

УДК 620.179.15

В.С. Єременко, канд. техн. наук
 Б.Г. Марченко, д-р. фіз.-мат. наук
 В.М. Мокійчук

ВИКОРИСТАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ДІАГНОСТИЦІ КОМПОЗИТИВ МЕТОДОМ НИЗЬКОШВИДКІСНОГО УДАРУ

Інститут інформаційно-діагностичних систем НАУ, e-mail: nau_307@ukr.net

Показано можливість використання гільбертових випадкових процесів для математичного моделювання інформаційних сигналів при діагностиці композиційних матеріалів. Наведено експериментальні результати, які підтверджують зміну ймовірнісних характеристик процесу відповідно до дефектності виробу.

Вступ

Одним із важливих моментів під час розробки методів діагностики матеріалів і виробів є побудова математичних моделей інформаційних сигналів, на основі яких буде проводитися діагностика.

Від обраної моделі значною мірою залежать методи обробки інформаційних сигналів, визначення діагностичних ознак і, відповідно, отриманий результат.

Більшість відомих фізичних моделей, за допомогою яких вивчають залежність зміни інформативних параметрів сигналів від дефектності виробу при контролі методом низькошвидкісного удару, мають ряд суттєвих недоліків, які не дозволяють застосовувати їх під час розрахунків і формування простору діагностичних ознак [1].

До цих недоліків можна віднести:

- залежність піддатливості дефектної області та її механічного імпедансу від фізичних характеристик граничних зон дефектів і їх форми;
- неможливість врахування впливу всієї широкої гама дефектів у композиційних матеріалах на їх механічні характеристики;
- значні труднощі при розрахунку частотно-залежних механічних імпедансів зон з реальними дефектами.

Постановка завдання

Значні недоліки відсутні в ймовірнісних моделях інформаційних сигналів. Тому доцільним є побудова такої стохастичної моделі, яка дозволяє врахувати випадкові зміни параметрів фізичних процесів, застосувати методи статистичної обробки і, отже, підвищити точність діагностування та розширити простір діагностичних ознак.

Розробка моделі інформаційних сигналів

Процес діагностування методом низькошвидкісного удару полягає у впливі на виріб або його зону серії однорідних ударних імпульсів, яку

можна зобразити у вигляді послідовності випадкових незалежних імпульсів:

$$\Delta\eta(\tau_j) = \eta(\tau_{j+1}) - \eta(\tau_j), \quad j=1,2,\dots,$$

що виникають у випадкові моменти часу τ_j і задовольняють умови незалежності приростів на інтервалах часу, що не перетинаються [2]. Тоді породний процес у довільні моменти часу t описується однорідним випадковим процесом з незалежними приростами, моменти часу якого збігаються з моментами виникнення окремих імпульсів, а величини сигналів визначаються енергією імпульсів:

$$\eta(t) = \sum_{\tau_j} \Delta\eta(\tau_j), \quad 0 \leq \tau_j \leq t.$$

Якщо розглядати процес ударної взаємодії як лінійний в області пружних деформацій, то сигнал $\xi(t)$, який фіксується давачем сили, установленим на бойку ударного механізму, можна розглядати як відгук лінійної системи з імпульсною реакцією $\varphi(\tau, t)$ на прирости породного процесу $\Delta\eta(\tau_j)$ [3].

Цей відгук описується стохастичним інтегралом за випадковою функцією і також є лінійним випадковим процесом, інтегральне зображення якого

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau), \quad t \in T,$$

де T – область визначення процесу.

Параметри ядра $\varphi(\tau, t)$ процесу $\xi(t)$ визначаються механічними властивостями контрольованої ділянки, які, у свою чергу, залежать від наявності дефектів у виробі.

Якщо вважати дану систему інваріантною в часі

$$\varphi(\tau, t) = \varphi(\tau - t),$$

то її відгуком є лінійний стаціонарний процес, що використовується як стохастична модель сигналів ударної взаємодії.

Цей процес має задовольняти умови фізичної реалізованості і мати скінченну потужність

$$M(\xi^2(t)) < \infty,$$

тобто дисперсія приростів процесу $\eta(\tau)$ має бути скінченною, а ядро процесу інтегровним у квадраті.

Ці умови задовольняє клас гільбертових лінійних випадкових процесів.

Якщо породний процес $\eta(\tau)$ є однорідним стохастичним неперервним процесом з незалежними приростами, то можна визначити характеристичну функцію процесу $\xi(t)$ [4].

