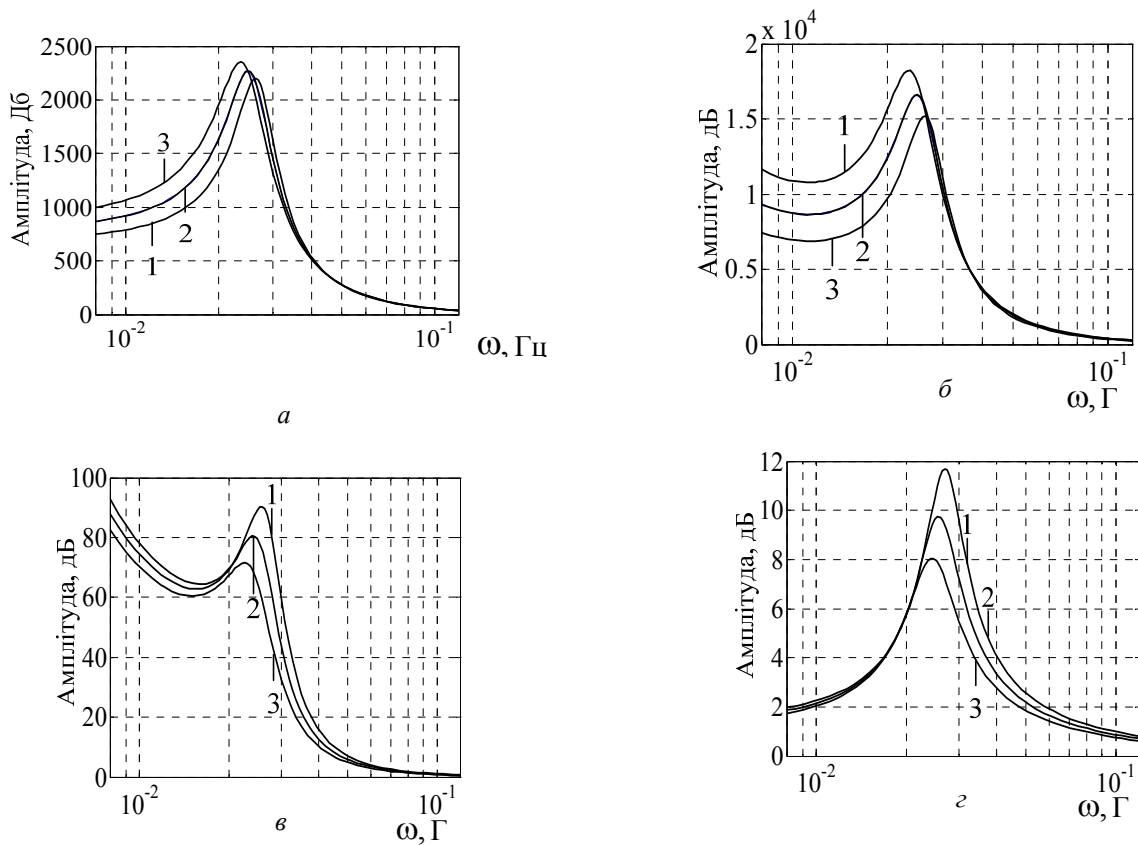


Рис. 7. Амплітудно-частотні характеристики номінального та збуреного об'єкта:
 а – відхилення керма висоти з висотою;
 б – відхилення зі швидкістю;
 в – дроселювання двигуна зі швидкістю;
 г – дроселювання з висотою:
 1 – $V_p = 230$ км/год;
 2 – номінальна модель;
 3 – $V = 250$ км/год

Вирішення цього питання головним чином залежало від вимог до характеристики системи, її динаміки та обмежень, що накладаються на неї, а зокрема, від вибору значень вагових функцій $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$, що визначають якість системи.

Ці вимоги формувались здебільшого через бажаний вихідний сигнал z_u , z_y , z_e , сигнал керування u .

