

УДК 531.08:621.311.22

В.С. Горбатов, канд. техн. наук
В.М. Першаков, канд. техн. наук

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ НЕЛІНІЙНО ПРУЖНИХ ТРУБОПРОВОДІВ

Інститут транспортних технологій НАУ, e-mail: veryzhsky@mbox.com.ua

Наведено результати аналітичних досліджень вільних коливань трубопроводів з урахуванням їх геометричної нелінійності і власної ваги труби та рідини в ній. Урахування нелінійності роботи трубопроводу дозволяє істотно уточнити прогноз динамічної поведінки енергетичної системи.

Мета роботи – уточнити параметри вільних коливань трубопроводу, який знаходиться під тиском рідини, що рухається всередині трубопроводу, з урахуванням геометричної нелінійності пружної системи.

Аналіз попередніх досліджень

При розрахунках вібрації трубопроводів енергетичних, промислових і транспортних установок необхідно як можна з більшою точністю встановити параметри вільних коливань різних трубопроводів. У попередніх дослідженнях отримано аналітичні вирази для коливань лінійно і нелінійно пружних трубопроводів без урахування впливу внутрішнього тиску рідини [1].

Постановка завдання

Розглянуто вільні коливання горизонтально розташованого трубопроводу з геометричною нелінійністю.

Розрахункова схема трубопроводу являє собою балку кільцевого перерізу, закріпленою на кінцях шарнірно нерухомих опор. Балка прогіном ℓ має початкове викривлення, що викликане власною вагою і силою інерції (квазістатичний режим).

Трубопровід має ідеально гладкі стінки і рідину, яка рухається всередині зі швидкістю V під тиском P .

Основний матеріал досліджень

Інтенсивність повного погонного навантаження на трубопровід дорівнює

$$q = q_0 - (m_t + m_p)\ddot{Y}(t) - (m_p V^2 + pF_T)Y''(x), \quad (1)$$

де q_0 – інтенсивність навантаження від власної ваги труби і рідини; m_t – погонна маса трубопроводу; m_p – погонна маса рідини, яка протікає в трубопроводі; $Y(x, t)$ – відхилення трубопроводу від положення статичної рівноваги; p – тиск рідини в трубопроводі; F_T – площа перерізу труби.

Тут коріолісовою силою нехтуємо, оскільки відбувається надійне закріплення трубопроводу на опорах [2].

Рівняння зігнутої осі балки з нерухомими опорами має вигляд [3]:

$$Y^{IV} = \frac{1}{EI} \left[q + Y'' \frac{EI \ell}{2I_0} (Y')^2 dx \right], \quad (2)$$

де EI – жорсткість балки на згин.

Підставивши вираз (1) для навантаження в рівняння (2), приходимо до рівняння коливань трубопроводу:

$$Y^{IV} + bY'' + Y'' \left[C_* - a \int_0^\ell (Y')^2 dx \right] = \frac{q_0}{EI}, \quad (3)$$

де

$$b = \frac{1}{EI} (m_t + m_p);$$

$$C_* = \frac{1}{EI} (m_p V^2 + pF_T), \quad (4)$$

$$a = \frac{1}{2Ip^2};$$

$$p = \sqrt{\frac{1}{F}}.$$

Отримане рівняння (3) є неоднорідним. Повний прогин $Y(x, t)$ балки дорівнює

$$Y(x, t) = Y_1(x, t) + Y_2(x, t). \quad (5)$$

де $Y_1(x)$ – прогин квазістатичного режиму, який не залежить від часу; $Y_2(x, t)$ – прогин при коливаннях.