Логарифм одновимірної характеристичної функції у формі Колмогорова від вхідного процесу $\xi(t)$ визначають за виразом

$$\ln f_{\xi}(u; t) = \ln M[\exp(iu\xi(t))] = imn \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\tau + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(iux\varphi(\tau, t)) - 1 - iux\varphi(\tau, t)] \frac{dK(x)}{x^2} d\tau,$$

де m – математичне сподівання процесу:

$$m = -\frac{d}{du} \ln f(u)/u = 0;$$

$K(x)$ – пуассонівський спектр стрибків у формі Колмогорова:

$$K(x) = \frac{1}{2\pi} \lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{-c}^c \frac{e^{-iy} - e^{iux}}{iu} \frac{d^2}{du^2} \ln f(u) du.$$

Загальний вид характеристичної функції дозволяє виконати повний аналіз вхідного випадкового процесу, оперуючи тільки параметрами ядра його інтегрального зображення, яке є невідповідною функцією, що значно спрощує процес розрахунків.

Лінійну ланку з імпульсною реакцією $\varphi(\tau, t)$, яка моделює перетворення породного процесу в інформативний сигнал на виході давача сили, можна зобразити у вигляді механічної системи “маса – пружина – демпфер” з одним ступенем вільності, на яку діє сила збурення у вигляді послідовності імпульсів $\eta(t)$. Причому піддатливість пружини в даній моделі визначається піддатливістю зони зіткнення B , а закріплена на пружині маса відповідає масі бойка γ ударного механізму.

Імпульсна реакція даної ланки визначається виразом [5]

$$\varphi(\tau) = U(\tau) \frac{\omega^2}{\Psi} e^{-\beta\tau} \sin \Psi\tau,$$

де $U(\tau)$ – функція Хевісайда:

$$U(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau \geq 0; \\ 0, & \tau < 0; \end{cases}$$

ω – резонансна частота; Ψ – параметр резонансу, що характеризує механічну систему:

$$\Psi = \sqrt{\omega^2 - \beta^2};$$

β – коефіцієнт затухання.

У свою чергу, піддатливість B зони удару буде визначатися, переважно, піддатливістю матеріалу виробу в точці удару [6], оскільки бойок виконаний із металу, піддатливість якого на декілька порядків нижча за піддатливість композиційного матеріалу, що контролюється:

$$B \approx \frac{\left(1 - \frac{\mu^2}{E}\right)^{\frac{2}{3}}}{1,823 \sqrt{F_m R}},$$

де μ, E – відповідно коефіцієнт Пуассона і модуль Юнга контрольованого матеріалу; F_m – максимальна сила ударної дії; R – площа контакту бойка з виробом при ударній дії.

За умовою постійності площі контакту пружна піддатливість поводить себе як лінійна пружина. Тому наявність дефекту в контрольованому виробі аналогічна вводу пружини з піддатливістю B_d між бойком і виробом, жорсткість якої зменшується зі збільшенням величини дефекту:

$$B^1 = B + B_d.$$

У загальному випадку розрахувати піддатливість ділянки не є можливим, тому що не визначено форму дефекту, граничні умови, координати ударної дії. Отже, наявність дефекту у виробі призводить до зміни піддатливості механічної системи та її імпульсної реакції.

За виглядом імпульсів сили ударної дії можна приблизно описати перехідну характеристику $\varphi(\tau)$ імпульсною реакцією ланки другого порядку (рис. 1).

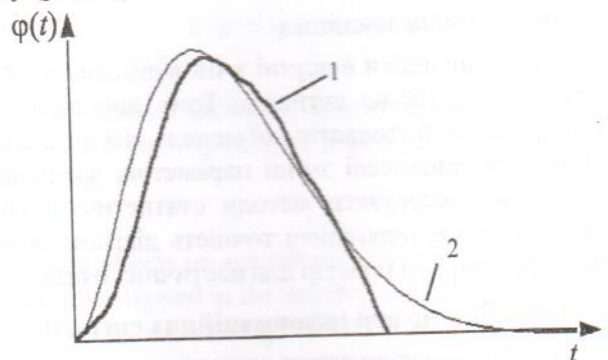


Рис. 1. Апроксимація імпульсу сили ударної дії (1) імпульсною реакцією аперіодичної ланки другого порядку (2)

