

УДК 681.5

В143

О.М. Глазок

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНИХ СИСТЕМ З НЕЛІНІЙНИМИ ЯКІСНИМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

Інститут інформатики НАУ, e-mail: compconsys@nau.edu.ua

Розглянуто приклади застосування нового методу синтезу регуляторів для нелінійних динамічних об'єктів. Задачу синтезу розв'язано модифікованим методом аналітичного конструювання на основі квадратичного функціонала якості. Досліджено методом імітаційного моделювання показники якості керованих систем, отриманих у результаті синтезу.

Вступ

Побудова сучасних динамічних керованих об'єктів ставить підвищені вимоги до систем і алгоритмів керування. Під час проектування керованої системи, що має етапи безпосереднього проектування об'єкта і системи керування, проектувальнику необхідно враховувати вимоги до параметрів якості функціонування керованої системи й особливості самої системи.

Для широкого класу динамічних систем характерною ознакою є їх функціонування у великому експлуатаційному діапазоні вихідних координат, де не виконуються умови можливості лінеаризації. Задачі стабілізації для таких систем мають враховувати великі можливі величини відхилення вихідних координат і керувань від бажаних значень, що відбувається за умови дії великих збурень. Тому актуальним є побудування методів синтезу регуляторів для нелінійних об'єктів, зокрема з поліноміальними правими частинами, які забезпечують задану якість перехідних процесів [1; 2].

Для розв'язання цієї задачі нами було застосовано метод синтезу нелінійних якісних регуляторів для багатовимірних об'єктів з поліноміальними або наближеними за допомогою ступеневого ряду правими частинами.

Процес синтезу має кілька етапів. Після того, як проведено аналітичний опис заданої системи, зведення його до стандартного вигляду й аналітичний синтез регулятора, необхідно оцінити отримані результати. Важливого значення в процесі оцінки результатів синтезу набуває етап імітаційного моделювання одержаних керованих систем. Оскільки алгоритми синтезу нелінійних регуляторів, як правило, спираються на ряд припущень, вплив яких не завжди можливо повною мірою передбачити чи врахувати аналітично, то моделювання, зокрема числовий експеримент, виявляється не лише важливим, а й необхідним кроком на шляху до отримання остаточного результату – створення для даної системи якісного регулятора з заданими характеристиками.

Постановка задачі

Розглянемо синтез регулятора для динамічної системи, що описується системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{F}(\mathbf{X}), \quad (1)$$

в якій останній доданок відображає нелінійності об'єкта. Проведемо синтез регулятора для об'єкта з параметрами

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -0,88 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4,21 & 0 & -0,4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -0,215 \\ 0 \\ -21,01 \end{pmatrix} \quad (2)$$

матриці, що описують лінійну частину об'єкта та лінійний вплив керування на об'єкт.

Нелінійну частину цієї системи можна подати у вигляді розкладу в ступеневий ряд:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{(2)}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{(3)}(\mathbf{X}) + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{F}_i(\mathbf{X}), \quad (3)$$

де кожен з доданків $\mathbf{F}_{(k)}(\mathbf{X})$ є сумою компонентів цього розкладу відповідного (k -го) ступеня компонентів вектора стану \mathbf{X} .

У результаті розкладу правих частин системи диференціальних рівнянь (1) досліджуваного об'єкта було отримано:

– доданки другого ступеня:

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 0,47x_1^2 - 0,088x_1x_3 - 0,019x_2^2 \\ 0 \\ -0,47x_1^2 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

– доданки третього ступеня:

$$\mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} 3,846x_1^3 - x_1^2x_3 \\ 0 \\ -3,564x_1^3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Функціонал якості було задано як

$$I = \int_0^{\infty} \mathbf{w}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) dt = \int_0^{\infty} (w_1(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)) + w_2(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t))) dt = \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} + c_0 V_0 + \dots + c_k V_k) dt, \quad (6)$$

де перша частина підінтегрального виразу

$$w_1(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)) = \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}$$

є звичайно вживаним підінтегральним виразом квадратичного функціонала якості, а друга частина

$$w_2(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t))$$

містить вирази

$$V_0(\mathbf{X}), V_1(\mathbf{X}), \dots, V_k(\mathbf{X})$$

– доданки відповідних ступенів розкладу функції Ляпунова $V(\mathbf{X})$ у ряд по компонентах p -вимірному вектора \mathbf{X} :

$$V(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^k V_i(\mathbf{X}). \quad (7)$$

З метою знаходження в подальшому цих компонентів запишемо їх у вигляді:

$$V_m = \sum_{v_1, v_2, \dots, v_p} a_{v_1, v_2, \dots, v_p}^{(m)} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_p^{v_p} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^p v_i = m + 2$$

Відтак задача знаходження функції Ляпунова зводиться до обчислення коефіцієнтів $a_{v_1, v_2, \dots, v_p}^{(m)}$ виразів (8) для кожного з членів ряду (7).