Підставимо вираз для прогину (5) у рівняння коливань трубопроводу (3). Враховуючи рівняння квазістатичного режиму

$$Y_1^{IV} + Y_1'' \left[C_* - a \int_0^\ell (Y_1')^2 dx \right] = \frac{q_0}{EI},$$

а також наближені рівності

$$(Y_1' + Y_2') \cong (Y_1')^2 + 2Y_1'Y_2';$$

$$(Y_1' + Y_2') \cong (Y_1')^2 + (Y_2')^2.$$

які впливають із малості нелінійних членів, приходимо до рівняння

$$Y_2^{IV} + bY - Y_1^{II} a \int_0^\ell Y_1' Y_2' dx + Y_2^{II} \left\{ C_* - a \int_0^\ell [(Y_1')^2 + (Y_2')^2] dx \right\} = 0. \quad (6)$$

Розв'язок рівняння (6) шукаємо у вигляді

$$Y_2(x, t) = X(x) \cos \varphi(t). \quad (7)$$

Підставивши розв'язок (7) у рівняння (6) і нехтуючи високими гармоніками, одержимо

$$Y^{IV} + b\theta^2 X + X^{II} \left\{ C_* - a \left[\int_0^\ell (Y_1')^2 dx + \frac{3}{4} \int_0^\ell (X')^2 dx \right] \right\} - 2Y_1^{II} a \int_0^\ell Y_1' X' dx = 0. \quad (8)$$

Тут прогин Y_1 входить до складу малих нелінійних членів. Тому його можна врахувати наближено, апроксимувавши синусоїдою, тобто

$$Y_1 = f \sin \frac{\pi}{\ell} x, \quad (9)$$

де f – максимальний прогин лінійної задачі, дорівнює

$$f = \frac{4q_0 \ell^4}{\pi^5 EI} \frac{1}{1 - C_* \frac{\ell^2}{\pi^2}}. \quad (10)$$

З виразу (10) випливає висновок необмеженого збільшення прогину за умови

$$C_* = \left(\frac{\pi}{\ell} \right)^2. \quad (11)$$

Підставивши рівняння (4) у вираз (11) для C_* , отримаємо формулу лінійної задачі для критичної швидкості протікання рідини

$$V_{кр} = \sqrt{\frac{1}{m_p} \left(EI \frac{\pi^2}{\ell^2} - pF_T \right)}$$

і критичного тиску, під дією якого трубопровід утрачає статичну стійкість:

$$p_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2 F_T}.$$

Розв'язок рівняння (8) шукаємо у вигляді

$$X = Y_{\max} \sin \frac{\pi}{\ell} x. \quad (12)$$

Підставивши вирази (9), (12) у рівняння (8) і виконуючи квадратури, отримаємо

$$Y_{\max} \left\{ \frac{\pi^4}{\ell^4} - b\theta^2 - \frac{\ell^2}{\pi^2} \left[C_* - \frac{\pi a}{2\ell} \left(f^2 + \frac{3}{4} Y_{\max}^2 + 2fY_{\max} \right) \right] \right\} \times \sin \frac{\pi}{\ell} x = 0. \quad (13)$$

Прирівнявши до нуля вираз у фігурних дужках (13) і використовуючи наближену рівність

$$f^2 + 2fY_{\max} + \frac{3}{4} Y_{\max}^2 \cong \frac{3}{4} (f + Y_{\max})^2,$$

приходимо до формули власної частоти:

$$\theta = \frac{\pi^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EI}{m_t + m_p}} \times \quad (14)$$

$$\times \sqrt{1 + \frac{\ell^2}{\pi^2} \left[\frac{3}{4} \pi^2 \left(\frac{f + Y_{\max}}{2\ell p} \right)^2 - \frac{1}{EI} (m_p V^2 + pF_T) \right]}.$$

Прирівнявши до нуля вираз під радикалом формули власної частоти (14) і покладаючи там $Y_{\max} = 0$, з урахуванням формул (4), (10) отримуємо рівняння критичної швидкості:

$$1 + \frac{\ell^2}{\pi^2} \left\{ 3 \left(\frac{q_0 \ell^3}{\pi^4 \rho EI} \right) \frac{1}{\left[1 - \frac{\ell^2}{\pi^2 EI} (m_p V_{кр}^2 + pF_T) \right]^2} - \frac{1}{EI} (m_p V_{кр}^2 + pF_T) \right\} = 0. \quad (15)$$

Розв'язуючи рівняння (15), набуваємо найменше позитивне значення критичної швидкості $V_{кр}$, яке буде більшим, ніж значення $V_{кр}$ для лінійної задачі.

