

АЕРОКОСМІЧНІ СИСТЕМИ МОНІТОРИНГУ ТА КЕРУВАННЯ

УДК 351.814.32/34:519.2

0580-015'

¹В.П. Харченко, д-р техн. наук
²В.М. Васильєв, канд. техн. наук

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АЛГОРИТМУ ТРАЕКТОРНОЇ ОЦІНКИ КЕРОВАНОВОГО ПОЛЬОТУ

Інститут інформаційно-діагностичних систем НАУ,
e-mail: ¹kharch@nau.edu.ua, ²v_vasylyev@ukr.net

Розглянуто результати дослідження і статистичного моделювання алгоритму траекторної оцінки, який дозволяє імітувати бортове керування і формувати його відповідно до реальних законів з урахуванням нелінійних функцій обмеження сигналів. Показано, що алгоритм дає високу точність оцінки і дозволяє уникнути її розбіжності на ділянках маневрування.

Вступ

У праці [1] був запропонований спосіб розв'язання проблеми нелінійності при оцінці траекторії керованого польоту з застосуванням алгоритму, що враховує закони траекторного керування.

Реальні закони траекторного керування мають істотно нелінійні функції обмеження сигналів, і виникає проблема, якщо сигнали, що беруть участь у формуванні керування, перевищують обмежуючі значення, встановлені в реальній бортовій системі керування.

Алгоритм траекторної оцінки

Запропонований у праці [1] спосіб вирішення зазначеної проблеми нелінійності полягає у формуванні сигналу керування окремою схемою, винесеною за схему фільтра. При цьому траекторна оцінка здійснюється на базі лінійного фільтра, а сигнал керування формується згідно реальному закону з урахуванням обмежень.

На рис. 1 показано схему лінійного фільтра для моделі оцінюваного процесу

$$\dot{X} = FX + BU,$$

в якій здійснюється стабілізація через те, що керування формується у вигляді зворотного зв'язку

$$U = c\{X\}.$$

У загальному випадку закон формування керування може включати нелінійні функції.

При дискретному характері надходження траекторних вимірів із періодом $T = t_i - t_{i-1}$ оцінка повинна провадитися дискретним алгоритмом оцінки, схема якого показана на рис. 2, для дискретного процесу

$$X_i = \Phi_{i,i-1} X_{i-1} + B' U_{i-1},$$

де матриця $B' = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau) B d\tau$.

Дослідження властивостей алгоритму

У статті досліджуються властивості алгоритму траекторної оцінки і його характеристики з точності для реального закону траекторного керування.