Синтез лінійної частини регулятора

Нехай задано матричні коефіцієнти функціонала (6):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0,25 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 1. \quad (9)$$

Спочатку проведемо синтез регулятора для лінійної частини системи (1). Записавши для системи (1) рівняння Беллмана

$$\min_{u \in \Omega(u)} \{ \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} + c_0 V_0 + \dot{V}_0 \} = 0,$$

знайдемо оптимальне керування для лінеаризованої системи:

$$\mathbf{U}_{opt.lin} = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} (\partial V_0 / \partial \mathbf{X}).$$

Нехай \mathbf{Q}_0 – симетрична, позитивно визначена матриця, що є коренем матричного рівняння Ріккати

$$\mathbf{Q}_0 \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q}_0 - \frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A})^T \mathbf{Q}_0 - \frac{1}{2} \mathbf{Q}_0 (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A}) - \mathbf{P} = 0. \quad (10)$$

Тоді функцію V_0 знайдемо як

$$V_0 = \mathbf{X}^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{X}. \quad (11)$$

Методи розв'язання рівняння Ріккати

Розглянемо складену з матричних коефіцієнтів рівняння (10) блочну матрицю такої структури:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A}) & -\mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \\ -\mathbf{P} & -\frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A})^T \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для пошуку розв'язку рівняння (10) можна застосувати ітераційну числову процедуру [3; 4], засновану на виділенні власних векторів блочної матриці (12).

При цьому залежно від вибору знака в процедурі отримаємо один із двох матричних розв'язків рівняння (10), один з яких задовольняє вимозі позитивної визначеності. Саме матрицю (12) слід використати у разі знаходження функції Ляпунова за формулою (11).

Необхідною для застосування вказаної процедури є умова, що матриця (12) не має чисто уявних власних значень. При всіх досліджених значеннях коефіцієнтів затухання c_0, c_1, c_2 система рівнянь (1–5), (9) породжує матриці (12), власні значення яких задовольняють цю умову. Але в деяких випадках об'єкт (1–5), (9) може породжувати вироджену блочну матрицю \mathbf{M} (12) або таку, яка має чисто уявні власні значення. У цьому випадку розв'язати задачу пошуку оптимального лінійного керування для нього за допомогою зазначених ітераційних чисельних процедур не вдається.

Зокрема, якщо матриця \mathbf{M} вироджена, не вдається виконати навіть перший крок цієї процедури, на якому слід було б знайти до матриці \mathbf{M} обернену. У такому разі для пошуку розв'язку рівняння (10) доводиться застосовувати інші методи. Ця обставина привела нас до створення власного алгоритму, який дозволив знайти розв'язок такого рівняння.

Розглянемо матричний багаточлен $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$, що утворює ліву частину рівняння (10):

$$\mathbf{F}(\mathbf{Q}) = \mathbf{Q} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q} - \frac{1}{2} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A})^T \mathbf{Q} - \frac{1}{2} \mathbf{Q} (c_0 \mathbf{E} + 2\mathbf{A}) - \mathbf{P}.$$

Якщо замість точного розв'язку \mathbf{Q}_0 підставити до рівняння (10) деяку матрицю $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$, $\mathbf{Q} \neq \mathbf{Q}_0$, що є наближеним розв'язком рівняння (10), значення матричного багаточлена $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ є за змістом матрицею відхилів рівняння (10). Якщо матриця \mathbf{Q} є точним розв'язком (10) $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ дорівнює нульовій матриці.

Запишемо квадратичну норму матриці $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$:

$$s(\mathbf{Q}) = \|\mathbf{F}(\mathbf{Q})\|_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij}^2(\mathbf{Q}).$$

Функція $s(\mathbf{Q}) = s(\|q_{ij}\|)$ – скалярна, неперервна, диференційована, невід’ємна функція величин q_{ij} . Її мінімальне значення, що дорівнює нулю, досягається лише при таких \mathbf{Q} , які є точними розв’язками рівняння (10).