Завдяки вибору вагових функцій можна домогтися від системи передавання потрібних фазових та амплітудних складових як вхідних, так і вихідних сигналів. Виявляється величезна можливість регулювання смуги пропускання, її можна мінімувати для кожного бажаного виходу системи, що зрештою приводить до зменшення шуму на виході системи.

Політ і набір висоти ЛА здійснюють за наявності обмежень на дроселювання двигуна, пов'язаних з його допустимими максимальними оборотами (при цьому двигун не може відстежувати дуже швидкі зміни тяги), відхиленнями рульових машинок, допустимими значеннями кута звалювання, тангажа, а також вимог до виконання успішного позиціонування одночасно як висоти, так і швидкості польоту. Невелика аеродинамічна якість та обмежені енергетичні можливості регулювання швидкості польоту зумовили використання обмежень на керування у вигляді вагових функцій.

Для синтезу системи стабілізації дуже важливим є вибір саме їх. Потрібно враховувати бажану тривалість стабілізації, і те, що положення руля висоти, яке керує поздовжнім рухом літака, обмежене механічними упорами.

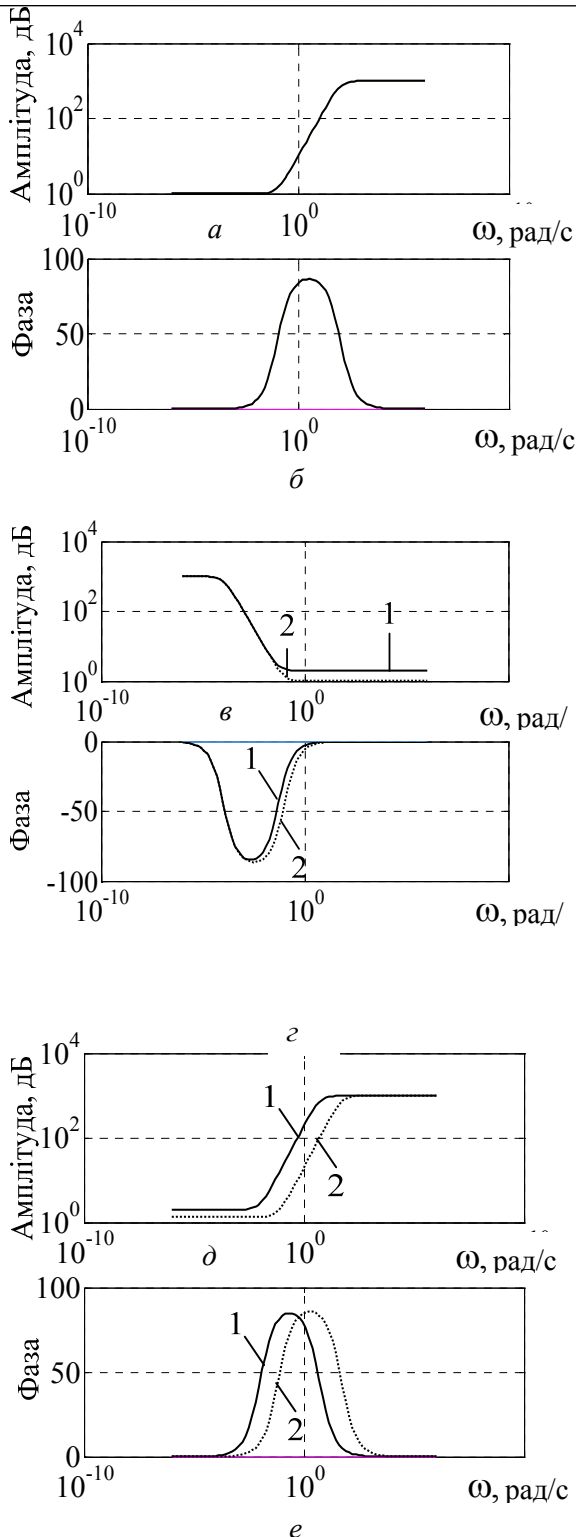


Рис. 8. Частотні характеристики вагових функцій:

$a, б - W_p(s)$;

$в, г - W_e(s)$;