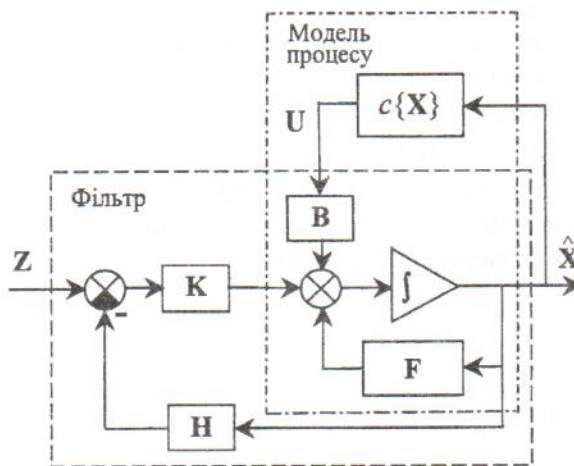


Рис. 1

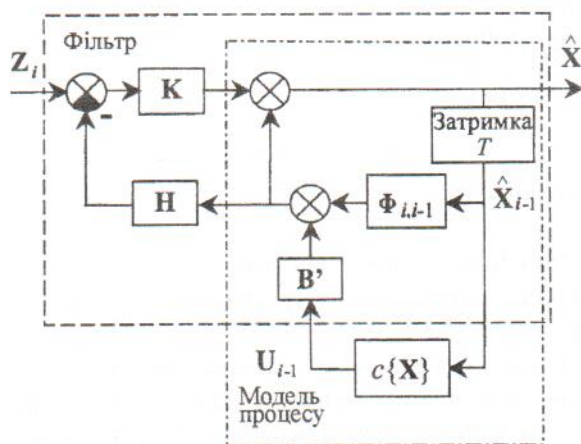


Рис. 2

Політ за заданим маршрутом є основним методом навігації. Керування боковим рухом літака здійснюється зміною кута крену. Керуючий сигнал у вигляді заданого кута крену γ_3 формується в бортовій системі керування відповідно до закону [2]:

$$\gamma_3 = c\{-k_1 c_1\{z\} - k_2 c_2\{\dot{z}\}\}, \quad (1)$$

де c – функція обмеження значень кута крену ($c = \pm \gamma_{\max}$); c_1 – функція обмеження значень бічного відхилення ($c_1 = \pm z_{\max}$); c_2 – функція обмеження значень швидкості бічного відхилення ($c_2 = \pm \dot{z}_{\max}$); k_1, k_2 – відомі коефіцієнти; z – бічне відхилення від заданої траєкторії, \dot{z} – швидкість бічного відхилення.

Закон (1) записаний без урахування складових, призначених для поліпшення якісних показників системи керування при демпфіруванні кутових коливань літака, і без урахування фільтруючих елементів.

Отже, закон керування (1) має істотно нелінійний вигляд.

Властивості алгоритму оцінки значною мірою визначаються матрицею динаміки \mathbf{F} для безперервного процесу, а для дискретної системи – перехідною матрицею $\Phi_{i,i-1}$.

Для ідентифікації керованого бічного руху літака може бути використана математична модель для безперервного процесу [3]:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} u, \quad (2)$$

де g – прискорення вільного падіння; $u = \gamma_3$.

У моделі (2) матриця динаміки \mathbf{F} має простий вигляд і, якщо немає керуючого сигналу ($u = 0$), описує зміну бічної координати зі сталою швидкістю.

При дискретизації алгоритму траєкторної оцінки керованого руху (рис. 2) перехідна матриця дорівнює

$$\Phi(T) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

а матриця $\mathbf{V}' = g \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix}^T$.

При цьому сигнал керування формується відповідно до закону (1) з урахуванням функцій обмежень.

Якщо не враховувати обмеження при формуванні сигналу керування, то одержуємо лінійну модель формування керування $\mathbf{U} = \mathbf{C}\mathbf{X}$, в якій матриця коефіцієнтів зворотного зв'язку дорівнює

$$\mathbf{C} = [-k_1 \quad -k_2].$$

Тоді модель руху може бути записана як

$$\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{F} + \mathbf{B}\mathbf{C})\mathbf{X}$$

або

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\dot{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -gk_1 & -gk_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} u. \quad (4)$$

Перехідна матриця для моделі (4) визначається аналітично і має вигляд

$$\Phi(T) = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де

$$\Phi_{11} = e^{-\lambda T} \left(\cos \omega T + \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega T \right);$$

$$\Phi_{12} = \frac{1}{\omega} e^{-\lambda T} \sin \omega T;$$

$$\Phi_{21} = -\frac{(\omega^2 + \lambda^2)}{\omega} e^{-\lambda T} \sin \omega T;$$

$$\Phi_{22} = e^{-\lambda T} \left(\cos \omega T - \frac{\lambda}{\omega} \sin \omega T \right);$$

$$k'_1 = gk_1;$$

$$k'_2 = gk_2;$$

$$\lambda = \frac{k'_2}{2};$$

$$\omega = \sqrt{k'_1 - \left(\frac{k'_2}{2}\right)^2}.$$

Потенційну (теоретичну) точність алгоритму оцінки можна визначити за значенням елементів матриці коваріацій \mathbf{P} фільтра, зміна яких для дискретного фільтра описується рівняннями:

$$\mathbf{P}(i/i-1) = \Phi(i,i-1)\mathbf{P}(i-1)\Phi^T(i,i-1) + \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T;$$

$$\mathbf{K}(i) = \mathbf{P}(i/i-1)\mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}(i/i-1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1};$$

$$\mathbf{P}(i) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(i)\mathbf{H}]\mathbf{P}(i/i-1),$$

де \mathbf{Q} – матриця дисперсій процесу, що обурює; \mathbf{H} – матриця виділення спостережень; \mathbf{R} – матриця дисперсій похибок вимірювань.

