УДК 629.7.03: 625.117.033.37(045)
0551,0-082.02

В.О. Кучеренко, канд. техн. наук

МЕТОДИ ОЦІНКИ ЙМОВІРНОСТІ ЗНОШУВАННЯ ДЕТАЛЕЙ АВІАЦІЙНИХ ДВИГУНІВ

Інститут інформаційно-діагностичних систем НАУ, e-mail: mznav@nau.edu.ua

Отримано ймовірносну оцінку математичного сподівання зношування деталей авіаційних двигунів, яка має важливе значення для прогнозування ймовірності процесу зношування й оптимальних термінів проведення регламентно-ремонтних заходів, спрямованих на підвищення зносостійкості деталей двигунів.

Вступ

У сучасних дослідженнях проблем зношування деталей авіаційних двигунів на провідні позиції виходить прогнозування терміну їх безвідмовної роботи.

На сьогодні накопичення статистичної інформації з темпів зношування поверхонь деталей авіаційних двигунів відбувається довгими роками, а темпи оновлення авіаційної техніки вищі за темпи статистичних спостережень. У праці [1] показано можливість і переваги ймовірнісних методів, а саме ланцюгів Маркова для прогнозування гарантованого терміну безвідмовної експлуатації деталей машин.

Імовірнісний підхід дає можливість прискорити прогнозування процесів зношування авіаційної техніки.

Оскільки процес зношування має випадковий характер, то для прогнозування треба використовувати методи теорії ймовірності. Важливою характеристикою процесу зношування вважається його математичне сподівання.

Математичне сподівання часу безвідмовної роботи авіаційного двигуна

Нехай умови зношування робочої поверхні деталей авіаційних двигунів можна описати випадковим довільним процесом $X(t)$, тоді перший вихід з області працездатності або зносу поверхні λ призводить до зношування поверхні, якщо характер об'єктивних чинників (температури, заповнення вибоїн частками, які бомбардують поверхню деталей літака) дозволяє процесу $X(t)$ повернутися в область λ.

Імовірність безвідмовної роботи визначають як

$$P(t) = P_r \quad \text{при} \quad X(\tau)\ \varepsilon\ \lambda,\ \tau\ \varepsilon\ [0; t],$$

або згідно з працею [2]:

$$P(t) = P_0 - n\int_0^t [1-G(\tau)]d\tau\,,$$

де P_0 – імовірність знаходження процесу в області допустимого зносу поверхні в початковий момент часу; n – середня в одиницю часу кількість виходів процесу з даної області; $G(\tau)$ – функція розподілення часу знаходження процесу зношування в області λ з моменту його попадання до моменту першого виходу з неї.

Нехай область допустимого зносу поверхні тертя обмежена двома прямими: $X = a$, $X = b$, $b > a$, тоді:

$$P(t) = F(b) - F(a) - n_{ab}\int_o^t [1-G_{ab}(\tau)]d\tau\,,$$

де $F(\tau)$ – функція розподілу ординат процесу; n_{ab} – середня в одиницю часу кількість виходів процесу зі смуги; $G_{ab}(\tau)$ – функція розподілу часу знаходження процесу в межах смуги від моменту першого попадання його до моменту першого виходу з неї.

Обчислимо ймовірність зношування поверхні деталей авіаційних двигунів у граничних умовах:

$$P(t) = F(b) - n_b\int_o^t R_b(\tau)d\tau \quad \text{при } a \to -\infty,$$

де $R_b(\tau) = 1 - G_b(\tau)$;

$$P(t) = F(a) - n_a\int_o^t R_a(\tau)d\tau \quad \text{при } b \to \infty.$$

Для ергодичних процесів

$$P(\infty) = 0, \ a \int_0^\infty R_{ab}(\tau)d\tau = T_{ab} \tag{1}$$

маємо:

$$T_{ab} = [F(b) - F(a)] / n_{ab}, \tag{2}$$

де T_{ab} – середній час знаходження процесу в смузі від моменту першого входження до моменту першого виходу:

$$T_a = [1 - F(a)] / n_a;$$

$$T_b = F(b) / n_b.$$

Нехай випадкова величина τ – час від початкового моменту до моменту першого виходу процесу зношування з даної області незношування.

Позначимо через $\varphi(\tau)$ щільність розподілу цього часу, тоді

$$\varphi(\tau) = -dP / d\tau\,.$$

Якщо область зношування робочої поверхні деталей авіаційних двигунів задана у вигляді смуги, то

$\varphi(\tau) = n_{ab}R(\tau)$.