$д, е - W_u(s)$

Переходячи до розгляду вагових матриць $W_e(s)$, $W_u(s)$, $W_p(s)$, відзначимо, що у μ -синтезі використано такий стандартний запис цих передатних функцій:

$$W(s) = \frac{s/M + \omega_{nm}}{s + A\omega_{nm}}, \quad (12)$$

де M – допустиме пікове значення функції чутливості $S(s) = [1 + P(s)K(s)]^{-1}$ на межі смуги частот ω_{nm} ;

A – верхня межа мінімальної статичної похибки. При цьому вибір математичної форми вагових коефіцієнтів ґрунтується безпосередньо на підставі вимог до характеристики системи як в частотному, так і в часовому інтервалі.

У точному значенні слова не існує однозначного алгоритму вибору вагових матриць, фактично все зводиться до методу проб і помилок. Але можна використовувати поліноми Баттерворса малого порядку як початкове наближення бажаних амплітудних і фазових частотних характеристик (АФЧХ) якого-небудь виходу багатовимірної системи з подальшим використанням виразу типу (12).

На рис. 8 розглянуто АФЧХ вагових функцій на помилку системи $W_e(s)$, якість $W_p(s)$ (лінії 1, 2), керування $W_u(s)$ (лінії 1, 2).

Для розглядуваного випадку обираємо такі вагові функції:

$$W_e(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+0,1}{s+0,001} & 0 \\ 0 & \frac{2s+0,1}{s+0,0001} \end{bmatrix};$$

$$W_u(s) = \begin{bmatrix} \frac{1000s+10}{s+5} & 0 \\ 0 & \frac{1000s+66,67}{s+5} \end{bmatrix};$$

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{1000s+100}{s+100} & 0 \\ 0 & \frac{1000s+100}{s+100} \end{bmatrix}.$$

Для системи (9)–(10) з наведеними значеннями матриць A, B_1, C, D_1 відповідно до описаного алгоритму, засобами пакета прикладних програм μ -Tools було виконано синтез H_∞ -регулятора. Задача синтезу H_∞ -субоптимального регулятора

вирішувалась з використанням 2-Ріккати підходу і у цьому випадку було отримано найменше значення $\gamma = 2,1516$ [13].

Після включення у номінальну систему блоків, що відповідають за невизначеність, був синтезований регулятор із зворотним зв'язком за виходом та робастний стосовно невизначеностей.

Аналіз замкненої системи на робастну якість верхня 1 та нижня 2 межа на μ і робастну стійкість подано на рис. 9.

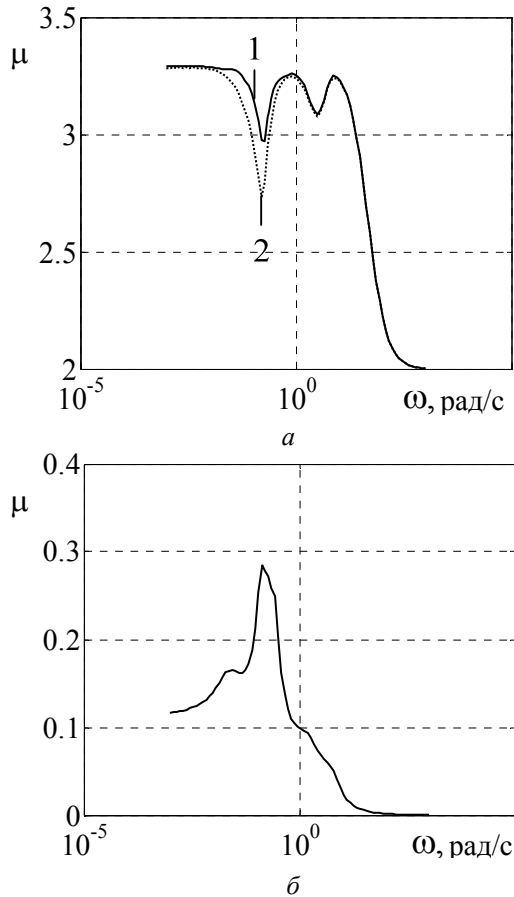


Рис. 9. Аналіз системи на робастну якість (а), та робастну стійкість (б)

Процедуру $D-K$ ітерацій, в результаті якої було синтезовано регулятор порядку 41 з кінцевим значенням $\gamma = 3,242$ та верхньою межею на $\mu = 3,237$ наведено в таблиці.