Кожній матриці $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$ розміру $n \times n$ з дійсними елементами q_{ij} поставимо у відповідність точку n^2 -вимірного простору. Причому набір чисел $\|q_{ij}\|$ будемо розглядати як координати цієї точки.

Отже, задача пошуку коренів матричного рівняння (10) зводиться до задачі пошуку точок мінімуму неперервної функції $s(\|q_{ij}\|)$ у введеному просторі.

Найкращі результати міг би дати пошук методом градієнтного спуску, однак його застосування небажане через складність знаходження похідних в аналітичному вигляді.

У той же час виявилось, що метод покоординатного спуску, який не потребує аналітичного знаходження похідних, не дає бажаних результатів, тому що при наперед заданій послідовності пошукових напрямів процес пошуку зупиняється в сідлових точках, повторюючи надалі одні і ті ж значення.

Отже, слід знайти компроміс між складністю реалізації пошуку, з одного боку, і свободою вибору напрямів на кожному кроці пошуку, з іншого боку. Цього було досягнуто шляхом задання множини пошукових векторів, кінці яких належать до n^2 -вимірної сфери, еліпсоїда чи паралелепіпеда.

Виконуючи пошук за таким набором векторів із кроком, що зменшується, знаходимо розв’язок матричного рівняння (10) з необхідною точністю.

Знаходження нелінійної частини регулятора

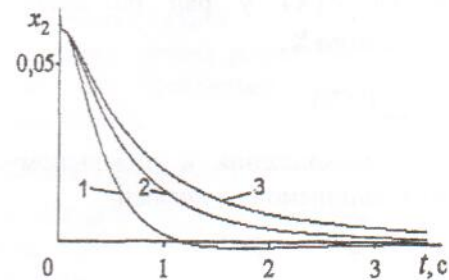
Після побудови сім’ї лінійних регуляторів для заданого об’єкта з різними показниками c_0 у системі рівнянь об’єкта (1) послідовно враховували нелінійні частини (3) – спочатку доданки другого ступеня (4), потім третього (5). Вибираючи значення коефіцієнтів затування c_1 , c_2 і розв’язуючи системи рівнянь, що впливають зі співвідношення

$$-\frac{1}{4} \left(\left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \frac{\partial V_{m-1}}{\partial \mathbf{X}} + \left(\frac{\partial V_{m-1}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} \right) + c_{m-1} V_{m-1} + \left(\frac{\partial V_{m-1}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{A} \mathbf{X} + \left(\frac{\partial V_0}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{F}_{(m)} = 0,$$

знаходимо відповідні доданки функції Ляпунова і одержуємо для заданого об’єкта оптимальний регулятор. Змінюючи параметри c_0 , c_1 , c_2 , маємо можливість побудувати для заданого об’єкта цілу сім’ю регуляторів.

Результати моделювання

На рисунку показано приклади перехідних процесів, отриманих у результаті числового моделювання об’єкта(1)–(5) із трьома різними регуляторами.



Приклади перехідних процесів у системі (1)–(5):

1 – при $c_0=1,5$, $c_1=1,5$, $c_2=1,5$; 2 – при $c_0=0,5$, $c_1=0,5$, $c_2=0,5$; 3 – при $c_0=0$, $c_1=0$, $c_2=0$

Два з цих регуляторів було отримано за заданою методикою з коефіцієнтами затування $c_0 = 1,5$, $c_1 = 1,5$, $c_2 = 1,5$ (див. рисунок, крива 1) та $c_0 = 0,5$, $c_1 = 0,5$, $c_2 = 0,5$ (крива 2). Ці перехідні процеси порівнювалися при однакових початкових умовах руху з перехідними процесами в системі з регулятором, знайденим при $c_0 = 0$, $c_1 = 0$, $c_2 = 0$ (крива 3), що відповідає синтезу регулятора за класичною методикою. Перехідні процеси, зображені на рисунку, мають відносно малі початкові відхилення фазових координат від значень рівноваги, при яких обмеження на керування впливають на характер перехідного процесу лише на його початковому етапі при $0 < t < 0,1$ с.