Математичне сподівання часу першого виходу процесу з області зношування [3], яке в даній моделі відмови є математичним сподіванням часу безвідмовної роботи m_r, визначають за формулою

$$m_r = \int_0^\infty \tau\varphi(\tau)d\tau = n_{ab}\int_0^\infty \tau R(\tau)d\tau . \qquad (3)$$

При інтегруванні формули (3) частинами отримаємо

$$m_r = \lim_{b\to\infty}\left((b-a)\int_0^b \varphi(\tau)d\tau - \int_0^b\left(\int_0^b \varphi(\tau)d\tau\right)d\tau\right).$$

Оскільки в реальній техніці час безвідмовної роботи не може досягати нескінченної величини, то

$$m_r = (c-a)\left(\int_0^c \varphi(\tau)d\tau - \int_0^c\left(\int_0^c \varphi(\tau)d\tau\right)d\tau\right),$$

де $c \in [0 ; t]$.

Причому з розвитком техніки значення параметра c буде збільшуватися.

Оцінка математичного сподівання часу безвідмовної роботи авіаційного двигуна

Позначимо через θ випадкову величину часу знаходження випадкового процесу в області зношування від моменту першого попадання в неї до моменту першого виходу з неї.

З роботи [4] відомо, що

$$2\int_0^\infty \theta R(\theta)d\theta = \alpha_2(\theta),$$

де $\alpha_2(\theta)$ – другий початковий момент випадкової величини θ.

Порівнюючи вирази (1) і (2), маємо:

$m_r = [n_{ab}/2]\alpha_2(\theta)$.

Урахувавши, що

$$\alpha_\kappa(\theta) = \kappa\int_0^\infty \theta^{K-1}R(\theta)d\theta ,$$

запишемо співвідношення між $(k–1)$-м початковим моментом часу τ і k-м початковим моментом часу θ_0:

$A_{\kappa-1}(\tau) = (\alpha_\kappa(\theta)/k)n_{ab}$.

Відомо, що

$\alpha_2(\theta) = T_{ab}^2 + \sigma_\theta^2$,

де σ_θ^2 – дисперсія θ.

Отже,

$$m_r = [n_{ab}/2]\,(T_{ab}^2 + \sigma_\theta^2). \qquad (4)$$

Після винесення T_{ab}^2 у формулі (4) за дужки отримаємо

$m_r = [n_{ab}/2]T_{ab}^2(1 + \nu^2)$,

де $\nu - \sigma_\theta / T_{ab}$.

У загальному вигляді математичне сподівання зношування робочої поверхні деталей авіаційного двигуна дорівнює:

$$m_r = [F(b) - F(a)]\,(1 + \nu^2)/2n_{ab}. \qquad (5)$$

Для односторонніх меж маємо [5]:

$$m_r = F^2(b)(1 + \nu^2)/2n_b \text{ при } b \to \infty; \qquad (6)$$

$$m_r = [1 - F(a)]^2\,(1 + \nu^2)/2n_a \text{ при } a \to -\infty \qquad (7)$$

При ν=0 отримаємо нижню оцінку математичного сподівання безвідмовної роботи:

$$m_r \geq (F(b)–F(a))^2/2n_{ab}. \qquad (8)$$

При граничних умовах оцінка математичного сподівання набуває вигляду:

$$m_r \geq F^2(b)/2n_b \text{ при } b \to \infty; \qquad (9)$$

$$m_r \geq [1–F(a)]^2/2n_a \text{ при } a \to -\infty. \qquad (10)$$

Співвідношення (5) – (7) можна записати у вигляді:

$$m_r = m_\theta / 2[F(b) - F(a)](1+\nu^2). \qquad (11)$$

Для односторонніх меж маємо:

$$m_r = m_\theta / 2F(b)(1+\nu^2) \text{ при } b \to \infty; \qquad (12)$$

$$m_r = m_\theta / 2[1–F(a)](1+\nu^2) \text{ при } a \to -\infty. \qquad (13)$$

Оцінки математичного сподівання (8)–(10) запишемо у вигляді:

$m_r \geq m_\theta/2[F(b)–F(a)]$;

$m_r \geq m_\theta/2F(b)$ при $b \to \infty$;

$m_r \geq m_\theta/2[1\text{-}F(a)]$ при $a \to -\infty$.