Завершальним етапом є пониження порядку регулятора. Точність на ганкелеву норму при редукуванні дорівнювала $1e-9$, при цьому помилка між номінальним регулятором та редукованим нульова. У результаті порядок регулятора понизився з 41 до 26.

Якщо обмежитися точністю на норму $1e-6$, то регулятор би мав 16-й порядок, тоді як номінальна система зі всіма ваговими функціями 13.

Графіки горизонтальної, вертикальної складових швидкості вітру та турбулентної швидкості зміни кута тангажа, що використовувалися для кінцевого моделювання системи в середовищі SIMULINK, показано на рис. 10.

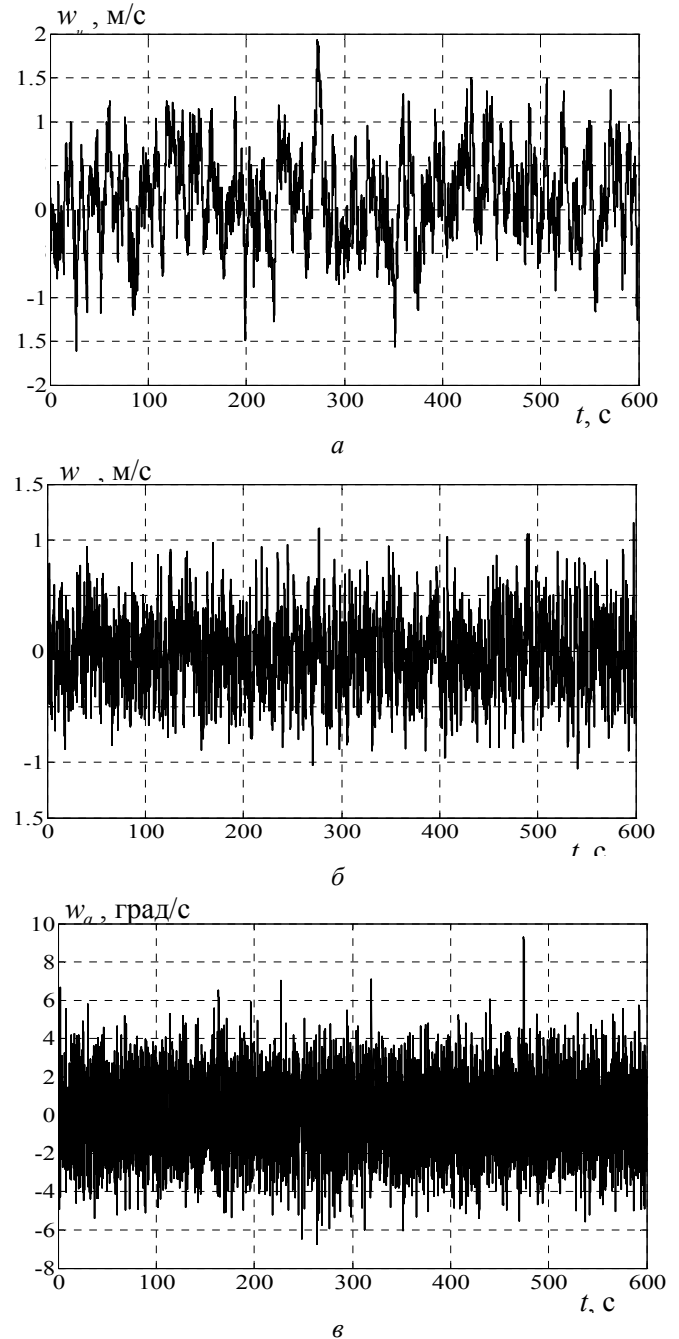


Рис. 10. Турбулентність вітру:

- а – горизонтальна;
- б – вертикальна складова швидкості вітру;
- в – турбулентна швидкість зміни кута тангажа

Перехідні процеси із синтезованим μ -регулятором порядку 26 для номінальної моделі, коли на систему діють зовнішні впливи та наявні шуми вимірювань розглянуто за допомогою рис. 11.