Оскільки розвиток матриці коваріацій істотно визначається перехідною матрицею, то точність оцінки залежить від прийнятої схеми алгоритму оцінки, тобто від математичної моделі оцінювального процесу.

На рис. 3 показано графік зміни похибки оцінки бічної координати по результатах обчислення матриці коваріацій для різних варіантів алгоритму траєкторної оцінки.

Для усіх варіантів моделювання припускали, що середньоквадратична похибка вимірювання бічної координати дорівнює $\sigma = 100$ м.

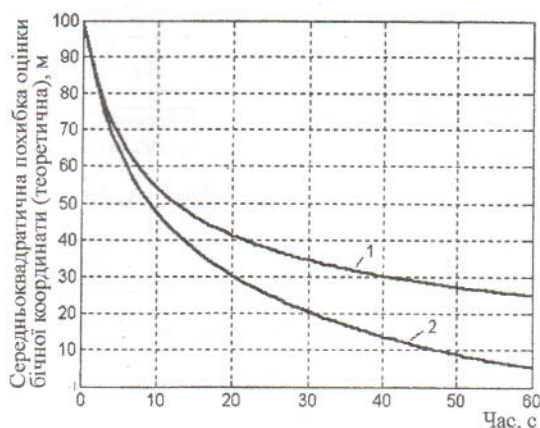


Рис. 3

За базовий варіант брали алгоритм оцінки для моделі рівномірного прямолінійного руху без сигналу керування ($u = 0$). Для цієї моделі перехідна матриця має вигляд (3), матриця $\mathbf{H} = [1 \ 0]$, а $\mathbf{Q} = 0$. Зміна середньоквадратичної похибки оцінки показана кривою 1.

З урахуванням траєкторного керування, що формується у вигляді лінійного закону зворотного зв'язку $\mathbf{U} = \mathbf{C}\mathbf{X}$ для моделі (4) з перехідною матрицею (5), зміна похибки оцінки характеризується кривою 2.

Отриманий результат показує, що введення зворотного зв'язку у лінійному вигляді підвищує потенційну точність оцінки.

Можна було б зробити висновок, що використання запропонованого методу вирішення проблеми нелінійності шляхом формування керування окремою схемою теоретично повинне погіршити точність оцінки, оскільки в цьому випадку перехідна матриця та сама, що і для базової схеми рівномірного прямолінійного польоту (3). Однак проведене статистичне моделювання процедури траєкторної оцінки з використанням різних схем алгоритмів оцінки показує, що "реально" погіршення точності оцінки значно менше відрізняється від розрахункового теоретичного, тому що теоретичне погіршення точності істотно компенсується підвищенням ступеня адекватності через використання більш реального закону траєкторного керування.

На рис. 4 показано результати статистичного моделювання для умов польоту, при яких сигнали у законі керування не виходять за границі функцій обмеження, тобто закон має лінійний вигляд.

Крива 1 показує зміну середньоквадратичної похибки оцінки бічного положення і появу розбіжності оцінки для базового варіанта моделі (2), (3) при $u = 0$, крива 3 – для моделі (4), (5), крива 2 – для запропонованого алгоритму оцінки при формуванні керування з урахуванням обмежень сигналів.

Найбільший ефект від застосування запропонованого методу спостерігається в тому випадку, якщо сигнали керування виходять за встановлені границі. У цьому випадку на точність оцінки істотний вплив починає надавати виникаюча неадекватність математичної моделі реальному процесу польоту, що призводить до появи розбіжності оцінки, тобто різкого збільшення похибки.