Під час моделювання було враховано обмеження, накладені на керування конструктивними особливостями системи керування об’єктом: максимальне абсолютне значення керуючої величини u не перевищує 0,436, а допустима швидкість її зміни

$$\frac{du}{dt} = 1,047 \text{ с}^{-1}.$$

У процесах, графіки яких зображено на рисунку, діючим обмеженням було обмеження на швидкість зміни керуючої величини. За умови, що початкове положення органів керування вибиралося нульовим, при дослідженнях перехідних процесів в усьому діапазоні початкових відхилень, які є характерними для досліджуваного об’єкта, межове допустиме значення абсолютної величини керування не досягалось.

Дослідження перехідних процесів зі значними початковими відхиленнями, при яких наявність обмежень на керування впливає на хід керованого процесу протягом майже всього періоду спостереження, показали, що і в цьому випадку регулятори, синтезовані за зазначеною методикою, помітно переважають стандартні за швидкістю перехідних процесів.

Висновки

Отримані регулятори за вказаних умов забезпечують значно кращі показники перехідного процесу порівняно з регуляторами, отриманими за класичною схемою. Параметри перехідного процесу можна змінювати вибором коефіцієнтів затування, враховуючи мету регулювання.

Через нелінійність об'єкта і наявність обмежень на керування характер руху системи може виявитися принципово різним при різних початкових умовах руху. Тому, зафіксувавши параметри об'єкта і знайшовши регулятор для певних значень коефіцієнтів затування c_0 , c_1 , c_2 , слід вивчити його поведінку за різних початкових умов. Необхідно також дослідити залежність характеру перехідних процесів від коефіцієнтів загасання за умови, якщо вони змінюються незалежно один від одного.

Однією з можливих областей практичного застосування отриманих за даною методикою регуляторів є підготовка операторів, що керують динамічними об'єктами. Цю ідею було реалізовано в тренажері, призначеному для підвищення кваліфікації пілотів цивільної авіації. Основою тренажера є модель штурвальної колонки літака з трьома степенями вільності, яку за допомогою аналого-цифрового перетворювача було підключено до комп'ютера. Програма візуалізації, отримуючи інформацію про дії пілота, розраховує координати літака в просторі і виводить на екран зображення картини, яку пілот бачить під час посадки літака.

А.М. Глазюк

Имитационное моделирование управляемых систем с нелинейными качественными регуляторами
Рассмотрены примеры использования нового метода синтеза регуляторов для нелинейных динамических объектов. Задача синтеза решена модифицированным методом аналитического конструирования на основе квадратичного функционала качества. Исследованы методом имитационного моделирования показатели качества управляемых систем, полученных в результате синтеза.

O.M. Glazok

Simulation of controlled systems with nonlinear quality regulators

The outcomes of applying the new method of synthesis of regulators for nonlinear dynamic objects are investigated. The task of synthesis is solved by the updated method of analytical constructing on the basis of a square-law functional of quality. The application of a method of simulation is considered at research of quality of the controlled systems obtained as a result of synthesis.

Додатково на екрані відображається (за вибором) "зразкова" глісада – посадочна траєкторія літака, до якої необхідно наблизитися пілоту, або повітряний коридор, всередину якого слід потрапити для того, щоб успішно здійснити посадку.

Крім цього, на екран комп'ютера може бути виведено зображення двох штурвалів, один з яких виконує індикаторну функцію – відображає дії пілота з реальним штурвалом, а другий має командно-директорну функцію, показуючи оператору оптимальну поведінку.

Такий тренажер дозволяє проводити підготовку пілота в кількох режимах. Зокрема, тренування з командно-директорним штурвалом дозволяє поступово поліпшувати кваліфікацію оператора. Для цього розташування командно-директорного штурвала обчислюється з застосуванням законів керування, отриманих за розробленою методикою.

Оператору ставиться задача керувати польотом так, щоб розходження між його діями і вказівками автомата було мінімальним.

На початку тренування слід підстроїти параметри регулятора з урахуванням кваліфікації оператора, а по мірі набуття ним необхідних моторних навичок поступово змінювати параметри регулятора так, щоб керування наближалось до оптимального.

Список літератури

1. Антонов В.К. Аналитическое конструирование качественных регуляторов. //Проблемы информатизации и управления. – К.: КМУГА, 1997.– С. 77–80.
2. Антонов В.К. Методы синтеза регуляторов с заданным качеством переходных процессов. – К.: КМУГА, 1995. – 120 с.
3. Валеев К.Г., Финин Г.С. Построение функций Ляпунова. – К.: Наук. думка, 1981. – 412 с.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1966.– 576 с.

Стаття надійшла до редакції 18.04.03.