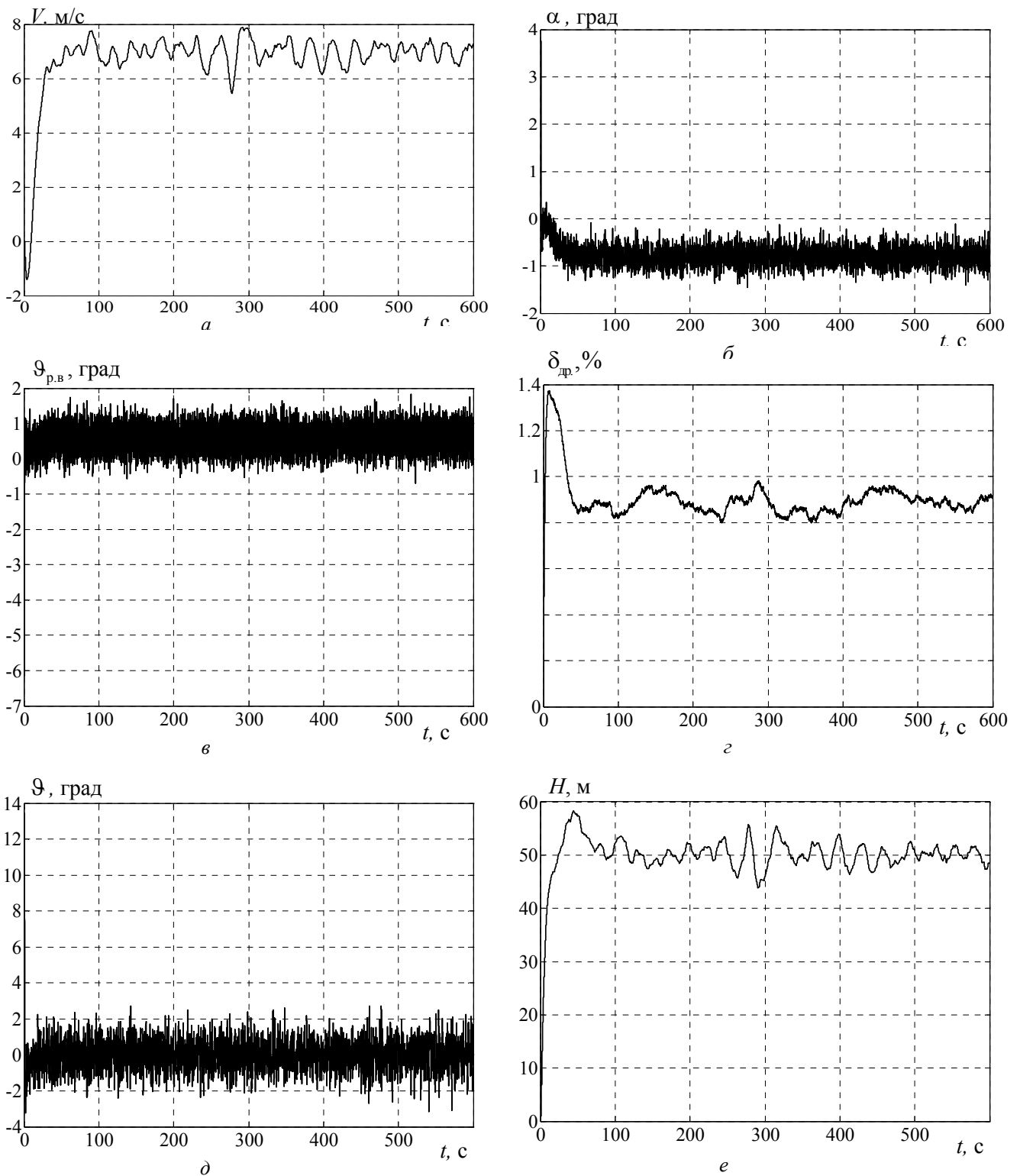


Рис. 11. Перехідні процеси:

