

УДК 629.7.01

0551.410-02+В 127

В.М. Синеглазов, д-р техн. наук  
А.В. Брикалов

## АЛГОРИТМ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ДВИГУНА ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА ОДНОГО КЛАСУ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: kb@luch.kiev.ua

*Розглянуто алгоритм розв'язання багатокритеріальної задачі оптимального проектування двигуна на твердому паливі, заснований на методі дослідження простору параметрів. Сформульовано критерії оптимальності. Визначені змінні параметри й обмеження.*

### Вступ

У роботі пропонується алгоритм розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації двигуна літального апарату (ЛА) одного класу шляхом застосування модифікованого методу дослідження простору параметрів, описаного в працях [1–3]. Достоїнствами даного методу є його простота і досягнення необхідних результатів за певний відрізок часу.

Задача оптимального проектування двигуна ЛА одного класу належить до багатокритеріальних задач.

Прагнення до збільшення кількості критеріїв дозволяє одержати більш повне уявлення про об'єкт, що проектується, тому вибір оптимального варіанта структурно-параметричної моделі двигуна виконуємо не за одним, а одночасно за декількома критеріями оптимальності.

Особливістю при розв'язанні задач даного класу є побудова допустимої множини варіантів проекту, які задовольняють усі критерії якості майбутнього виробу. У цій множині існує підмножина парето-оптимальних варіантів, яку не можна одночасно поліпшити за всіма оптимізованими критеріями, не погіршивши при цьому значення хоча б одного з них. Розв'язанням задачі багатокритеріальної оптимізації є неформальний аналіз допустимої і парето-оптимальної множини та вибір найкращого варіанта проекту.

Розв'язання багатокритеріальних задач призводить до деяких проблем.

Однією з них є суперечливість критеріїв, пов'язана з мінімізацією однієї групи критеріїв і максимізацією іншої.

Суперечливість критеріїв не дозволяє точно оптимізувати векторний функціонал. Виходом з цієї ситуації є пошук формального результату у вигляді множини парето і наступного аналізу цієї множини з метою вибору розумного компромісу, що і буде остаточним результатом. Однак застосування такого підходу під час проектування двигуна потребує значних обчислювальних ресурсів.

### Постановка задачі

Згідно з працею [4] розв'язок задачі багатокритеріальної оптимізації проектних параметрів двигуна на твердому паливі складається з двох рівнів.

На першому рівні сформульовано локальні критерії:

- одиничний імпульс палива  $j_1$ ;
- маса конструкції двигуна  $m_{\text{к.д}}$ ;
- коефіцієнт заповнення камери згоряння  $\Delta$ ;
- робочий тиск у камері згоряння  $p_0$ .

Цільові функції локальних критеріїв на першому рівні є залежністю таких характеристик і параметрів [5]:

$$j_1 = f(k, R, T_0, p_h, F_{\text{кр}}, F_a, F_{\text{в.п}}, \tau_d, D_{\text{к.з}}, u_1, \rho_{\text{п}}, f(t_0), \nu(a, b), S_r, p_{0_{\text{поп}}});$$

$$m_{\text{к.д}} = f(D_{\text{к.з}}, \rho_{\text{п}}, \rho_{\text{об}}, \rho_{\text{дн}}, \psi_{\text{дн}}, \sigma_{b_{\text{об}}}, \sigma_{b_{\text{дн}}}, f(t_0), k, u_1, \nu(a, b), R, T_0, \tau_d, f_{\text{з.м}}, S_r, F_{\text{кр}}, F_a, F_{\text{в.п}}, p_{0_{\text{поп}}}, p_h);$$

$$\Delta = f(k, R, T_0, p_h, F_{\text{кр}}, F_a, F_{\text{вп}}, \tau_d,$$

$$D_{\text{к.з}}, u_1, \rho_{\text{п}}, S_r, p_{0_{\text{поп}}}, f(t_0), \nu(a, b));$$

$$p_0 = f(k, R, T_0, p_h, F_{\text{кр}}, F_a, F_{\text{вп}}, \tau_d,$$

$$D_{\text{к.з}}, u_1, \rho_{\text{п}}, f(t_0), \nu(a, b), S_r, p_{0_{\text{поп}}}),$$