Для того, щоб перетворити взяту як модель механічну систему в аперіодичну ланку, необхідно розглядати граничний випадок, коли дійсне демпфірування C наближається до критичного:

$$C_k = 2\sqrt{B\gamma}.$$

Тоді коефіцієнт відносного демпфірування

$$\gamma = \frac{C}{C_k} \rightarrow 1,$$

а затухання $\beta \rightarrow \omega$. У цьому випадку імпульсну реакцію можна розрахувати як границю у вигляді:

$$\lim_{\beta \rightarrow \omega} \varphi_1(\tau) = \lim_{\beta \rightarrow \omega} \omega^2 \tau e^{-\beta\tau} \frac{\sin \Psi\tau}{\Psi\tau} U(\tau) = \omega^2 \tau e^{-\omega\tau} U(\tau).$$

Для дійсного гільбертового лінійного процесу $\xi(t)$ математичне сподівання і дисперсію можна записати у вигляді:

$$M\xi(t) = \kappa_1 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\tau;$$

$$D\xi(t) = \kappa_2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(\tau, t) d\tau,$$

де $\kappa_1 = M\eta(t)$ та $\kappa_2 = D\eta(t)$ – відповідні кумулянти вхідного процесу $\eta(t)$.

Для стаціонарного вхідного процесу $\kappa_1 = \text{const}$, $\kappa_2 = \text{const}$, тоді зміни математичного сподівання і дисперсії процесу $\xi(t)$, що реєструється давачем сили, будуть визначатися тільки параметрами ω, Ψ, β перехідної характеристики $\varphi(t)$, які залежать від механічних властивостей контрольованої зони виробу.

Аналогічні розмірковування можна розповсюдити і на моменти третього і більш високих порядків.

Отже, на основі зазначеного можна зробити висновок, що стохастичні характеристики процесу ударної дії $\xi(t)$ залежать від механічних властивостей контрольованої зони виробу і можуть бути використані як інформативні параметри при діагностиці виробів.

Експериментальні дослідження

Отримані математичні моделі інформаційних сигналів були побудовані виходячи з гіпотези про стаціонарність процесу ударної дії, тому за експериментальними даними була проведена перевірка даної гіпотези на основі непара метричного критерію погодження Колмогорова – Смірнова [7], який дозволяє визначити стаціо-

нарність у строгому розумінні на відміну від параметричних критеріїв Фішера і Стьюдента.

Процедура перевірки гіпотези про стаціонарність процесу ударної дії полягає в перевірці факту належності отриманих у різні моменти часу N незалежних вибірок, що не перетинаються, обсягу n до одного і того ж випадкового процесу з функцією розподілу $F(x)$.

Експерименти проводилися на зразках стільникових панелей товщиною 20 мм з товщиною зовнішнього шару вуглепластика 3 мм, стільниковий наповнювач – алюмінієва фольга. Досліджувалися бездефектні еталонні зразки та зразки з моделями дефектів, коли немає клеєвого з'єднання між вуглепластиком і стільниковим наповнювачем діаметром 20 мм. Удари наносилися по центру дефектної області за допомогою електромагнітного перетворювача, на бійці якого встановлено давач сили. Маса бойка становила 20 г, максимальна швидкість бойка в момент удару – 2,0 м/с.

Перевірка на стаціонарність досліджуваних процесів проводилася за генеральною сукупністю обсягом 10 000 значень, з яких формувалися три вибірки по 3000 значень, що не перетинаються. Для кожної вибірки виконувалося нормування значень і розраховувалася функція розподілу ймовірностей (рис. 2).

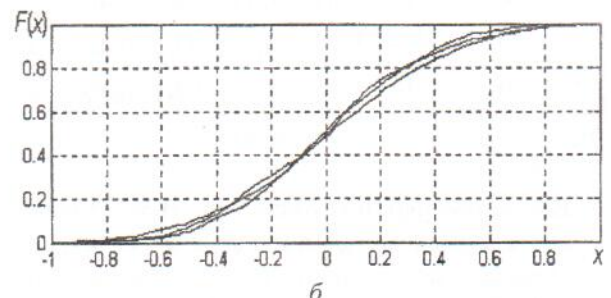
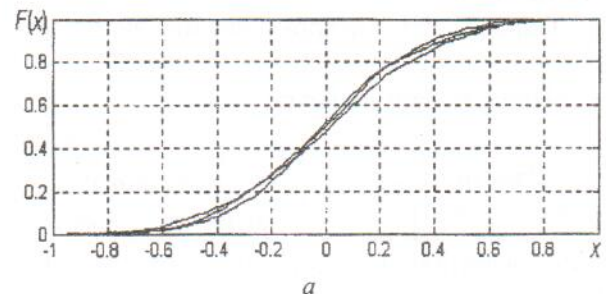


