

УДК 539.3

В 251.18641

Б.В. Астанін, д-р техн. наук  
 М.М. Бородачов, д-р техн. наук  
 Н.О. Сирота

## КОЕФІЦІЕНТИ КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ З КОРОЗІЙНИМИ ПОШКОДЖЕННЯМИ

Аерокосмічний інститут НАУ, e-mail: aviacosm@nau.edu.ua

*Визначено коефіцієнти концентрації напружень у тонкостінних елементах конструкцій з локальними корозійними пошкодженнями, які мають значну глибину (до 60 % товщини стінки). Вплив власне концентрації напруженень і деформації згинання враховано разом.*

### Постановка проблеми

Концентрація напружень є одним з основних факторів, що визначають міцність і довговічність конструкцій.

У процесі експлуатації тонкостінні елементи багатьох конструкцій (наприклад, металева обшивка вантажних вагонів) піддаються впливу корозії, що призводить до утворення різноманітних виїмок, каверн у тонкостінній конструкції і зменшенню її товщини. У разі корозійного пошкодження конструкції зменшується її фактичний коефіцієнт запасу міцності.

Корозія зумовлює до збільшення фактичних напружень не тільки внаслідок зменшення перерізу конструкції, але й через явища концентрації напруженень, тобто різкого збільшення напруження навколо концентратора.

Найбільші труднощі під час виконання розрахунку на міцність виникають у разі нерівномірної корозії, яка роз'їдає стінку конструкції в різних перерізах на різну глибину. Якщо корозія місцева, метал руйнується на локальних ділянках у вигляді язв, місцевих роз'їдань та ін.

Корозійні пошкодження зазвичай мають нерівну форму, що надто ускладнює розрахунок. Для спрощення завдання припустимо, що зона пошкодження апроксимується циліндричною поверхнею. Як приклад типового елемента тонкостінної конструкції з корозійним пошкодженням прийнято елемент, зображений на рис. 1.

### Аналіз досліджень

Автори праць [1–3], де розглянуто здебільшого мілкі і пологі концентратори напружень, вважають, що рівнодіюча зовнішніх сил проходить через середню точку послабленого перерізу, тобто лінія дії рівнодіючої немов би зміщується зі збільшенням корозійного пошкодження. Насправді ж у конструкціях рівнодіюча зовнішніх сил зазвичай не змінює свого положення, у результаті чого в послабленому перерізі, крім напружень розтягання, виникають і напруження згинання.

Отже, на напруження  $\sigma_{\max}$  у точці A впливає як концентрація напружень, так і деформація згинання. У працях [1; 2] враховується тільки власне ефект концентрації напруженень. Використовуючи ці роботи, вплив згинання на елементи конструкції слід враховувати додатково.

Ціль роботи – визначення коефіцієнтів концентрації напружень у тонкостінних елементах конструкцій з локальними корозійними пошкодженнями, які мають значну глибину (до 60 % товщини стінки). Причому вплив власне концентрації напруженень і деформації згинання враховується разом.

### Основний матеріал

Розглянемо типовий елемент (рис. 1) тонкостінної конструкції з корозійним пошкодженням, що піддається розтяганню напруженням  $\sigma$ .

У точці A відбувається найбільше напруження  $\sigma_{x\max}$ , яке надалі будемо позначати як  $\sigma_{\max}$ .

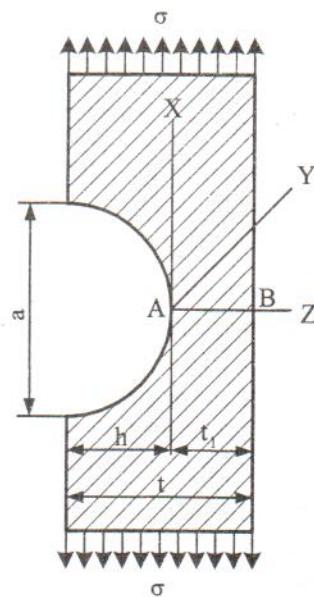


Рис. 1. Розрахункова схема типового елемента тонкостінної конструкції з корозійним пошкодженням

Коефіцієнт концентрації напружень  $K_{tg}$ , який залежить від головного перерізу елемента шириною  $t$  (рис. 1), визначаємо за формулою [1]:

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}, \quad (1)$$

а коефіцієнт концентрації напружень  $K_{tn}$ , який залежить від перерізу ширину  $t_1$ , – за формулою

$$K_{tn} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}; \quad (2)$$

де  $\sigma_{\text{ном}} = \sigma \frac{t}{t_1}$ .