- a* – за швидкістю;
- б* – за кутом атаки;
- в* – за відхиленням руля висоти;
- г* – за дроселюванням двигуна;
- д* – за кутом тангажа;
- е* – за висотою

Підсумки процедури $D-K$ -ітерацій

| Дані ітерації | Номер ітерації | | | | | | | | |
|----------------------------|----------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Порядок регулятора | 13 | 13 | 21 | 35 | 43 | 41 | 41 | 41 | 39 |
| Порядок D -масштабування | 0 | 0 | 8 | 22 | 30 | 28 | 28 | 28 | 26 |
| Кінцеве значення γ | 108,432 | 17,841 | 5,265 | 3,716 | 3,371 | 3,290 | 3,242 | 3,246 | 3,297 |
| Верхня межа на μ | 107,185 | 11,633 | 5,147 | 3,304 | 3,365 | 3,285 | 3,237 | 3,241 | 3,292 |

Задавали стабілізацію по висоті 50 м, для швидкості 7 м/с.

Як шуми вимірювань було обрано джерело білого шуму з нормальним розподілом (Band-Limited White Noise).

У процесі 10-хвилинного сеансу моделювання реального часу шуми вимірювань мали таку дисперсію:

$$d_V = 0,1 \text{ м/с};$$

$$d_q = 7e-6 \text{ рад/с};$$

$$d_\theta = 3e-5 \text{ рад};$$

$$d_h = 9 \text{ м}.$$

На рис. 12 зображено графік для порівняння якості детермінованих перехідних процесів μ (суцільна лінія) та H_∞ -регулятора (пунктирна лінія).

Відповідно для моделі з ДПШ $V_p = 230$ км/год (лінії 4, 6), номінальної (лінії 2, 5) та моделі з ДПШ $V = 250$ км/год (лінії 1, 3).

З аналізу графіків можна зробити висновок, що H_∞ -регулятор зовсім не справляється з завданням стабілізації за висотою та повітряною швидкістю, μ -субоптимальний регулятор забезпечує кращу якість перехідних процесів, ніж H_∞ -робастний (але не достатньо) регулятор.

Висновки

Викладено метод синтезу алгоритму керування рухом багатовимірної динамічної системи, а саме: синтез параметрично-робастного регулятора в поздовжньому каналі літака на режимі набору висоти в умовах вітрових збурень, шумів вимірювань, наявності аеродинамічної невизначеності.

Наведено результати моделювання в середовищі SIMULINK.

Теоретична основа методу формується через концепцію ССЧ, яке виконує роль функціонала якості у поєднанні з Robust Stability, Robust Performance підходами. Ця сукупність прийомів має такі особливості, що роблять їх ефективними для вирішення важливих авіаційних задач:

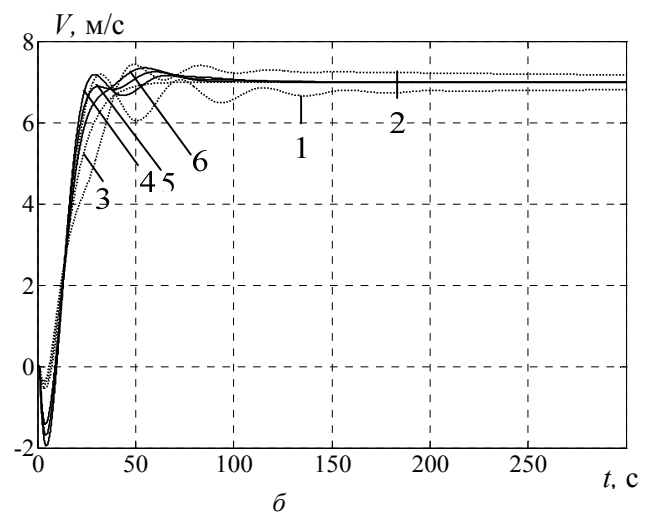
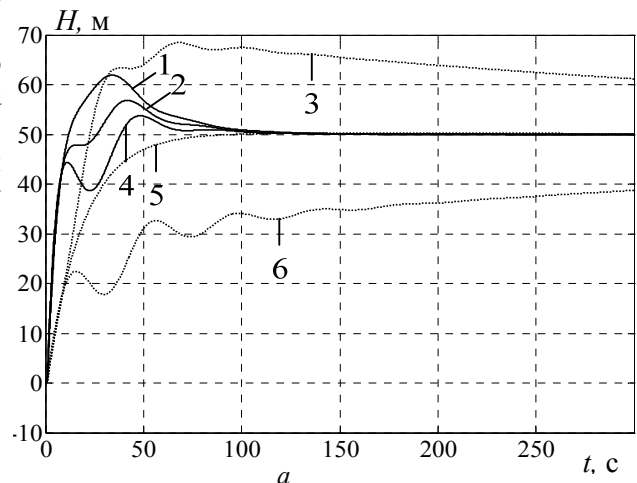