На рис. 5 показано результати статистичного моделювання. Крива 1 на рис. 5 відповідає кривій 3 на рис. 4, крива 2 – кривій 1 і крива 3 – кривій 2.

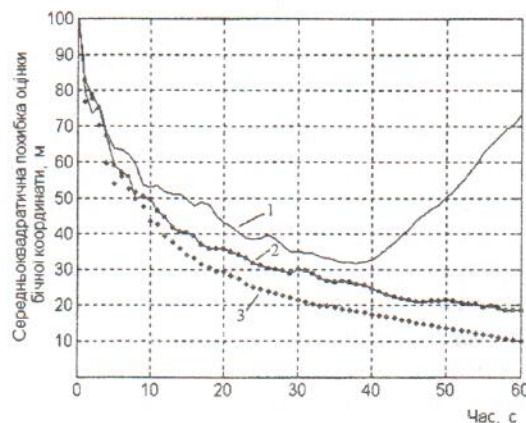


Рис. 4

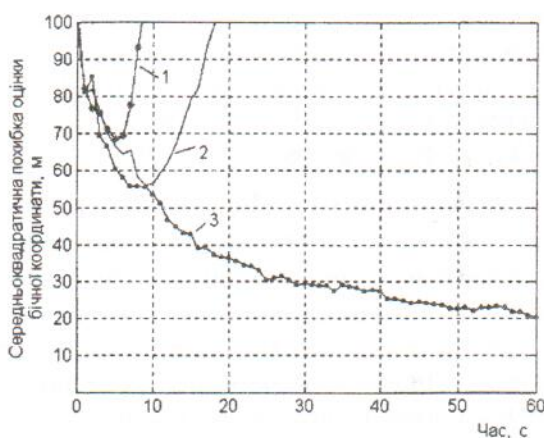


Рис. 5

Усі алгоритми, крім запропонованого, не дозволяють уникнути розбіжності оцінки.

Появу розбіжності оцінки можна спостерігати за результатами моделювання процедури траєкторної оцінки, які показані на рис. 6. Крива 1 являє собою оцінку бічної координати з використанням базового варіанта моделі (2), (3) при $u = 0$, крива 2 – для моделі (4), (5), крива 3 – для запропонованого алгоритму.

Використання запропонованого алгоритму не дає розбіжності оцінки.

На рис. 6 оцінка (крива 3) практично збігається з траєкторією, що моделюється.

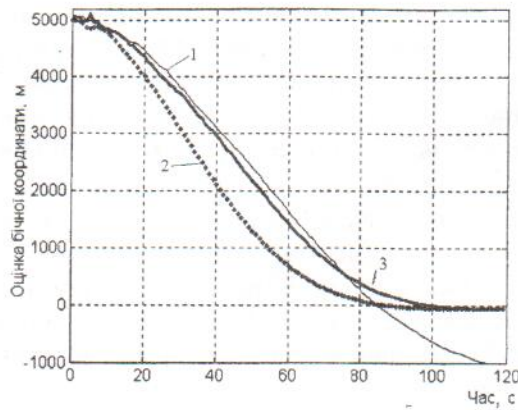


Рис. 6

Схема запобігання розбіжності оцінки

Відзначимо також проблему, пов'язану з вибором кроку при дискретизації системи оцінки. Очевидно, що у разі великого періоду дискретизації модель керованого руху може втратити властивість стійкості.

Крок дискретизації, як правило, обумовлюється періодом надходження траекторних вимірів.