Крім коефіцієнтів концентрації напружень  $K_{tg}$  і  $K_{tn}$ , при розрахунку на міцність ураховують коефіцієнти  $K''_{tg}$  і  $K''_{tn}$ , при обчисленні яких замість  $\sigma_{\max}$  використовують еквівалентне напруження за Мізесом у точці  $A$ :

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}, \quad (3)$$

де  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – головні напруження.

Напруження  $\sigma_{\text{екв}}$  в точці  $A$  розраховувалося у випадках як узагальненого плоского напруженого стану, так і плоскої деформації.

Рівняння рівноваги теорії пружності в переміщеннях у випадку плоскої деформації мають вигляд

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \nabla^2 u &= 0; \\ \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \nabla^2 v &= 0; \\ \theta &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}; \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $u, v$  – проекції вектора переміщення по осі  $x, y$ ;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\theta$  – об'ємне розширення.

У випадку узагальненого плоского напруженого стану в рівняннях (4) величину  $\nu$  слід замінити на  $\nu/(1+\nu)$ .

Для розв'язання системи диференціальних рівнянь (4) за відповідних граничних умов використовувався метод скінченних елементів (МСЕ) [4].

Метод скінченних елементів реалізувався на проектно-обчислювальному комплексі Structure CAD для Windows (SCAD) [5].

Комплекс SCAD, реалізований як інтегрована система аналізу міцності та проектування конструкцій на базі МСЕ, дозволяє визначати напруженно-деформований стан конструкцій.

Теоретичною основою комплексу SCAD є МСЕ у формі методу переміщень.

Вибір саме цієї форми пояснюється можливістю створення єдиних засобів побудови матриць жорсткості та векторів навантажень для різних типів скінченних елементів, а також можливістю врахування довільних граничних умов і складної геометрії конструкції.

Розбивку типового елемента тонкостінної конструкції показано на рис. 2.

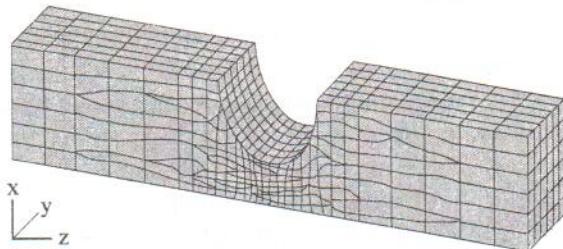


Рис. 2. Скінченно-елементна модель типового елемента тонкостінної конструкції

За допомогою системи SCAD визначають напруженій стан певного елемента. Для визначення коефіцієнтів концентрації найбільшу зацікавленість викликає розподіл напружень у перерізі  $A-B$ . Напруження знаходяться в центрах скінченних елементів, розміщених у перерізі  $A-B$ . У напрямку осі  $Z$  у перерізі  $A-B$  взято 10 скінченних елементів. Знаючи напруження в центрах скінченних елементів, можна побудувати інтерполяційний поліном для будь-якого напруження, наприклад:

$$\sigma_x = \sum_{n=0}^N \alpha_n Z^n. \quad (5)$$

Припускаючи у формулі (5)  $Z = B$ , одержуємо  $\sigma_{x\max} = \alpha_0$ .

Після цього, застосовуючи формули (1), (2), знаходимо значення коефіцієнтів концентрації напружень.

На рис. 3 показано епюри напруження  $\sigma_x$  і  $\sigma_{\text{екв}}$  у перерізі  $A-B$  для деяких значень параметрів  $a/t$  і  $h/t$ . Тут напруження  $\sigma_y$  та  $\sigma_z$  малі порівнянно з напруженням  $\sigma_x$ . Тому епюра еквівалентних напружень  $\sigma_{\text{екв}}$  за Мізесом переважно визначається епюрою  $\sigma_x$ . При цьому, хоч епюра  $\sigma_x$  двозначна, епюра  $\sigma_{\text{екв}}$  завжди додатна (див. формулу (3)). Цим пояснюється наявність точки мінімуму на епюрі  $\sigma_{\text{екв}}$ .