де  $k$  – показник адіабати;  $R$  – газова стала;  $T_0$  – температура в камері згоряння;  $p_h$  – тиск навколошнього середовища;  $F_{\text{кр}}$  – площа критичного перерізу сопла;  $F_a$  – площа вихідного перерізу сопла;  $F_{\text{в.п}}$  – вільна площа поперечного перерізу камери згоряння;  $\tau_d$  – час роботи двигуна;  $D_{\text{к.з}}$  – діаметр камери згоряння;  $u_1$  – швидкість горіння палива даної марки при тиску 1 атм. і температурі  $+15^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{\text{п}}$  – густина палива;  $f(t_0)$  – температурна функція горіння;  $\nu$  – показник ступеня в законі горіння;  $a, b$  – коефіцієнти, що залежать від складу палива, його початкової температури, робочого тиску і отримані експериментальним шляхом;  $S_r$  – сумарна площа горіння паливної

шашки;  $\rho_{\text{об}}$  – щільність матеріалу обичайки камери згоряння;  $\rho_{\text{дн}}$  – щільність матеріалу днищ камери згоряння;  $\psi_{\text{дн}}$  – множник, що враховує опуклість днищ камери згоряння;  $\sigma_{b_{\text{об}}}$  – межа міцності матеріалу обичайки камери згоряння;  $\sigma_{b_{\text{дн}}}$  – межа міцності матеріалу днищ камери згоряння;  $f_{\text{з.м}}$  – коефіцієнт запасу міцності, що враховує зниження міцності внаслідок нагрівання обичайки і днищ камери згоряння.

Двигун, який проектується, залежить від змінних параметрів, що складають вектор проєктних параметрів  $Y$ :

- параметрів палива:
- марка палива,  $\rho_{\text{n}}, f(t_0), v(a, b), u_1, k, R, T_0$ ;
- параметрів матеріалу конструкції камери згоряння:

$$\rho_{\text{об}}, \rho_{\text{дн}}, \sigma_{b_{\text{об}}}, \sigma_{b_{\text{дн}}};$$

– параметрів, заданих у технічному завданні, нормативній документації або отриманих у результаті статистичних досліджень:

$$D_{\text{k.3}}, \Psi_{\text{дн}}, \tau_{\text{д}}, f_{\text{з.м}}, S_{\text{г}}, F_{\text{кр}}, F_a, F_{\text{в.п}}, p_{0_{\text{пoc}}}, p_h.$$

У процесі проєктування необхідно врахувати:

- параметричні обмеження

$$Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}, \quad (1)$$

де  $Y_{\min}$ ,  $Y_{\max}$  – вектори, що містять верхні і нижні межі компонент вектора  $Y$ , які задаються в технічному завданні, нормативній документації або вибираються за результатами статистичних досліджень ЛА одного класу;

- функціональні обмеження:

$$\delta_{\text{об}_{\min}} \leq \delta_{\text{об}} \leq \delta_{\text{об}_{\max}}; \delta_{\text{дн}_{\min}} \leq \delta_{\text{дн}} \leq \delta_{\text{дн}_{\max}};$$

$$l_{\text{k.3}} \leq l_{\text{k.3}_{\max}}; p_{0_{\min}} \leq p_0 \leq p_{0_{\max}}; F_{\text{в.п}} > F_{\text{кр}}, \quad (2)$$

де  $\delta_{\text{об}_{\min}}$ ,  $\delta_{\text{об}_{\max}}$ ,  $\delta_{\text{дн}_{\max}}$ ,  $l_{\text{k.3}_{\max}}$ ,  $p_{0_{\min}}$  – деякі фіксовані значення обмежень;  $\delta_{\text{об}}$  – товщина обичайки;  $\delta_{\text{дн}}$  – товщина днищ;  $l_{\text{k.3}}$  – довжина камери згоряння;  $p_{0_{\max}}$  – максимальний тиск у камері згоряння при максимальній температурі палива.

У тих випадках, коли значення окремих критеріїв виявляються незадовільними, необхідно ввести критеріальні обмеження:

$$j_1 \geq j_1^*; m_{\text{k.d}} \leq m_{\text{k.d}}^{**}; \Delta \geq \Delta^*; p_0 \leq p_0^{**}, \quad (3)$$

де  $j_1^*$ ,  $m_{\text{k.d}}^{**}$ ,  $\Delta^*$ ,  $p_0^{**}$  – деякі гірші значення критеріїв, які можна вважати прийнятними.