Рис. 2. Функції розподілу процесів ударної взаємодії: а – бездефектний; б – дефект 20 мм

Отримані функції розподілу попарно порівнювалися між собою, розраховувалися значення статистик Колмогорова – Смірнова D_{n_1, n_2} , які наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Статистика	Удар у зоні	
	бездефектній	дефектній
D_{n_1, n_2}	0,026	0,034
D_{n_1, n_3}	0,025	0,033
D_{n_2, n_3}	0,023	0,027

Взявши рівень значущості $\alpha = 0,01$, за таблицями значень квантилей розподілу Колмогорова [8] визначаємо відповідне порогове значення

$$k_{1-\alpha} \sqrt{\frac{2}{n}} = 0,042.$$

Оскільки значення статистик, наведені в табл. 1, не перевищують порогове значення, то з імовірністю 0,99 приймається гіпотеза про стаціонарність процесу ударної взаємодії.

Для підтвердження зазначених теоретичних передумов проведено експериментальні дослідження можливості використання оцінок дисперсії, коефіцієнтів асиметрії та ексцесу як діагностичні ознаки при діагностиці методом низькошвидкісного удару.

Експерименти проводилися на зразках стільникових панелей з моделями дефектів діаметрами 10, 20, 30 мм.

Тип дефектів – непроклея між вуглепластиком та стільниковим наповнювачем.

Отримані дані наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Діаметр дефекту, мм	Дисперсія	Коефіцієнт	
		асиметрії	ексцесу
Бездефектний	$1,35 \pm 0,01$	$0,03 \pm 0,01$	$0,25 \pm 0,03$
10	$1,27 \pm 0,03$	$0,11 \pm 0,02$	$0,40 \pm 0,02$
20	$1,21 \pm 0,02$	$0,17 \pm 0,02$	$0,48 \pm 0,02$
30	$1,18 \pm 0,02$	$0,19 \pm 0,01$	$0,49 \pm 0,02$

В.С. Еременко, Б.Г. Марченко, В.М. Мокийчук

Использование вероятностных моделей при диагностике композитов методом низкоскоростного удара

Показана возможность использования гильбертовых случайных процессов для математического моделирования информационных сигналов при диагностике композиционных материалов. Приведены экспериментальные результаты, которые подтверждают изменение вероятностных характеристик процесса в зависимости от дефекта изделия.

V.S. Yeremenko, B.G. Marchenko, V.M. Mokiychuk

The using of random models under composites diagnostics by low velocity impact method

There is described possibilities of Hilbert random processes using for mathematics modeling of information signals under diagnostics of composite materials. The experimental result which confirm variation of random characteristics of process depend upon defects in product is carried out.

Як видно з табл. 2, оцінки дисперсії, коефіцієнта асиметрії та ексцесу процесу ударної взаємодії зазнають змін при появі дефектів у досліджуваному виробі і тому можуть бути використані як інформативні ознаки при діагностиці композиційного матеріалу.

Висновки

Запропонована математична модель інформаційних сигналів при діагностиці методом низькошвидкісного удару на основі лінійних випадкових процесів з незалежними приростами допускає визначення її параметрів за результатами експериментів на реальному об'єкті. Ця модель дозволила визначити новий клас діагностичних ознак – імовірнісні характеристики процесу ударної взаємодії.

Список літератури

1. *Cawley P., Adams R.D.* The mechanics of the coin-tap method of non-destructive testing // *Journal of sound and vibration.* – 1988. – № 2 (122). – Р. 299–313.
2. *Марченко Б.Г., Щербак Л.Н.* Линейные случайные процессы и их применение. – К.: Наук. думка, 1975.– 143 с.
3. *Марченко Б.Г.* Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. – К.: Наук. думка, 1973.– 191 с.
4. *Лукач Е.* Характеристические функции. – М.: Наука, 1979.– 424 с.
5. *Марченко Б.Г., Мыслович М.В.* Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. – К.: Наук. думка, 1992.– 196 с.
6. *Голдсмит В.* Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – М.: Стройиздат., 1965. – 448 с.
7. *Леман Э.* Проверка статистических гипотез. – М.: Статистика, 1968.– 382 с.
8. *Мюлер П., Нойман П., Шторм Р.* Таблицы по математической статистике. – М.: Финансы и статистика, 1982.– 278 с.

Стаття надійшла до редакції 22.09.03.