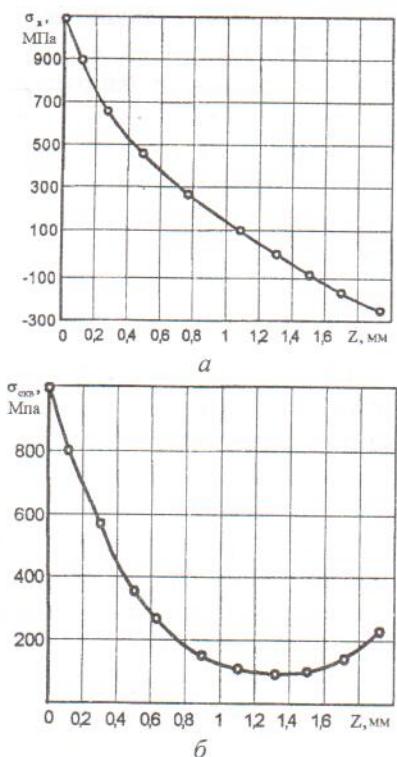


Рис. 3. Епюри напружень  $\sigma_x$  (а),  $\sigma_{\text{екв}}$  (б) при  $h/t = 0,5$  для  $a/t = 0,5$

Визначивши напруження в найбільш напруженій точці A небезпечного перерізу AB можна скласти умову міцності:

$$\sigma_{\text{екв}} \leq [\sigma], \quad (6)$$

де  $[\sigma]$  – допустиме напруження.

Оскільки напруження  $\sigma_y$  та  $\sigma_z$  у точці A малі порівняно з напруженням  $\sigma_x$ , то умову (6) можна замінити:

$$\sigma_x \leq [\sigma].$$

Маємо

$$[\sigma] = \sigma_t/k,$$

де  $\sigma_t$  – границя текучості;  $k$  – коефіцієнт запасу міцності за границею текучості (зазвичай  $k = 1,4 \dots 1,6$ ).

У розрахунках на допустимі напруги за небезпечний стан елемента конструкції припускають такий його стан, за якого хоча б в одній точці буде досягнуто небезпечне напруження ( $\sigma_t$  для пластичних матеріалів). Отже, небезпечний стан у цьому разі наступить, коли

$$\sigma_{x(A)} = \sigma_t. \quad (7)$$

Нехай зовнішнє навантаження

$$\sigma = \alpha[\sigma],$$

де  $\alpha = 0 \dots 1$ .

Можна вважати, що  $\alpha$  – коефіцієнт недовантаження. Тоді

$$K_{tg} = \frac{\sigma_{x(A)}}{\alpha[\sigma]};$$

$$\sigma_{x(A)} = \alpha[\sigma] K_{tg}.$$

Тепер умова (7) набуває вигляду

$$\alpha[\sigma] K_{tg} = \sigma_t.$$

Оскільки  $[\sigma] = \sigma_t/k$ , то остаточно

$$\frac{\alpha}{k} K_{tg} = 1. \quad (8)$$

Вираз (8) являє собою умову настання небезпечного (граничного) стану для тонкостінного елемента конструкції, який послаблено корозійним пошкодженням.

За формулою (8) можна (якщо задатися попередньо коефіцієнтами  $\alpha$  та  $k$ ) визначити відношення  $h/t$ , за якого настає небезпечний стан даного елемента конструкції. При цьому необхідно використовувати графік для коефіцієнта концентрації напружень  $K_{tg}$  (рис. 4, а).

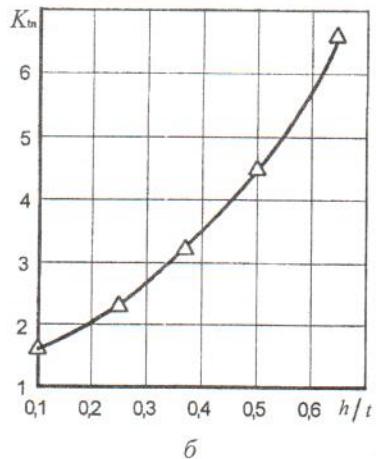
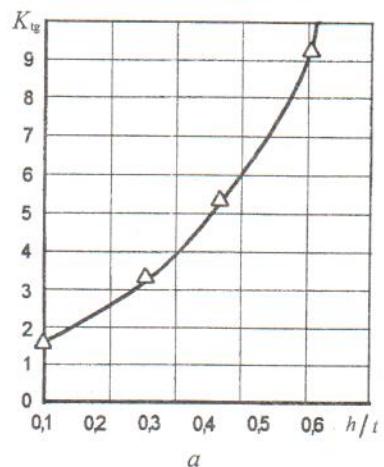


Рис. 4. Графік коефіцієнтів концентрації напружень  $K_{tg}$  (а),  $K_m$  (б) для  $a/t = 0,5$

Таким чином, коефіцієнт концентрації напруження  $K_{tg}$  можна використовувати для оцінки моменту настання граничного стану елемента за наявності корозійного пошкодження.