Під час описування поставленої задачі і методу її розв'язання використовуватимемо працю [2].

Обмеження (1) виділяють у  $n$ -вимірному просторі параметрів паралелепіпед  $\Pi$ .

Обмеження (2) виділяють у паралелепіпеді  $\Pi$  деяку підмножину  $J$ , об'єм якого додатний.

Зазначені обмеження (2) і (3) виділяють допустиму множину  $H$ , в якій знаходяться множина варіантів  $Y_i$  проекту, що задовільняє ці обмеження, тобто  $H \subset J \subset \Pi$ .

Сформулюємо задачу оптимального проєктування двигуна на першому рівні.

Потрібно знайти таку множину  $P \subset H$ , для якої:

$$F(P) = \begin{cases} \max_{Y \in H} j_1(Y); \\ \min_{Y \in H} m_{\text{k.d}}(Y); \\ \max_{Y \in H} \Delta(Y); \\ \min_{Y \in H} p_0(Y), \end{cases} \quad (4)$$

де  $F(P)$  – множина парето-оптимальних розв'язків у просторі критеріїв.

Після розв'язання задачі визначаємо вектор  $Y^0 \in P$ , який є найкращим з усіх векторів множини  $P$ . Очевидно, що вектор  $Y^0$  є оптимальним.

На другому рівні за критерій вибираємо відношення сумарного імпульсу тяги  $I$  до повної маси ЛА  $m_0$ .

Зазначений критерій враховує вплив параметрів двигуна на параметри ЛА і є найбільш важливим критерієм, за яким остаточно оцінюємо розв'язок задачі.

Розглянемо вираз критеріальної функції на другому рівні:

$$\frac{I}{m_0} = j_1 m_{\text{n}} / m_0 = j_1 / [(m_{\text{k.3}} / m_{\text{n}}) + (m_{\text{c}} / m_{\text{n}}) + (m_{\text{i.h}} / m_{\text{n}}) + 1], \quad (5)$$

де  $m_{\text{n}}$  – маса палива;  $m_{\text{k.d}}$  – маса конструкції двигуна;  $m_{\text{c}}$  – маса сопла;  $m_{\text{i.h}}$  – маса інших частин ЛА.

Цільова функція (5) відповідно до роботи [5] є залежністю параметрів

$$\frac{I}{m_0} = f(D_{\text{k.3}}, \rho_{\text{n}}, \rho_{\text{об}}, \rho_{\text{дн}}, \psi_{\text{дн}}, \sigma_{b_{\text{об}}},$$

$$\sigma_{b_{\text{дн}}}, f(t_0), v(a, b), u_1, k, R, T_0, \tau_{\text{д}}, f_{\text{з.м}},$$

$$S_{\text{г}}, F_{\text{кр}}, F_a, F_{\text{в.п}}, p_{0_{\text{пoc}}}, p_h, m_{\text{i.h}}).$$

Порівнюючи компоненти цільової функції  $\frac{I}{m_0}(Y)$  з компонентами функцій  $j_1(Y)$ ,  $m_{\text{k.d}}(Y)$ ,  $\Delta(Y)$ ,  $p_0(Y)$ , робимо висновок, що проєктні параметри на першому і другому рівні, крім  $m_{\text{i.h}}$ , однакові.

У зв'язку з цим функціональними обмеженнями на другому рівні є обмеження (2). Масу  $m_{\text{ин}}$  вважаємо заданою.

Отже, на другому рівні знаходимо екстремум цільової функції (5), використовуючи результати розв'язання задачі оптимізації на першому рівні, за умови виконання критеріальних обмежень:

$$I \geq I^*; m_0 \leq m_0^{**}, \quad (6)$$

де  $I^*$ ,  $m_0^{**}$  – гірші значення сумарного імпульсу і маси ЛА, які можна вважати прийнятними.

Сформулюємо задачу оптимального проектування двигуна на другому рівні.

Потрібно знайти таку множину  $P \subset H$ , для якої

$$F(P) = \max_{Y \in H} \frac{I}{m_0}. \quad (7)$$

### Алгоритм розв'язання задачі

Побудова множини парето  $P$  відповідно до робіт [1–3] полягає у використанні ЛП, рівномірно розподілених послідовностей точок  $\{Q_i\}$  в області можливих рішень  $n$ -вимірного простору  $J$ , які розглянуто в праці [4].