Рис. 12. Побудова перехідних процесів:

а – за висотою;

б – за швидкістю

– забезпечуються задані динамічні характеристики системи завдяки одночасному розв'язанню нелінійних матричних рівнянь Ріккати (2-Ріккати підхід);

– робастні алгоритми керування, які синтезуються даним методом, додають динамічній системі дуже слабкої чутливості до зміни як параметрів об'єкта, так і до будь-яких збурень.

Зміст роботи ілюструє одне з дуже важливих положень сучасної теорії керування: якісно вирішувати завдання стабілізації стаціонарних станів (позиціонування) можна як без наявності апріорі точного математичного опису об'єкта, так і інформації про збурення, що діють на об'єкт.

І хоча описаний метод трудомісткий щодо обчислень, корисність його дослідницького апарату багатовимірних динамічних систем уже доведено [1–4].

Література

1. Magni J.-F., Bennani S., Terlouw J. (Eds). Robust Flight Control. A Design Challenge. Springer Verlag London, Ltd., 1997. – 649 p.
2. Pratt R.W. Flight Control Systems: Practical issues in design and implementation. Edited by IEE Control Engineering Series 57 // IEEE Publ., Padstowe, Cornwall, 2000. – 382 p.
3. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. // Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 5. – С. 7–46.
4. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. John Wiley & Sons, 1997. – 559 p.
5. Zhou K. Essentials of Robust Control. Prentice Hall, May 1999. – 411 p.
6. Balas G.J., Doyle J.C., Glover K. μ -Analysis and Synthesis Toolbox For Use with MATLAB® User's Guide Version 3, 1998. – 740 p.
7. Chiang R.Y., Safonov M.G., Packard A. Robust Control Toolbox, 3rd ed. Natick, MA: The Mathworks, Inc., 2007. – 228 p.
8. Aerosim Blockset. Version 1.2 User's Guide Unmanned Dynamics, LLC No.8, 2002. – 706 p.
9. Glover K. Tutorial on Hankel-norm approximation. In From Data to Model (J.C. Willemsd.), Springer-Verlag, 1989. – P. 26–48.
10. Тунік А.А., Галкін Є.В., Мельник К.В. H_∞ -оптимізація системи керування польотом // Електроніка та системи управління. – К.: НАУ, 2006. – № 2 (8). – С. 107–118.
11. McLean D. Automatic Flight Control Systems. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1990. – 593 p.
12. Doyle J., Glover K., Khargonekar P. State – Space Solution to Standard H_2 and H_∞ Control Problems // IEEE Trans. on Automatic Control. – Vol. 34, No.8. – Aug. 1989. – P. 831–847.
13. Green M., Limebeer D.J. Robust linear control. NY: PrenticeHall, 1995. – 538 p.
14. Safonov M.G. Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems // IEE Proceeding, Part D: Control theory and Applications, 1982. – P.251–256.
15. Pilot's Operating Handbook.

Стаття надійшла до редакції 05.06.08.