Крім коефіцієнта концентрації напруження  $K_{tg}$ , можна побудувати графік для коефіцієнта концентрації  $K_{tn}$  (рис. 4, б), який дорівнює відношенню найбільшого напруження в перерізі, що розглядається, до номінального напруження в цьому ж перерізі, тоді, як коефіцієнт концентрації напруження  $K_{tg}$  дорівнює відношенню максимального напруження в цьому перерізі до напруження  $\sigma$ , що діє у деякому іншому (достатньо віддаленому) перерізі. Тому коефіцієнт концентрації напруження  $K_{tn}$  більш реально враховує ефект концентрації напруження, ніж коефіцієнт концентрації напруження  $K_{tg}$ .

Коефіцієнт концентрації напруження  $K_{tn}$  використовують для розрахунків елементів конструкцій при багатоцикловій утомі. Його називають теоретичним коефіцієнтом концентрації напруження і він враховує концентрацію напруження за статичною дією навантаження. За динамічним навантаженням явище концентрації враховується ефективним коефіцієнтом концентрації напруження  $K_e$ :

$$K_e = 1 + q(K_{tn} - 1),$$

де  $q$  – коефіцієнт чутливості матеріалу до концентрації напруження.

У багатьох працях припускається  $K_e < K_{tn}$ .

Експериментальні дані останніх років для зачартованих і відпущених сталей показали, що для цих матеріалів  $q \rightarrow 1$ . Тому в ряді випадків можна вважати  $K_e \approx K_{tn}$ . При цьому збільшується запас міцності конструкції.

Залежно від величини  $a$  (рис. 1) корозійні пошкодження можна розглядати як локальні (якщо

$a \leq 3t$ ) та як розмиті (якщо  $a \geq 10t$ ) концентратори напружень.

Локальні концентратори напружень приводять до появи відносно невеликих областей, в яких є підвищені напруження.

Якщо концентратори розмиті, області з підвищеним напруженням становлять значну частину всього об'єму конструкції.

### Висновки

Результати дослідження (рис. 3, 4) відображають не тільки вплив власне концентратора напружень на елементи конструкції, але і послаблення перерізу в міру збільшення співвідношення  $h/t$ , а також згинання в площині  $XOZ$ , зумовленого позацентровим розтяганням у перерізі  $AB$ .

Отримані числові результати для коефіцієнтів концентрації напруження можна використати для перевірки міцності тонкостінних конструкцій з корозійними пошкодженнями. Методику розрахунку на міцність з використанням коефіцієнтів концентрації напруження викладено в монографії [1].

У цій статті розглянуто центральне розтягання тонкостінного елемента з корозійним пошкодженням. Проте більший інтерес викликає випадок позацентрового розтягання цього елемента, а також урахування впливу теплового поля.

### Список літератури

1. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 302 с.
2. Савін Г.М., Тульчій В.І. Довідник з концентрації напруження. – К.: Вища шк., 1976. – 410 с.
3. Савін Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наук. думка, 1968. – 887с.
4. Сегерлинд. Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
5. SCAD для пользователя / В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.В. Перельмутер и др. – К.: Компас, 2000. – 328 с.

Стаття надійшла до редакції 02.07.03.

В.В. Астанин, Н.М. Бородачев, Н.А. Сирота

Коэффициенты концентрации напряжений для тонкостенных конструкций с коррозионными повреждениями

Определены коэффициенты концентрации напряжений в тонкостенных элементах конструкций с локальными коррозионными повреждениями, которые имеют значительную глубину (до 60% толщины стеки). Влияние собственно концентрации напряжений и деформации изгиба на элементы конструкции учтено совместно.

V.V. Astanin, M.M. Borodachev, N.O.Sirota

Stress concentration factor for thin-walled structures having corrosion damages

The paper considers determination of stress concentration factors, in the thin-walled structure elements with local corrosion damages, which have significant depth (up to 60% of the wall thickness). At that effect of stress concentration and flexural strain is considered simultaneously.