Аналогічно одержимо вираз для частоти коливань нелінійно пружного трубопроводу:

$$\theta = \frac{\pi^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EI}{m_p - m_t}} \times \left\{ 1 + \frac{\ell^2}{\pi^2} \left[\frac{27\pi^6}{16} \frac{\beta \ell_4}{EI_2 \ell^6} (f + Y_{\max})^2 - \frac{1}{EI_2} (m_p V^2 + pF_T) \right] \right\}^{\frac{1}{2}},$$

де I_2 – момент інерції поперечного перерізу труби з зовнішнім D і внутрішнім d діаметром:

$$I_2 = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4).$$

Прирівнявши до нуля вираз під радикалом і покладаючи там $Y_{\max} = 0$, з урахуванням формул (4), (9) отримуємо рівняння критичної швидкості:

$$1 + \frac{\ell^2}{\pi^2} \left\{ \frac{3\beta\ell^4}{EI_2} \left(\frac{3q_0\ell}{\pi^2 EI_2} \right)^2 \frac{1}{\left[1 - \frac{\ell^2}{\pi^2 EI_2} (m_p V_{kp}^2 + pF_T) \right]^2} - \frac{1}{EI_2} (m_p V_{kp}^2 + pF_T) \right\} = 0$$

Висновки

1. Отримано аналітичні вирази для частоти вільних коливань нелінійно пружних трубопроводів з урахуванням внутрішнього тиску рідини.

2. Отримано рівняння для визначення критичної швидкості руху рідини.

3. При жорсткій нелінійності матеріалу трубопроводу ($\beta > 0$) критична швидкість буде більше, ніж швидкість для лінійної системи.

4. При м'якій нелінійності матеріалу трубопроводу ($\beta > 0$) критична швидкість буде менше, ніж швидкість для лінійної системи.

В.С. Горбатов, В.Н. Першаков

Свободные колебания нелинейно-упругих трубопроводов

Приведены результаты аналитических исследований свободных колебаний трубопроводов с учетом их геометрической нелинейности и собственного веса трубы и жидкости в ней. Учет нелинейности работы трубопровода позволяет существенно уточнить прогноз динамического поведения энергетической системы.

V.S. Gorbatov, V.N. Pershacov

Free oscillation of nonlinear elastic pipelines

The results of analytical resecerches of free oscillation of pipelines taking into account its geometrical nonlinearity and influence of own pipe's weight and liquid inside it are presented in this article. Considering of the nonlinearity of the pipeline allows to know forecast of dynamical behaviour of energetic system more conectly.

Напрями подальших досліджень

Задача усунення резонансних режимів коливань і суттєвої вібрації трубопроводів енергетичних, промислових і транспортних установок вимагають уточненого прогнозу значень частот і амплітуд власних коливань нелінійно пружних трубопроводів.

Такий прогноз дозволяє також підібрати параметри трубопроводу, щоб уникнути резонансних режимів вібрації або зменшити величини амплітуд коливань до допустимих величин.

Матеріали проведених досліджень дозволяють провести аналіз реалізації стаціонарних режимів коливань конкретних трубопроводів, які підпадають під дію примусових сил.

Список літератури

1. Самарин А.А. Вибрации трубопроводов энергетических установок и методы их устранения. – М.: Энергия, 1979. – 288 с.
2. Горбатов В.С. Дослідження вільних коливань трубопроводів з урахуванням коріолісового прискорення // Матеріали IV міжнар. наук.-техн. конф. "Авіа-2002", квіт. 2002 р. – К.: НАУ, 2002. – С. 214-218.
3. Бондарь Н.Г. Нелинейные автономные задачи механики упругих систем. – К.: Будівельник, 1971. – 140 с.

Стаття надійшла до редакції 14.04.03.