У разі інтенсивного маневрування втрата стійкості може спостерігатися вже при кроку дискретизації, що дорівнює декільком секундам. Усунути втрату стійкості й, як наслідок цього, розбіжності оцінки можна зменшенням кроку дискретизації Δt у проміжках T між надходженнями вимірів. У цьому випадку необхідно процедуру прогнозування в алгоритмі траекторної оцінки робити послідовно згідно з виразом

$$\mathbf{X}(t_i) = \Phi_{\Delta t} [\dots \Phi_{\Delta t} [\Phi_{\Delta t} \mathbf{X}(t_{i-1}) + \mathbf{B}'_{\Delta t} \mathbf{U}(t_{i-1})] + \mathbf{B}'_{\Delta t} \mathbf{U}(t_{i-1} + \Delta t)] \dots + \mathbf{B}'_{\Delta t} \mathbf{U}(t_{i-1} + (L-1)\Delta t)$$

при $\Delta t < T$; $T = L\Delta t$ (L – ціле позитивне число) із синхронізацією моментів підключення вимірів, що надходять, і видачею результатів оцінки.

Структурна схема такого алгоритму показана на рис. 7. Індекс j визначає такт усередині періоду надходження вимірів T . При цьому зменшений крок дискретизації дорівнює $\Delta t = t_j - t_{j-1}$.

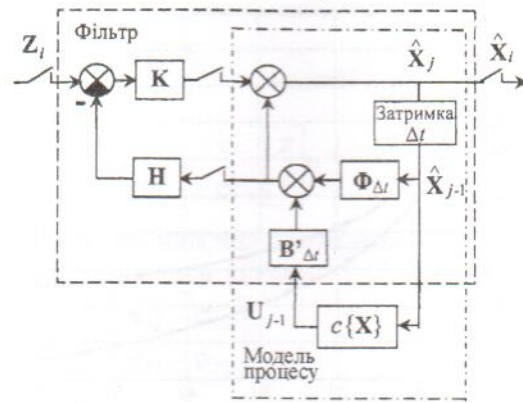


Рис. 7

Перехідна матриця $\Phi_{\Delta t} = \Phi(t_j - t_{j-1})$ і матриця $\mathbf{B}'_{\Delta t} = \mathbf{B}'(t_j - t_{j-1})$ виконують прогнозування вектора станів усередині інтервалу часу T від моменту t_{j-1} до моменту t_j .

Висновки

Застосування запропонованого методу вирішення проблеми нелінійності, що полягає у формуванні керування окремою схемою, винесеного за схему фільтра, з урахуванням обмежень сигналів дозволяє уникнути розбіжності оцінки і забезпечити високу точність оцінки параметрів траєкторії. Точність оцінки наближається до теоретичної потенційної точності оцінки лінійного фільтра.

Список літератури

1. Васильєв В.М. Підвищення адекватності і точності відстеження траєкторій керованого польоту літаків // Вісн. НАУ. – 2003. – № 1. – С. 50–53.
2. Байбородин Ю.В., Драпкин В.В., Сменковский Е.Г., Унгурия С.Г. Бортовые системы управления полетом. – М.: Транспорт, 1975. – 336 с.
3. Васильєв В.Н. Использование информации о программе движения самолета в задачах оценки местоположения // Авиационные автоматизированные комплексы управления и моделирования: Межвуз. сб. науч. тр. – К.: КИИГА, 1978. – Вып. 2. – С. 36–42.

Стаття надійшла до редакції 26.01.04.

В.П. Харченко, В.Н. Васильєв

Исследование свойств алгоритма траекторной оценки управляемого полета

Рассмотрены результаты исследования и статистического моделирования алгоритма траекторной оценки, который позволяет имитировать бортовое управление и формировать его в соответствии с реальными законами с учетом нелинейных функций ограничения сигналов. Показано, что алгоритм дает высокую точность оценки и позволяет избежать ее расходимости на участках маневрирования.

V.P. Kharchenko, V.M. Vasylyev

Research of estimation algorithm's characteristics of controlled flight trajectory

The outcomes of a research and statistical simulation of algorithm of trajectory estimation are given. This algorithm is able to imitate flight management and to form control signals in the correspondence with the actual laws, with nonlinear functions of restriction of signals. The algorithm has a high exactitude of trajectory estimations and allows avoiding the estimation divergence while maneuvering.