Знайдемо співвідношення між величинами m_r і m_θ.

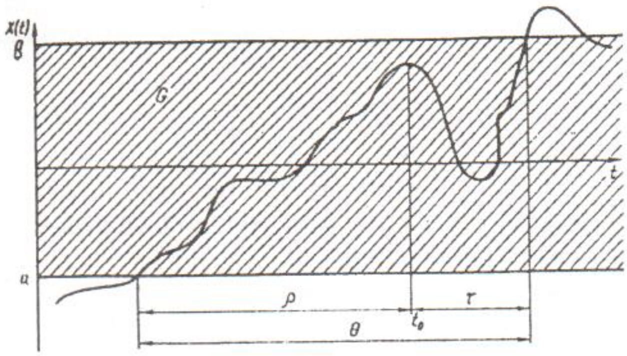
Якщо розглянути випадок, коли $b \to \infty$, $a \to -\infty$, а розподіл кількості викидів підпорядковується закону Пуассона, розділення тривалості викидів можна описати експоненціальним законом [6]. У цьому випадку

ν=1, $F(b)$=1, $F(a)$=1, $F(b) - F(a)$=1, $m_r = m_\theta$.

У загальному випадку

$m_r \leq m_\theta$.

Оцінку математичного сподівання процесу зношування поверхонь деталей в області з основою r через математичне сподівання з основою θ [7] можна отримати таким чином. На рисунку показана реалізація випадкових величин θ і r, де t_0 – початковий момент спостереження за процесом зношування, а ρ – відрізок часу від моменту попадання процесу в дану область зношування до початку спостереження.



Початковий момент і час спостереження за процесом зношування

Отже,

$$\theta = \rho + r$$

і відповідно

$$m_\theta = m_\rho + m_r \qquad (14)$$

як площі криволінійних трапецій з основами θ, ρ і r (див. рисунок).

З рівності (14) маємо

$$m_\theta \geq m_r.$$

Висновки

Отримана оцінка математичного сподівання зношування поверхні деталей авіаційних двигунів має вирішальне значення для прогнозування ймовірності процесу зношування. За формулами (11)–(13) можна обчислити значення математичного сподівання зношування.

Значення оцінки математичного сподівання зношування поверхні деталей авіаційних двигунів стає очевидним, якщо згадати закон великих чисел. При багатьох випробувань середнє значення математичного сподівання наближується до середнього значення випадкової величини (часу зношування).

За законом великих чисел, отримавши оцінки математичного сподівання запропонованим алгоритмом, можна максимально наблизити оцінку часу зношування робочої поверхні деталей авіаційного двигуна до часу реального процесу зношування і прогнозувати оптимальні терміни проведення регламентно-ремонтних заходів, спрямованих на підвищення зносостійкості деталей авіаційних двигунів.

Список літератури

1. *Кучеренко В.О.* Застосування теорії ймовірних процесів для моделювання тертя та зношування в машинах // IV міжнар. наук.-техн. конфер. "Авіа-2000". – К.: НАУ, 2002. – С. 20.
2. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. – 384 с.
3. *Справочник* по теории вероятности и математической статистике. – К.: Наук. думка, 1978. – 582 с.
4. *Переверзев Е.С.* Случайные процессы в параметрических моделях надежности. – К.: Наук. думка, 1987. – 238 с.
5. *Крамер Г., Лидбеггер М.* Стационарные случайные процессы. – М.: Мир, 1969. – 398 с.
6. *Переверзев Е.С.* Надежность и испытание технических систем. – К.: Наук. думка, 1990. – 328 с.
7. *Фомин Я.А.* Теория выбросов случайных процессов. – М.: Связь, 1980. – 215 с.

Стаття надійшла до редакції 25.06.03.

В.А. Кучеренко

Методы оценки вероятности изнашивания деталей авиационных двигателей

Получена вероятностная оценка математического ожидания изнашивания деталей авиационных двигателей, которая имеет важное значение для прогнозирования вероятности процесса изнашивания и оптимальных сроков проведения регламентно-ремонтных мероприятий, направленных на повышение износостойкости деталей двигателей.

V.O. Kucherenko

The methods of probability estimation of the aircraft engines parts wear

There was obtained the average of distribution probability estimation of the aircraft engines parts wear that has the decisive importance for prediction of the wear process probability and the optimal terms of the routine repair work directed to increase of the engines parts wear resistant.