Початкова послідовність ЛП, точок  $\{Q_N\}$  піретворюється в послідовність спробних точок  $\{Y_N\}$ , рівномірно розташованих у просторі  $J$ . По координатах кожної точки  $Y_i$ , де  $i = \overline{1, N}$ , визначається структурно-параметрична або функціональна модель об'єкта, що проєктується, і обчислюються всі критерії  $F_k(Y_i)$ , де  $k = \overline{1, p}$ . Після аналізу отриманих значень критеріїв особа, що приймає рішення (ОПР), вибирає критеріальні обмеження  $F_k^{**}$ . Отже, шляхом виключення всіх неефективних точок визначається скінченна множина припустимих ефективних точок  $H$ , що складається з усіх  $Y^o$ , таких, що  $Y^o \in J$  і  $F_k(Y) \leq F_k^{**}$ .

Розглянемо послідовність розв'язання задачі.

Маємо кількість проектних параметрів  $n=21$  і кількість критеріїв  $k=4$ .

1. Вибираємо  $N$  спробних точок  $Y_1, \dots, Y_N$ , рівномірно розташованих у просторі  $J$ .

По декартових координатах чергової точки  $Q_i = (q_{i,1}, \dots, q_{i,n})$  знаходимо декартові координати точки  $Y_i = (Y_1^i - Y_{21}^i)$ , що належить паралелепіпедові  $\Pi$ :

$$Y_j^i = Y_{j,\min} + q_{i,j}(Y_{j,\max} - Y_{j,\min}), \text{ де } 1 \leq j \leq 21. \quad (8)$$

При  $Y = Y^i$  обчислюємо, як показано в праці [5], значення параметрів двигуна  $\delta_{\text{об}}$ ,  $\delta_{\text{дн}}$ ,  $l_{\text{к.з.}}$ ,

$p_0$ ,  $F_{\text{в.п.}}$ ,  $F_{\text{кр}}$  і перевіряємо умови (2). Якщо вони здійснені, то точка  $Y = Y^i$  відбирається як спробна, де знаходиться екстремум усіх критеріальних функцій. Якщо ні, то точка  $Y = Y^i$  відкидається.

У кожній із точок  $Y^i$  обчислюються всі локальні критерії  $F_k(Y^i)$ . За кожним з них складається таблиця випробувань, в якій значення  $F_k(Y^1), \dots, F_k(Y^N)$  розташовані, наприклад, для задачі на пошук максимуму в порядку убування:

$$F_k(Y^1) \geq F_k(Y^2) \geq \dots \geq F_k(Y^N), \quad (9)$$

де вказані номери  $1, \dots, N$  спробних точок, що відповідають номеру випробувань (свої для кожного  $k$ ).

2. Відповідно до вимог, які запропоновані до двигуна, що проєктується, ОПР призначає критеріальні обмеження.

3. Аналізуємо вираз (9), що відповідає кожному критерію.

Нехай  $s$  відповідає кількості значень, які задовільняють критеріальні обмеження

$$F_k(Y^1) \geq F_k(Y^2) \geq \dots \geq F_k(Y^s) \geq F_k^*,$$

де  $F_k^*$  – деякі гірші значення критеріїв  $F_k(Y^i)$ , які можна вважати прийнятними.

Перебором наявних значень  $F_k(Y^1), \dots, F_k(Y^s)$  при всіх  $k$  здійснюємо пошук точок серед  $Y^1, \dots, Y^s$ , для яких правдиві умови критеріальних обмежень. Якщо такі точки є, то множина  $H$ , яка визначена нерівностями (1–3), (6), непорожня і задачі (4) та (7) мають розв'язок.

У випадку, коли область  $H$  виявляється порожньою, ОПР необхідно переглянути значення критеріальних обмежень  $F_k^*$ . Якщо це неможливо, слід повернутися до початкового етапу розв'язання задачі і збільшити кількість спробних точок  $N$ , щоб провести аналіз таблиць випробувань більшого обсягу.

Розглянемо таке визначення.

Точка  $Y^i$  ( $Y^i \in H$ ) називається оптимальною за парето, якщо не існує другої точки  $Y$ , при якій  $F_k(Y) \geq F_k(Y^i)$  для всіх  $k = \overline{1, p}$  і хоча б для одного  $k$   $F_k(Y) > F_k(Y^i)$  [1].

Множина  $P \subset H$  називається парето-оптимальною, якщо вона складається з усіх оптимальних за парето точок.

На підставі аналізу парето-оптимальної множини визначається найкращий варіант  $Y^o$ .

Парето-оптимальною точкою  $Y^o$  для набору суперечливих критеріїв  $F_k(Y^i)$ , де  $k = \overline{1, p}$ , назве-

мо точку, для якої не існує жодної сусідньої точки  $Y^i$ , в якої хоча б за одним з критеріїв спостерігалося поліпшення за умови, що за іншими критеріями не спостерігається погіршення їх значень.

На другому рівні у точці  $Y^0$ , яка знайдена на першому рівні, обчислюємо критерій  $\frac{I}{m_0}(Y^0)$  і перевіряємо умови (6).

Якщо обмеження (6) не виконуються і задача на другому рівні не має розв'язку, то в цьому випадку ОПР необхідно переглянути значення  $I^*$  і  $m_0^{**}$ .

Якщо це неможливо, слід повернутися на перший рівень, перетворити один із локальних критеріїв на змінний параметр і знайти розв'язок задачі первого рівня при дотримуванні функціональних обмежень, накладених на нього.

Якщо і після цього задача на другому рівні не має розв'язку, то слід знову повернутися на перший рівень, перетворити другий локальний критерій на змінний параметр при дотримуванні функціональних обмежень, накладених на нього, і робити це послідовно з кожним локальним критерієм, доки обмеження (6) не будуть виконуватися.

Якщо значення критерію на другому рівні виявляється недопустимо поганим, із погляду виконання умов (6), навіть після перетворення всіх локальних критеріїв первого рівня в змінні параметри, то слід повернутися до початкового етапу розв'язання задачі і збільшити кількість спробних точок  $N$ , щоб провести аналіз випробувань (9) більшого обсягу, але це потребує збільшення обчислювального часу.

В.М. Синеглазов, А.В. Брыкалов

Алгоритм автоматизированного проектирования двигателя летательного аппарата одного класса

Рассмотрен алгоритм решения многокритериальной задачи оптимального проектирования двигателя на твердом топливе, основанный на методе исследования пространства параметров. Сформулированы критерии оптимальности. Определены переменные параметры и ограничения.

V.M. Sineglazov, A.V. Brykalov

Algorithm of the flying device's power plant of the same type automatic design

Algorithm of solution of multicriterial task of solid propellant power plant optimum designing, based on the LP<sub>t</sub> search method, is considered. The criteria are formulated, variable parameters and restrictions are defined.

## Висновки

У процесі постановки і розв'язання задачі проектування двигунів ЛА, що розробляється, були отримані такі результати.

1. Сформульовано критерії оптимальності, визначено проектні параметри, що оптимізуються, параметричні, функціональні, критеріальні обмеження, що призначаються ОПР під час розв'язання задачі.

2. У зв'язку із суперечливістю сформульованих критеріїв і потребою вибору компромісу на множині парето показано шлях найпростішої побудови множини парето, заснований на теорії ЛП<sub>t</sub>, рівномірно розподілених послідовностей точок, і шлях відшукання найкращого розв'язку серед множини ефективних за парето точок.

3. Продемонстровано наочність використовуваного алгоритму на перегляді множини приступних розв'язків, що дозволяє визначити сумісність вимог, пропонованих до двигуна, що проектується.

## Список літератури

- Стадников Р.Б., Матусов И.Б. Многокритериальное проектирование машин // Математика, кібернетика. – М.: Знание, 1989. – №5. – 47 с.
- Соболь И.М., Стадников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах с многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 110 с.
- Соболь И.М., Стадников Р.Б. Наилучшие решения – где их искать. – М.: Знание, 1989. – 64 с.
- Соболь И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб // Математика, кібернетика. – М.: Знание, 1985. – №2. – 32 с.
- Синеглазов В.М., Брикалов А.В. Проблема автоматизированного проектирования двигатуна літального апарату. // Вісн. НАУ. – 2003. – №1. – С. 97–103.

Стаття надійшла до редакції 17.11.03.